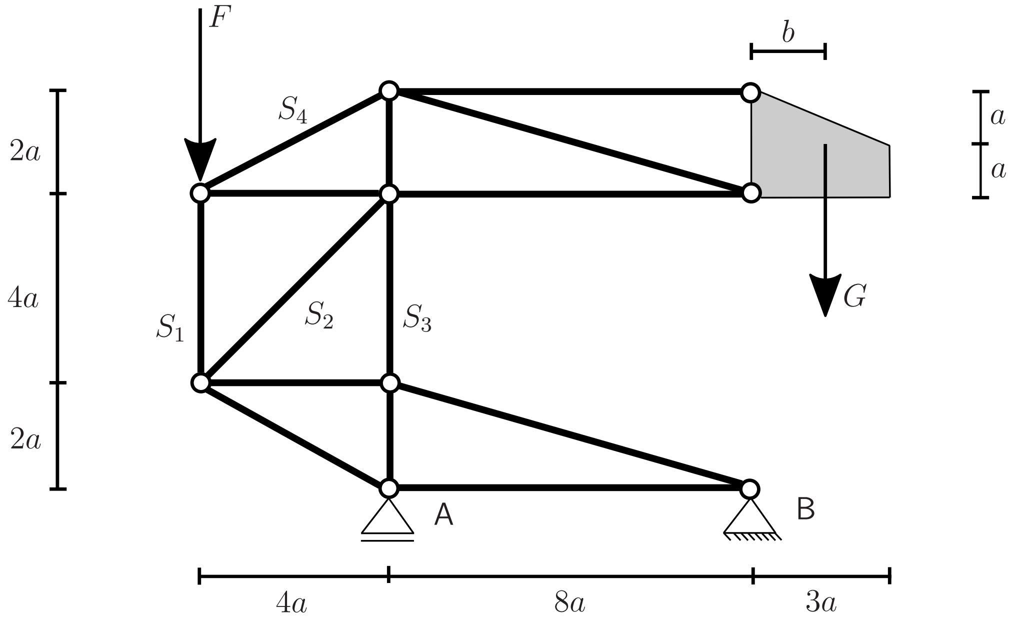
1. Aufgabe (ca. 30 % der Gesamtpunktzahl)



Das dargestellte Tragwerk besteht aus 14 Stäben und einer starren Scheibe. Es wird durch die Kraft F und durch die Gewichtskraft G (im Schwerpunkt der starren Scheibe) belastet.

a) Beurteilen Sie das Tragwerk hinsichtlich der statischen Bestimmtheit.

b) Weisen Sie nach, dass $b = \frac{4}{3}a$ für die Schwerpunktkoordinate der Scheibe gilt.

c) Bestimmen Sie die Lagerreaktionen in A und B für den Fall $b = \frac{4}{3}a$.

d) Bestimmen Sie die Stabkräfte S_1, S_2, S_3 und S_4.

Gegeben: $a,\ F,\ G = 3F$

Musterlösung - Aufgabe 1

a) Tragwerk ist äußerlich statisch bestimmt und nicht kinematisch

$$r + v = 3n$$

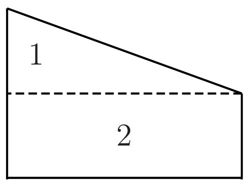
mit

$r = 3$		Anzahl Auflagerreaktionen
$v = 3$	Gelenk und Pendelstütze	Anzahl Verbindungsreaktionen
$n = 2$		Anzahl Starrkörper

$\Rightarrow n = 0$ statisch bestimmt

b) Schwepunktskoordinate b

$$\text{Zusammengesetzter Körper} \qquad x_s = \frac{\Sigma\, x_i\, A_i}{\Sigma\, A_i}$$



$$x_1 = a \qquad A_1 = \frac{3}{2}a^2$$

$$x_2 = \frac{3}{2}a \qquad A_2 = 3a^2$$

$$\Rightarrow \quad x_S = \frac{\frac{3}{2}a^3 + \frac{9}{2}a^3}{\frac{9}{2}a^2} = \frac{6a}{\frac{9}{2}} = \frac{4}{3}a$$

c) Freischnitt (Kräfte entlang Wirkungslinie verschoben)

$$\Sigma\, V = 0: \; A + B_v = \frac{G}{3} + G = \frac{4}{3}G$$

$$\Sigma\, H = 0: \; B_H = 0$$

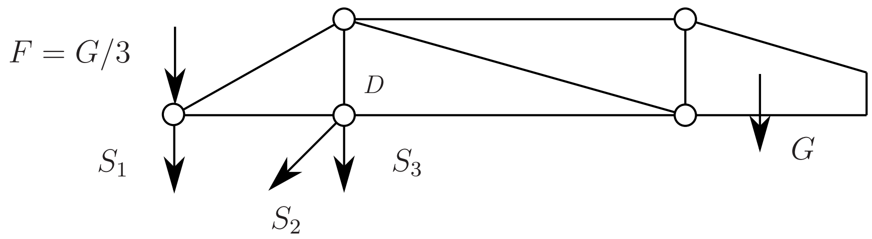
$$\Sigma\, M^B = 0: \; -8aA + 12a\frac{G}{3} - \frac{4}{3}aG = 0$$

$$\Rightarrow A = \frac{12a}{8a}\frac{G}{3} - \frac{4a}{8a}\frac{G}{3} = \frac{1}{3}G = F$$

$$\Rightarrow \quad B_v = \frac{4}{3}G - \frac{1}{3}G = G = 3F$$

d) Stabkräfte

Ritterschnitt:



$$\Sigma V = 0 : S_1 + S_3 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{G}{3} + G = 0$$

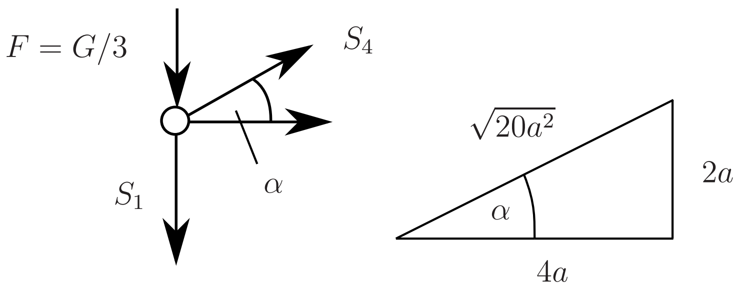
$$\Sigma H = 0 : S_2 = 0$$

$$\Sigma M^D = 0 : 4aS_1 + 4a\frac{G}{3} - (8 + \frac{4}{3})\, aG = 0$$

$$\Rightarrow S_1 = -\frac{1}{3}aG + \frac{8}{4}aG + \frac{1}{3}aG = 2G = 6F$$

$$\Rightarrow S_3 = -2G - \frac{G}{3} - G = -\frac{10}{3}G = 10F$$

Knotenpunktverfahren für S_4:

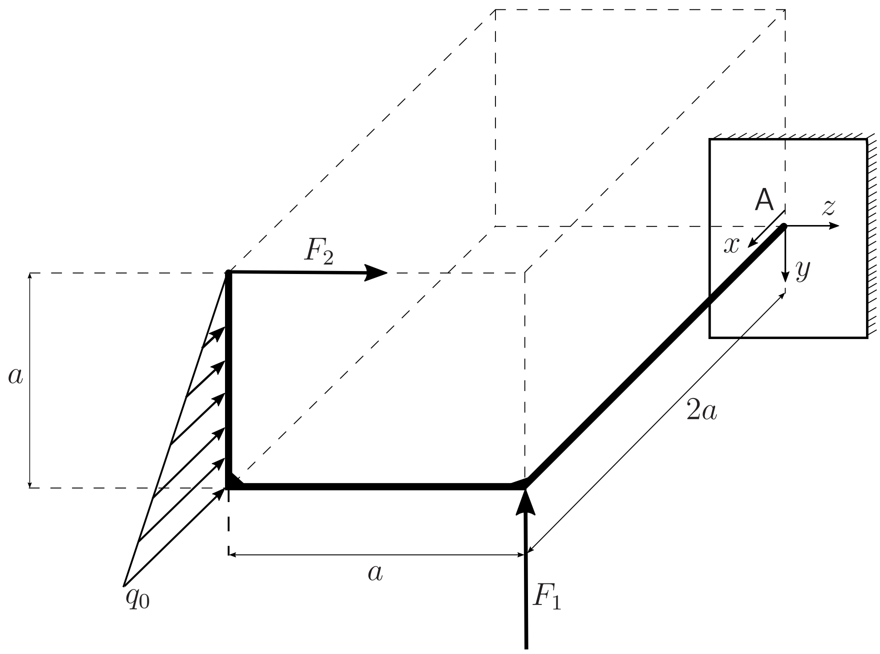


$$\sin\alpha = \frac{2a}{2\sqrt{5}a} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\Sigma V = 0 : -S_1 - \frac{G}{3} + \sin\alpha S_4 = 0$$

$$\Rightarrow \quad S_4 = \sqrt{5}\big(2G + \frac{G}{3}\big) = \sqrt{5}\,\frac{7}{3}G = 7\sqrt{5}F$$

2. Aufgabe (ca. 23 % der Gesamtpunktzahl)

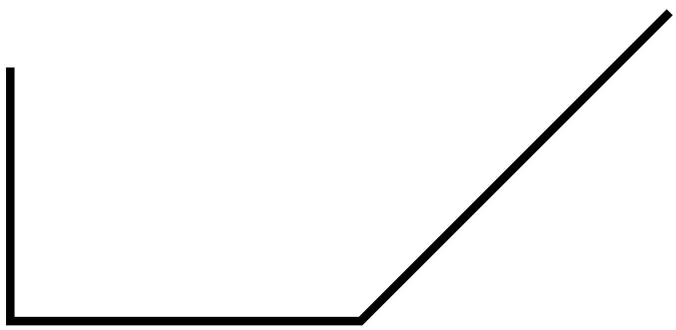


Ein abgewinkelter Träger ist in A eingespannt und wird durch die Einzelkräfte F_1 und F_2 sowie eine dreiecksförmige Streckenlast belastet.

a) Bestimmen Sie alle Lagerreaktionen im Lager A.

b) Bestimmen Sie F_2 so, dass das Lagerreaktionsmoment M_y^A verschwindet.

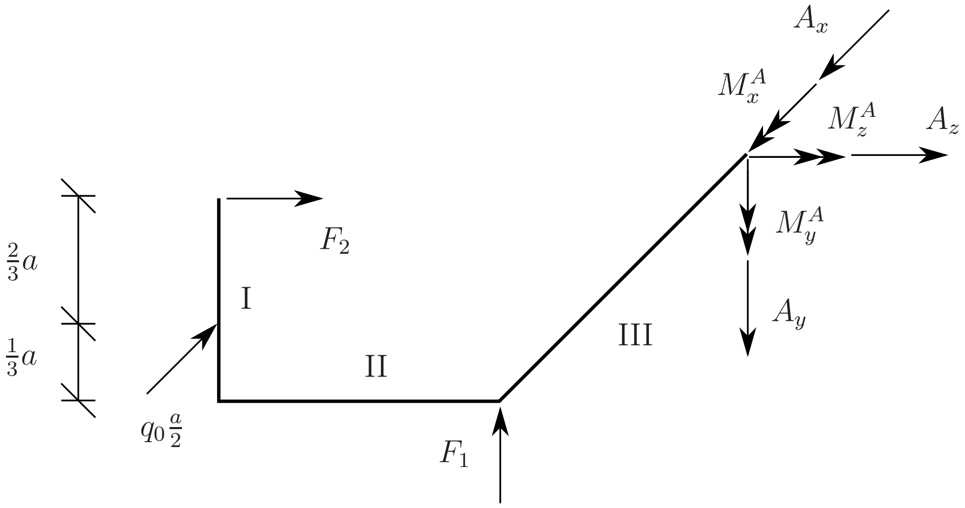
c) Zeichnen Sie den Torsionsmomentenverlauf mit den maßgebenden Ordinaten in der Skizze unten ein.



Gegeben: $a,\ q_0,\ F_1,\ F_2$

Musterlösung - Aufgabe 2

a) Freischnitt:



$$\Sigma F_{ix} = 0 \ : \qquad A_x = \frac{q_0\, a}{2}$$

$$\Sigma F_{iy} = 0 \ : \qquad A_y = F_1$$

$$\Sigma F_{iz} = 0 \ : \qquad A_z = -F_2$$

$$\Sigma M_{ix}^A = 0 \ : M_x^A - F_2 a = 0 \qquad M_x^A = F_2 a$$

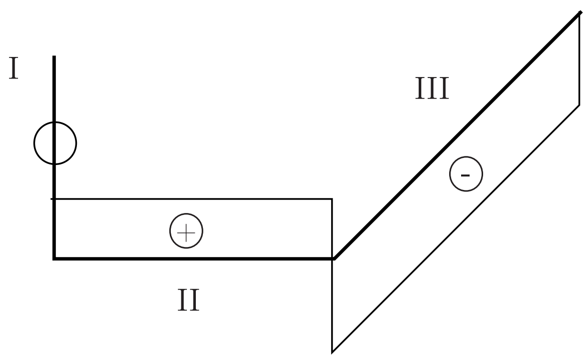
$$\Sigma M_{iy}^A = 0 \ : M_y^A + q_0\frac{a^2}{2} - F_2 \cdot 2a = 0 \qquad M_y^A = 2aF_2 - q_0\frac{a^2}{2}$$

$$\Sigma M_{iz}^A = 0 \ : M_z^A - F_1 \cdot 2a - q_0\frac{a^2}{6} = 0 \qquad M_z^A = 2aF_1 + q_0\frac{a^2}{6}$$

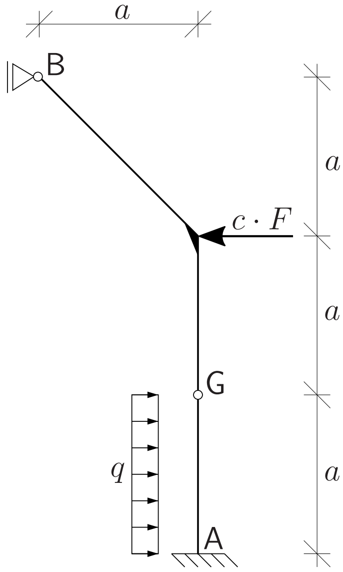
b) $M_y^A = 2aF_2 - q_0\dfrac{a^2}{2} \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad F_2 = \dfrac{q_0 a}{4}$

c) Torsionsmomentenverlauf:

I: $M_T = 0$ II: $M_T = \dfrac{q_0 a}{6}$ III: $M_T = -F_2 a$



3. Aufgabe (ca. 30 % der Gesamtpunktzahl)

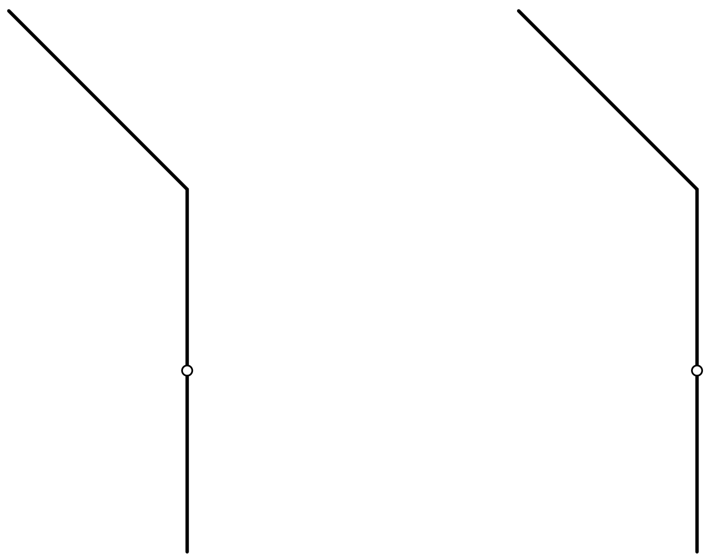


Gegeben sei das oben dargestellte Tragwerk unter den Belastungen q und $c \cdot F$.

a) Bestimmen Sie die Lagerreaktionen an den Stellen A und B sowie die Gelenkkräfte an der Stelle G.

b) Bestimmen Sie den Faktor c so, dass das Einspannmoment an der Stelle A verschwindet ($M_A = 0$).

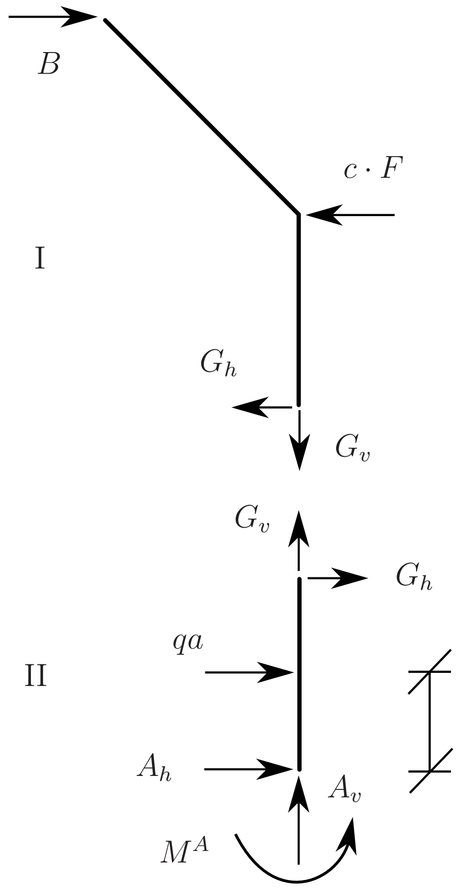
c) Skizzieren Sie für diesen Fall die Verläufe von Biegemoment und Querkraft unter Angabe der maßgebenden Ordinaten.



Gegeben: a, q, $F = q \cdot a$

Musterlösung - Aufgabe 3

a) Freischnitt:



$$\Sigma M^G = 0: \quad B_H = \frac{1}{2a} \cdot cFa = \frac{c \cdot F}{2}$$

$$\Sigma V = 0: \quad G_V = 0$$

$$\Sigma H = 0: \quad G_H = c \cdot F - B_H = \frac{c \cdot F}{2}$$

$$\Sigma H = 0: \quad A_H = G_H - q \cdot a = \frac{c \cdot F}{2} - q \cdot a$$

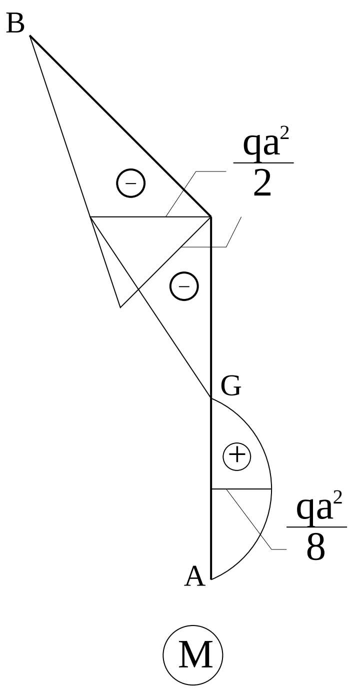
$$\Sigma V = 0: \quad A_V = 0$$

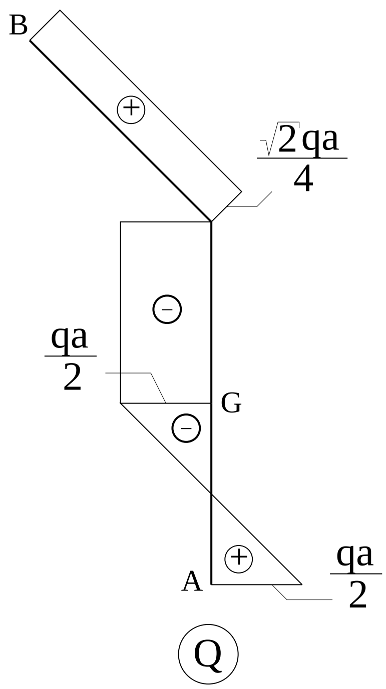
$$\Sigma M^A = 0: \quad M_A = G_H \cdot a - \frac{q \cdot a^2}{2}$$

$$= \frac{c \cdot F}{2} \cdot a - \frac{q \cdot a^2}{2}$$

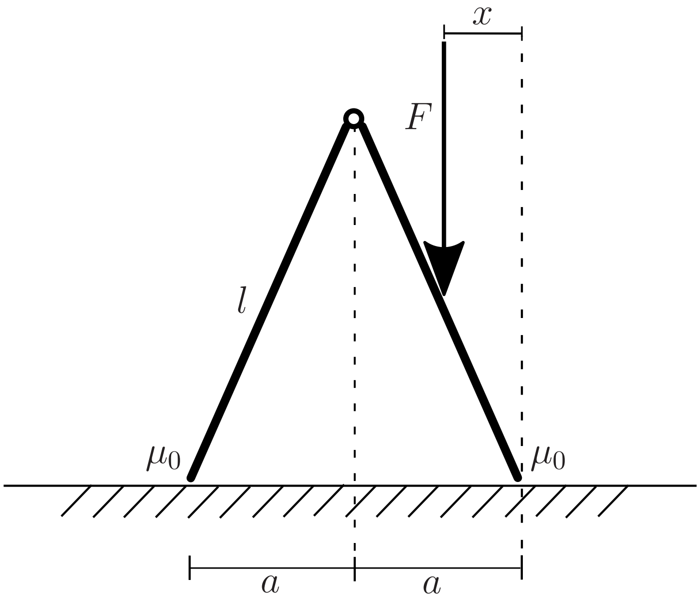
b) $M^A = 0: \quad \frac{c \cdot F}{2} \cdot a = \frac{q \cdot a^2}{2} = \frac{F}{2} \cdot a \qquad \Rightarrow c = 1$

c) Momenten- und Querkraftverlauf:





4. Aufgabe (ca. 17 % der Gesamtpunktzahl)

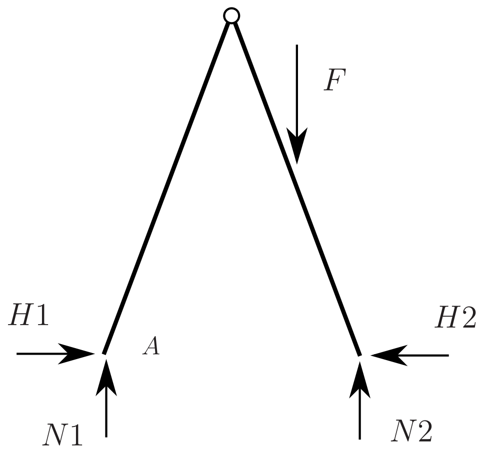


Eine Stehleiter auf rauhem Boden (Haftkoeffizient μ_0) sei vereinfacht durch zwei gelenkig verbundene Stäbe der Länge l modelliert.

In welchem **Bereich** für x darf die Kraft F angreifen, sodass die Leiter nicht rutscht?

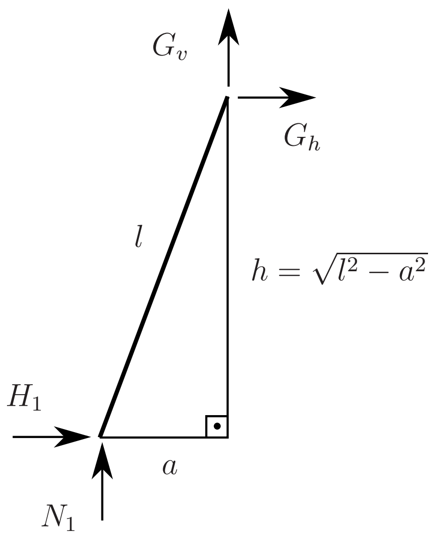
Gegeben: $a,\ l,\ F,\ \mu_0$

Musterlösung - Aufgabe 4

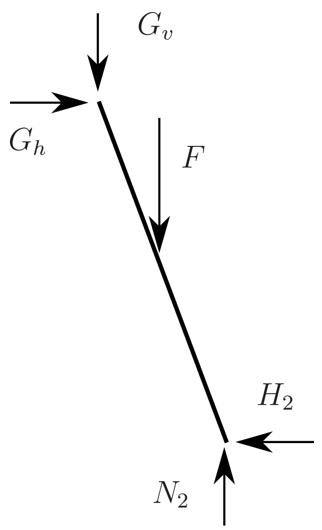


$$\Sigma V = 0: \; N_1 + N_2 = F$$
$$\Sigma H = 0: \; H_1 - H_2 = 0$$
$$\Sigma M^A = 0: \; 2aN_2 - F(2a - x) = 0$$
$$\Rightarrow N_2 = F\big(1 - \frac{x}{2a}\big)$$
$$\Rightarrow N_1 = F\frac{x}{2a}$$

Haften: $H_1 \leq \mu_0 N_1 \quad H_2 \leq \mu_0 N_2$



$$\Sigma M^G = 0: -a \cdot N_1 + h \cdot H_1 = 0$$
$$\Rightarrow \quad a \cdot N_1 = h \cdot H_1 \leq h\mu_0 N_1$$
$$\Rightarrow \mu_0 h \geq a \;\text{ bzw. }\; \frac{a}{h} \leq \mu_0$$



$$\Sigma M^G = 0: -F(a - x) - H_2 \cdot h + N_2 a = 0$$
$$\Rightarrow \quad N_2 a - F(a - x) = H_2 \cdot h \leq \mu_0 N_2 h$$
$$\Leftrightarrow \quad N_2(a - \mu_0 h) - F(a - x) \leq 0$$
$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{F}_{\geq 0} \underbrace{\Big((a - \mu_0 h)(1 - \frac{x}{2a}) - a + x\Big)}_{\overset{!}{\leq} 0} \leq 0$$
$$\Rightarrow \qquad a - \frac{x}{2} - \mu_0 h + \mu_0 \frac{hx}{2a} - a + x \leq 0$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{x}{2}\big(1 + \frac{\mu_0 h}{a}\big) \leq \mu_0 h$$
$$\Leftrightarrow \quad x \leq \frac{2\mu_0 h}{1 + \frac{\mu_0 h}{a}}$$