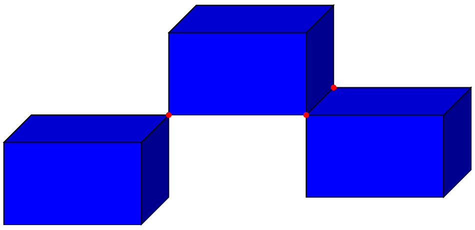
Kopplung starrer Strukturbereiche in der Methode der Finiten Elemente

Vertieferarbeit von cand.–ing. K. Linnemann

Motivation

- Finite-Elemente-Systeme mit Bereichen stark unterschiedlicher Steifigkeit erzeugen schlecht konditionierte Gleichungssysteme
- Es empfielt sich diese Bereiche durch Starrkörper zu ersetzen
- Ziel der Arbeit ist die Implementierung eines Verfahrens zur Kopplung verschiedener Starrkörper mit Erfassung der sich ergebenden Kinematik
- Die Starrkörperbehandlung erfolgt mittels der Transformation auf Minimalkoordinaten

Kinematik von Starrkörperketten

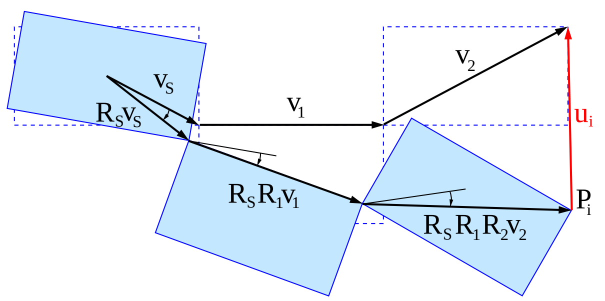


- Die Kinematik einer Starrkörperkette aus n Glieder läßt sich im Raum durch 1 Verschiebungsvektor und n Rotationsmatrizen beschreiben
- Bei Kopplung durch einen gemeinsamen Knoten ist beliebige gegenseitige Verdrehung möglich
- Bei Berührung an zwei Knoten ist nur eine gegenseitige Verdrehung um eine Achse möglich

Transformation auf Minimalkoordinaten

Die Verschiebungen, der an die Starrkörper angrenzenden Knoten werden durch die Bewegung des Starrkörpers ausgedrückt.
Für gekoppelte Systeme ergibt sich eine Knotenverschiebung zu:

$$\mathrm{u}_i = \mathrm{u}_s + \mathrm{R}_s\mathrm{v}_s + \mathrm{R}_s\mathrm{R}_1\mathrm{v}_1 + \mathrm{R}_s\mathrm{R}_1\mathrm{R}_2\mathrm{v}_2 - (\mathrm{v}_s + \mathrm{v}_1 + \mathrm{v}_2)$$



Die Beschreibung der kinematischen Ketten erfolgt mit relativen Rotationen

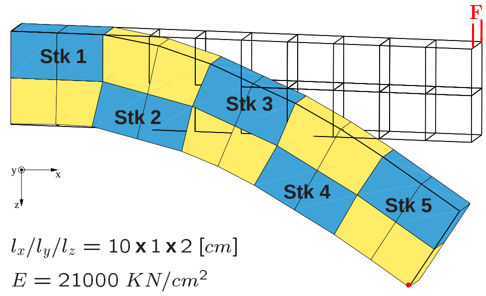
Entwicklung der Transformationsmatrix

Elimination der Knotenverschiebung u_i führt auf die Transformationsbeziehung

$$\mathrm{K}_g \Delta \mathrm{u}_g = (\mathrm{T}^T \mathrm{K}_u \mathrm{T}) \Delta \mathrm{u}_g \qquad u\ldots\text{ungekoppelt},\; g\ldots\text{gekoppelt}$$

Die Transformationsmatrix enthält die Kinematik der ganzen Kette

Beispiel Kragarm



$l_x/l_y/l_z = 10$ x 1 x 2 $[cm]$
$E = 21000\ KN/cm^2$

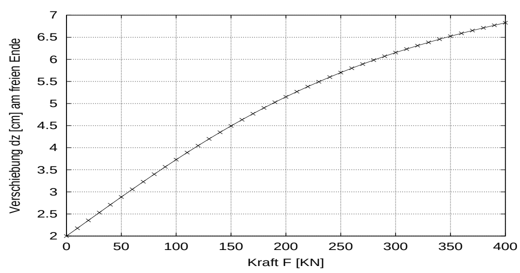
- Auflagerung aller Verschiebungen und Rotationen von Starrkörper 1
- Lösung mit Newton-Raphson-Verfahren

Ergebnisse

Vergleich zwische Berechnungen mittels Transformation auf Minimalkoordinaten gegenüber eines Anhebens des E-Moduls in den starren Bereichen

Berechnungsmethode	Δz	Konditionszahl κ
1e2–facher E-Modul	3.41083	2.69530e5
1e3–facher E-Modul	3.17901	2.42618e6
1e4–facher E-Modul	3.15366	2.39883e7
1e5–facher E-Modul	3.15111	2.39606e8
1e6–facher E-Modul	3.15085	2.38276e9
1e7–facher E-Modul	3.15083	2.39576e10
Transformation auf Minimalkoord.	3.15083	1.05079e5

Einfluß der geometrischen Nichtlinearität:



Zusammenfassung und Ausblick

- Niedrige Konditionszahl bei Transformation auf Minimalkoordinaten
- Gekoppelte Starrkörper eignen sich gut zur Realisierung komplexer Auflagerbedingungen
- Einbeziehung geschlossener Kettensysteme
- Erweiterung auf dynamische Berechungen