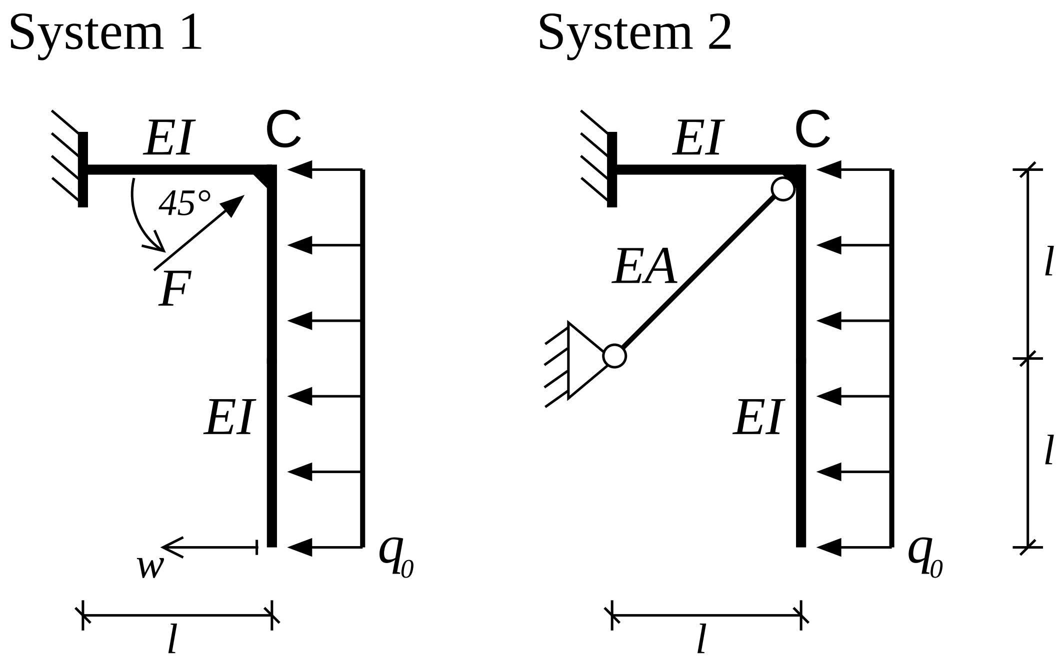
4. Aufgabe: (ca. 26% der Gesamtpunkte)



Gegeben ist der abgewinkelte Kragarm mit der Biegesteifigkeit EI. Die Dehnsteifigkeit im Balken soll vernachlässigt werden.

Lösen Sie mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte folgende Teilaufgaben.

a) Berechnen Sie in System 1 die Kraft F so, dass die Verschiebung w gleich Null ist.

b) In System 2 ist die im Stab übertragene Kraft zu berechnen.

c) Geben Sie für den Fall, dass im Stab die Kraft $S = -\sqrt{2} \cdot ql$ übertragen wird die erforderliche Querschnittsfläche A an.

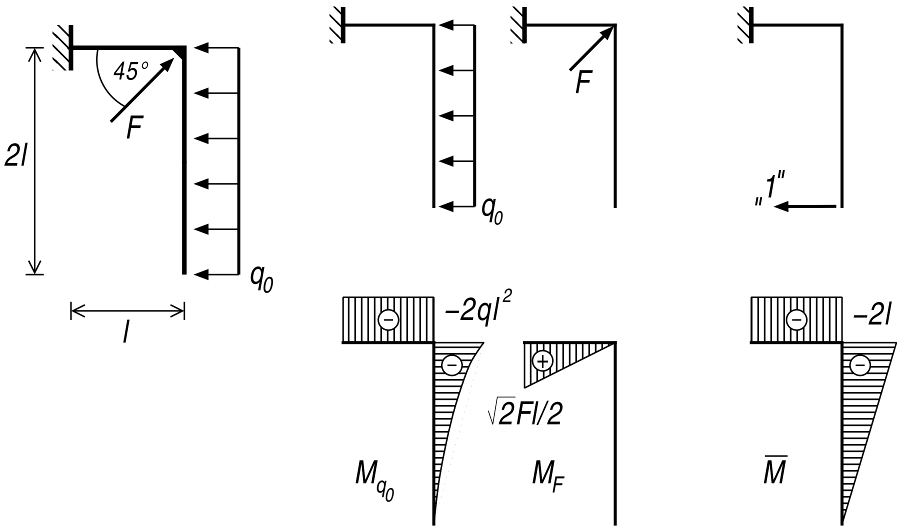
d) Beeinflusst der Stab das in der Ecke C übertragene Biegemoment? Geben für beide Systeme das Biegemoment in der Ecke C an.

Gegeben: $l,\ E,\ I,\ q_0$

Hinweis: $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Aufgabe 4

a) Die Schnittgrößen infolge der äußeren Belastung können superponiert $M = M_{q_0} + M_F$ angegeben werden. Für die Berechnung der Verschiebung w wird eine virtuelle Last „1“ aufgebracht.



Die Verschiebung wird mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte berechnet.

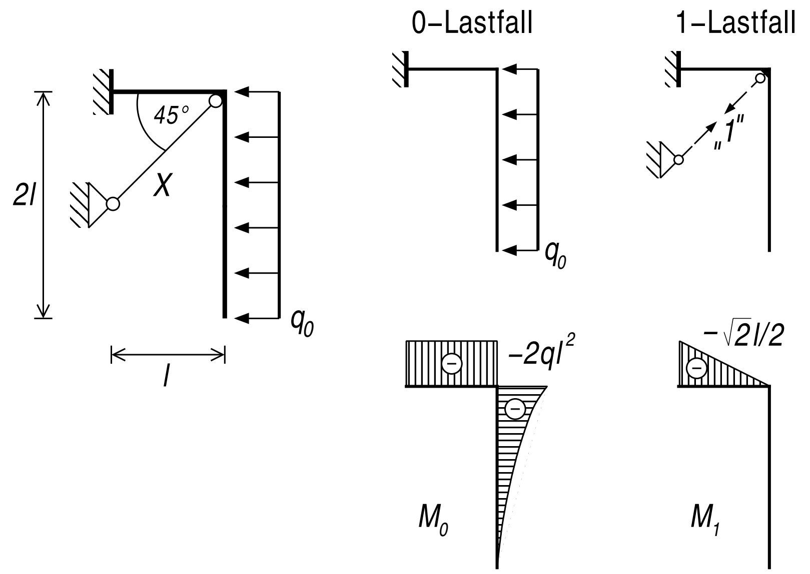
$$
\begin{aligned}
w &= \frac{1}{EI}\int M\bar{M}\;dx = \frac{1}{EI}\int (M_{q_0}+M_F)\bar{M}\;dx \\
&= \frac{1}{EI}\left((-2ql^2)(-2l)\cdot l + \frac{1}{4}(-2ql^2)(-2l)\cdot 2l + \frac{1}{2}(Fl\frac{\sqrt{2}}{2})(-2l)\cdot l\right) \\
&= \frac{1}{EI}\left(6\;ql^4 - Fl^3\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right)
\end{aligned}
$$

Die Forderung, dass die Verschiebung verschwindet liefert die gesuchte Kraft.

$$
w \overset{!}{=} 0 \quad\Longleftrightarrow\quad 6\;ql = \frac{\sqrt{2}}{2}F \quad\Rightarrow\quad \underline{\underline{F = 6\sqrt{2}ql}}
$$

b) Das System ist einfach statisch unbestimmt, und die die Kraft im Stab kann als statisch Unbestimmte gewählt werden. Die α_{ik} zur Berechnung der statisch Überzähligen $X = -\alpha_{10}/\alpha_{11}$ werden mit der Integraltafel bestimmt.

Mit den Schnittgrößen im 0- und 1-Lastfall



Für α_{10} (Konstanter Verlauf mit Dreieck), und α_{11} (Dreieck mit Dreieck)

$$\alpha_{10} = \int \frac{M_0 M_1}{EI} dx = \frac{1}{EI}\,\frac{1}{2}(-2ql^2)(\frac{-\sqrt{2}}{2}l)\cdot l = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{ql^4}{EI}$$

$$\alpha_{11} = \int \frac{M_1^2}{EI} dx + \int \frac{N_1^2}{EA} dx = \frac{1}{EI}\cdot\frac{1}{3}\cdot(-\frac{\sqrt{2}}{2}l)^2 + \frac{1}{EA}\cdot 1\cdot 1\cdot\sqrt{2}l$$

$$= \frac{l^3}{6\,EI} + \frac{\sqrt{2}\,l}{EA}$$

Die unbekannte Stabraft wird

$$\Rightarrow X = \underline{\underline{S}} = \frac{-\alpha_{10}}{\alpha_{11}} = \underline{\underline{\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{ql^4}{EI}}{\frac{l^3}{6\,EI} + \frac{\sqrt{2}\,l}{EA}}}}$$

c) Für den Fall, dass im Stab die Kraft $S = -\sqrt{2}F$ übertragen wird gilt

$$S \overset{!}{=} -\sqrt{2}F \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{ql^4}{EI} = -\frac{\sqrt{2}}{6}\frac{ql^4}{EI} - 2\frac{ql^2}{EA} \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{\sqrt{2}l^2}{3}\frac{l^2}{I} = -\frac{2}{A}$$

$$\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{A}} = \underline{\underline{\frac{6}{\sqrt{2}}\frac{I}{l^2} = 3\sqrt{2}\frac{I}{l^2}}}$$

d) Moment in Punkt C

in System 1: $\quad M^C = M^C_{q_0} + M^C_F = -2ql^2 + 0 = -2ql^2$

in System 2: $\quad M^C = M^C_0 + X\cdot M^C_1 = -2ql^2 + X\cdot 0 = -2ql^2$

Der Stab hat keinen Einfluss auf das Biegemoment in der Ecke C.