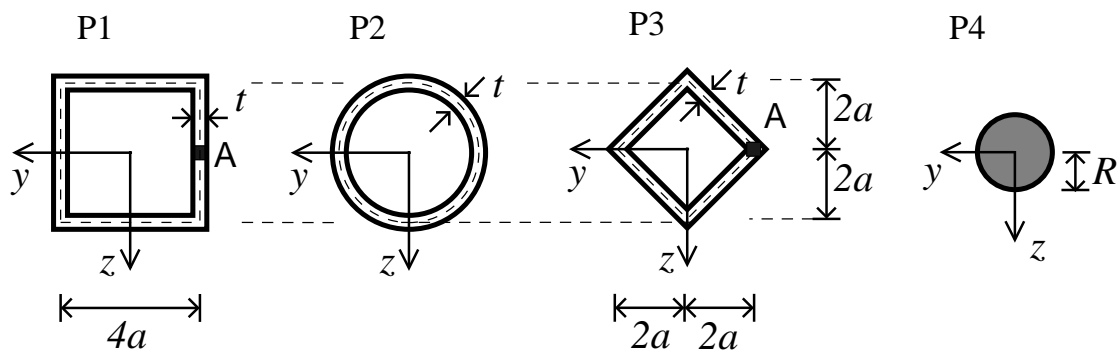


3. Aufgabe: (ca. 26% der Gesamtpunkte)



Gegeben sind drei Hohlprofile mit $t = \frac{1}{16}a$ und ein Vollprofil. Bearbeiten Sie unter Berücksichtigung von $t \ll a$ folgende Aufgabenteile.

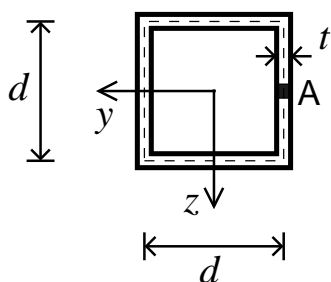
- Berechnen Sie für die Hohlprofile P1 – P3 die Torsionswiderstandsmomente W_T und ordnen Sie diese der Größe nach.
- Ermitteln Sie den Radius R , den das Vollkreisprofil 4 haben muss, damit es das gleiche Torsionswiderstandsmoment wie Profil 2 besitzt.

In einem Schnitt treten die Schnittgrößen $M_y = 20a \cdot F$, $Q_z = F$ und $M_T = 2a \cdot F$ auf.

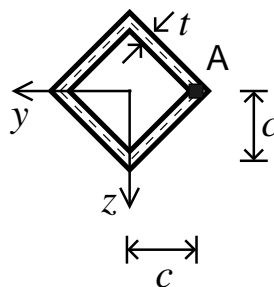
- Berechnen Sie in Profil P1 und P3 im Punkt A die Schubspannung infolge Querkraft und Torsion.
- Berechnen Sie in Profil 2 und 4 die maximale Normalspannung.

Gegeben: a, F

Hinweis: Für $t \ll a$ gilt



$$I_y = \frac{2}{3} d^3 t \quad S_y^A = \frac{3}{4} d^2 t$$



$$I_y = \frac{4\sqrt{2}}{3} c^3 t \quad S_y^A = \sqrt{2} c^2 t$$

Aufgabe 3

- a) Da für die Hohlprofile P1 bis P3 die Dicke $t_{min} = \frac{1}{16}a$ gleich ist, kann das Torsionswiderstandsmoment $W_T = 2 A_m t_{min}$ direkt angegeben werden:

$$\text{Profil P1: } W_{T,1} = 2 \cdot (4a)^2 \cdot \frac{a}{16} = 2 a^3$$

$$\text{Profil P2: } W_{T,2} = 2 \cdot \pi(2a)^2 \cdot \frac{a}{16} = \frac{\pi}{2}a^3$$

$$\text{Profil P3: } W_{T,3} = 2 \cdot (\sqrt{2} \cdot 2a)^2 \cdot \frac{a}{16} = a^3$$

Ordnung nach der Größe:

$$W_{T,3} < W_{T,2} < W_{T,1}$$

- b) Das Torsionswiderstandsmoment für das Vollprofil ist

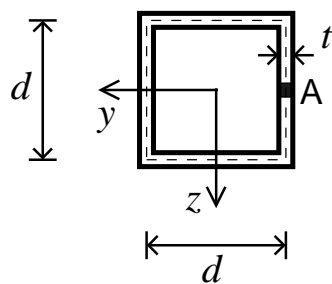
$$W_{T,4} = \frac{I_{T,4}}{r_{max}} = \frac{\pi R^4}{2} \frac{1}{R} = \frac{\pi R^3}{2}$$

und durch Gleichsetzen mit $W_{T,2}$ erhält man

$$W_{T,4} \stackrel{!}{=} W_{T,2} \Leftrightarrow \frac{\pi R^3}{2} = \frac{\pi}{2}a^3 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{a^3} = a$$

- c) Profil P1

Die Flächenmomente 1. und 2. Ordnung können mit dem Hinweis berechnet werden



$$S_y^A = \frac{3}{4} d^2 t = \frac{3}{4} (4a)^2 t = \frac{3}{4} a^3$$

$$I_y = \frac{2}{3} d^3 t = \frac{2}{3} (4a)^3 \frac{a}{16} = \frac{8}{3} a^4$$

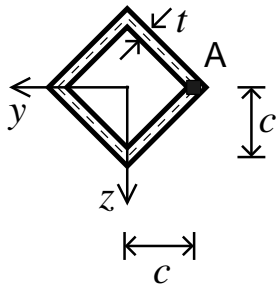
Die Schubspannung infolge Querkraft in Punkt A ergibt sich zu

$$\underline{\underline{\tau_Q^A}} = \frac{Q_z S_y^A}{I_y b} = \frac{F \cdot \frac{3}{4} a^3}{\frac{8}{3} a^4 \cdot 2 \cdot \frac{a}{16}} = \underline{\underline{\frac{9}{4} \frac{F}{a^2}}}$$

Die Schubspannung infolge Torsion wird mit der 1. Bredtschen Formel und dem Torsionswiderstandsmoment aus Aufgabenteil a) berechnet

$$\underline{\underline{\tau_{T,max}^A}} = \frac{T}{t_{min}} = \frac{M_T}{2 A_m t_{min}} = \frac{M_T}{W_{T,1}} = \frac{F \cdot 2a}{2a^3} = \underline{\underline{\frac{F}{a^2}}}$$

Analog für Profil P3



$$S_y^A = \sqrt{2} c^2 t = \sqrt{2} (2a)^2 \cdot \frac{a}{16} = \frac{\sqrt{2}}{4} a^3$$

$$I_y = \frac{4}{3} \sqrt{2} c^3 t = \frac{4}{3} \sqrt{2} \cdot (2a)^3 \cdot \frac{a}{16} = \frac{2\sqrt{2}}{3} a^4$$

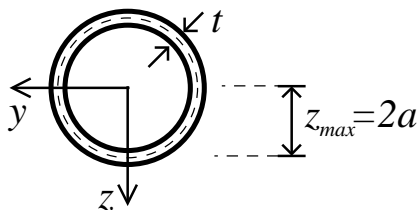
Schubspannung infolge Querkraft in Punkt A

$$\underline{\underline{\tau_Q^A}} = \frac{Q_z S_y^A}{I_y b} = \frac{F \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} a^3}{\frac{2\sqrt{2}}{3} a^4 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \frac{a}{16}} = \underline{\underline{\frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{F}{a^2}}}$$

Die Schubspannung infolge Torsion wird mit der 1. Bredtschen Formel und dem Torsionswiderstandsmoment aus Aufgabenteil a) berechnet

$$\underline{\underline{\tau_{T,max}^A}} = \frac{T}{t_{min}} = \frac{M_T}{2 A_m t_{min}} = \frac{M_T}{W_{T,3}} = \frac{F \cdot 2a}{a^3} = \underline{\underline{2 \frac{F}{a^2}}}$$

d) Profil P2

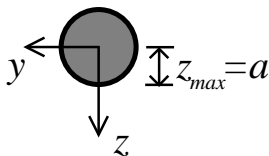


$$I_{y,2} = \pi r_m^3 \cdot t = \pi \cdot (2a)^3 \cdot \frac{a}{16} = \frac{\pi}{2} a^4$$

Die Normalspannung infolge Biegung ist am unteren Rand maximal

$$\underline{\underline{\sigma_{max,P2}}} = \sigma(z = 2a) = \frac{F \cdot 20a}{\frac{\pi}{2} a^4} \cdot 2a = \underline{\underline{\frac{80 F}{\pi a^2} \approx 25,46 \frac{F}{a^2}}}$$

Profil P4



$$I_{y,4} = \pi \frac{r^4}{4} = \pi \frac{(a)^4}{4} = \frac{\pi}{4} a^4$$

Die Normalspannung infolge Biegung ist am unteren Rand maximal

$$\underline{\underline{\sigma_{max,P4}}} = \sigma(z = a) = \frac{F \cdot 20a}{\frac{\pi}{4} a^4} \cdot a = \underline{\underline{\frac{80 F}{\pi a^2} \approx 25,46 \frac{F}{a^2}}}$$