

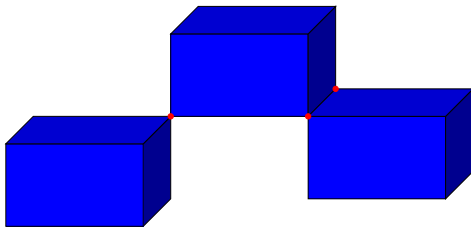
# Kopplung starrer Strukturbereiche in der Methode der Finiten Elemente

Vertieferarbeit von cand.-ing. K. Linnemann

## Motivation

- Finite-Elemente-Systeme mit Bereichen stark unterschiedlicher Steifigkeit erzeugen schlecht konditionierte Gleichungssysteme
- Es empfiehlt sich diese Bereiche durch Starrkörper zu ersetzen
- Ziel der Arbeit ist die Implementierung eines Verfahrens zur Kopplung verschiedener Starrkörper mit Erfassung der sich ergebenden Kinematik
- Die Starrkörperbehandlung erfolgt mittels der Transformation auf Minimalkoordinaten

## Kinematik von Starrkörperketten



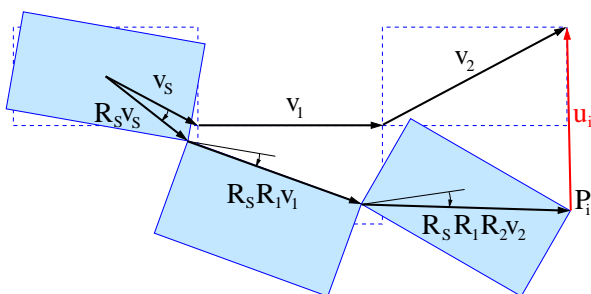
- Die Kinematik einer Starrkörperkette aus  $n$  Glieder läßt sich im Raum durch 1 Verschiebungsvektor und  $n$  Rotationsmatrizen beschreiben
- Bei Kopplung durch **einem** gemeinsamen Knoten ist beliebige gegenseitige Verdrehung möglich
- Bei Berührung an **zwei** Knoten ist nur eine gegenseitige Verdrehung um eine Achse möglich

## Transformation auf Minimalkoordinaten

Die Verschiebungen, die an die Starrkörper angrenzenden Knoten werden durch die Bewegung des Starrkörpers ausgedrückt.

Für gekoppelte Systeme ergibt sich eine Knotenverschiebung zu:

$$u_i = u_s + R_s v_s + R_s R_1 v_1 + R_s R_1 R_2 v_2 - (v_s + v_1 + v_2)$$



Die Beschreibung der kinematischen Ketten erfolgt mit relativen Rotationen

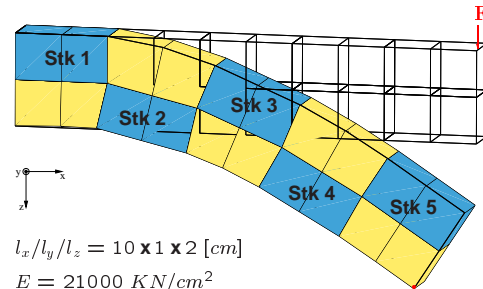
## Entwicklung der Transformationsmatrix

Elimination der Knotenverschiebung  $u_i$  führt auf die Transformationsbeziehung

$$K_g \Delta u_g = (T^T K_u T) \Delta u_g \quad \begin{array}{l} u \dots \text{ungekoppelt,} \\ g \dots \text{gekoppelt} \end{array}$$

Die Transformationsmatrix enthält die Kinematik der ganzen Kette

## Beispiel Kragarm



$$l_x / l_y / l_z = 10 \times 1 \times 2 \text{ [cm]}$$

$$E = 21000 \text{ KN/cm}^2$$

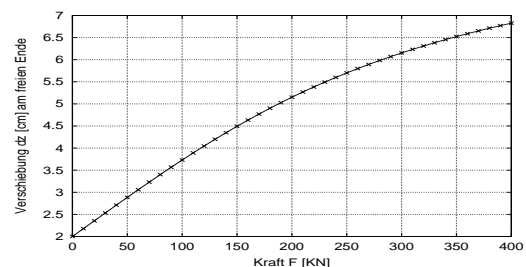
- Auflagerung aller Verschiebungen und Rotationen von Starrkörper 1
- Lösung mit Newton-Raphson-Verfahren

## Ergebnisse

Vergleich zwischen Berechnungen mittels Transformation auf Minimalkoordinaten gegenüber eines Anhebens des E-Moduls in den starren Bereichen

Berechnungsmethode	$\Delta z$	Konditionszahl $\kappa$
1e2-facher E-Modul	3.41083	2.69530e5
1e3-facher E-Modul	3.17901	2.42618e6
1e4-facher E-Modul	3.15366	2.39883e7
1e5-facher E-Modul	3.15111	2.39606e8
1e6-facher E-Modul	3.15085	2.38276e9
1e7-facher E-Modul	3.15083	2.39576e10
Transformation auf Minimalkoord.	3.15083	1.05079e5

Einfluß der geometrischen Nichtlinearität:



## Zusammenfassung und Ausblick

- Niedrige Konditionszahl bei Transformation auf Minimalkoordinaten
- Gekoppelte Starrkörper eignen sich gut zur Realisierung komplexer Auflagerbedingungen
- Einbeziehung geschlossener Kettensysteme
- Erweiterung auf dynamische Berechnungen