Modulprüfung

Statik starrer Körper

18. August 2021

Name: .... Vorname: ....

Matr.-Nr: .... Studiengang: ....

Hinweise:

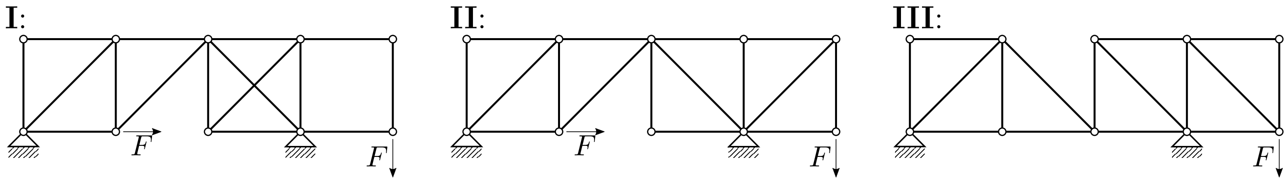
- Bitte schreiben Sie deutlich lesbar. Zeichnungen müssen sauber und übersichtlich sein. Die Benutzung roter und grüner Farbstifte ist nicht zugelassen.
- Aufgaben werden nur beurteilt, wenn sie auf den ausgegebenen Blättern gelöst sind. Eventuell abgegebene Formelsammlungen werden als nicht vorhanden betrachtet. Trennen Sie die Aufgabenblätter nicht auf.
- Bei den Aufgaben muss eindeutig der Lösungsweg erkennbar sein. Ein Ergebnis ohne Lösungsweg wird nicht bewertet. Sollten für eine Aufgabe mehrere widersprüchliche Lösungen angegeben sein, so wird keine bewertet. Streichen Sie deshalb falsche Rechenschritte oder Zeichnungen durch.
- Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite.

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
Punkte					
Korrektor					

(Eintrag erfolgt durch Institut)

1. Aufgabe (ca. 25 % der Gesamtpunktzahl)

Aufgabe 1.1



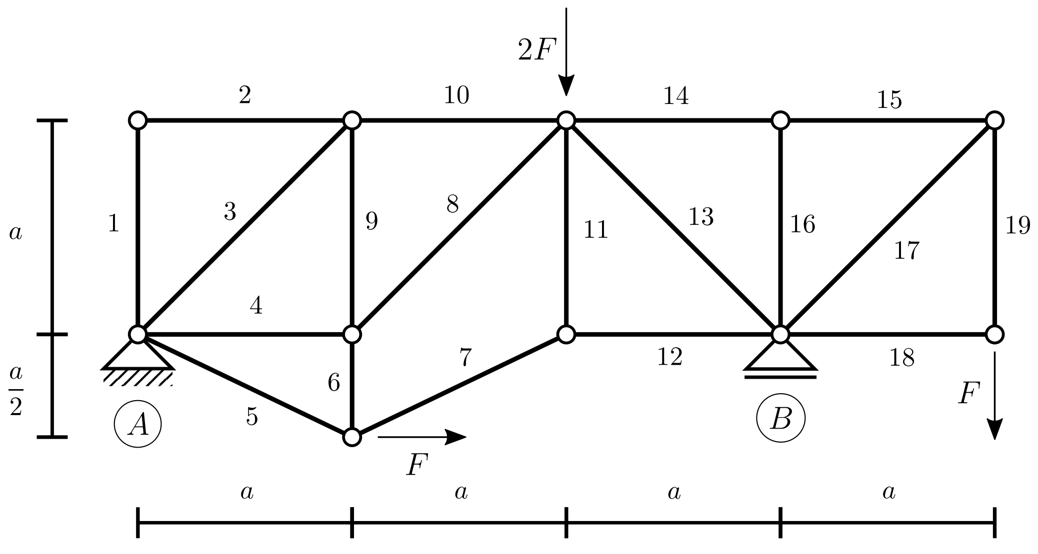
Gegeben seien die dargestellten drei Fachwerke. Bearbeiten Sie folgende Aufgabenteile:

a) Ermitteln Sie für welche(s) Fachwerk(e) die Abzählformel (notwendige Bedingung) für statische Bestimmtheit erfüllt ist.

b) Welche(s) Fachwerk(e) sind statisch bestimmt? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich.

c) Verschieben Sie in Fachwerk I **einen** Stab so, dass das System statisch bestimmt ist/bleibt und der verschobene Stab an neuer Stelle auf Zug belastet ist (Hinweis: Nullstäbe beachten, keine Rechnung erforderlich).

Aufgabe 1.2



Bearbeiten Sie für das dargestellte System folgende Aufgabenteile:

a) Beurteilen Sie das Tragwerk hinsichtlich statischer Bestimmtheit.

b) Bestimmen Sie, falls vorhanden, alle Nullstäbe des Systems (mit Begründung).

c) Bestimmen Sie alle Lagerreaktionen sowie die Stabkräfte in den Stäben 5-8.

Gegeben: a, F

Musterlösung - Aufgabe 1 Aufgabe 1.1

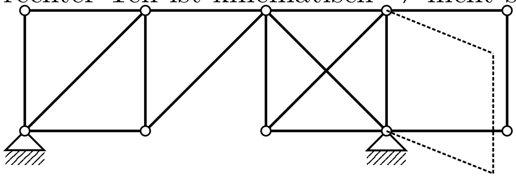
a) Es gilt

- Alle drei Tragwerke sind Fachwerke $\Rightarrow$ Abzählformel für Fachwerke
- Für alle drei Tragwerke gilt:

$$\begin{pmatrix} a = & 4 & \text{(Lager)} \\ k = & 10 & \text{(Knoten)} \\ s = & 16 & \text{(Stäbe)} \end{pmatrix} \Rightarrow 2k = 20 = a + s$$

$\Rightarrow$ Notwendige Bedingung für alle 3 Tragwerke erfüllt

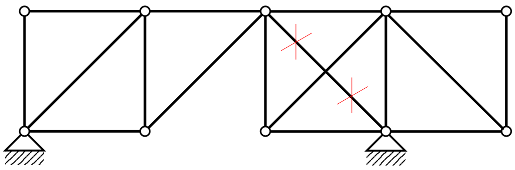
b) **System I:**
rechter Teil ist kinematisch $\Rightarrow$ nicht statisch bestimmt



System II:
Zwei Teile nach Aufbauprinzip $\rightarrow$ starre Körper.
Diese sind als Dreigelenkbogen zusammengesetzt.
$\Rightarrow$ statisch bestimmt

System III:
Siehe System II.
ABER: Dreigelenkbogen mit drei Gelenken auf einer Linie
$\Rightarrow$ kinematisch, also nicht statisch bestimmt.

c) Verschiebe durchgekreuzten Stab:

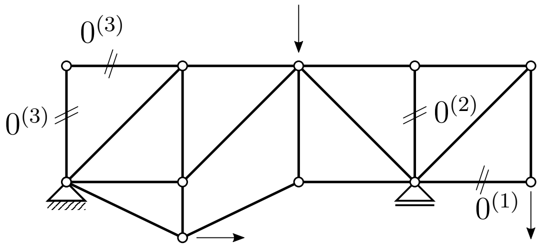


Aufgabe 1.2

a)
- $a = 3, \quad s = 19, \quad k = 11 \quad \Rightarrow 2k = 22 = a + s$
- Zwei Teile nach Aufbauprinzip. Mit 3 Stäben, die sich nicht in einem Punkt schneiden verbunden $\Rightarrow$ insgesamt ein starrer Körper.
- Nicht kinematisch gelagert.

$\Rightarrow$ statisch bestimmt.

b) Nullstäbe:



(1) belasteter Zweischlag mit Kraft in Richtung eines Stabes ⇒ anderer Stab ist Nullstab.

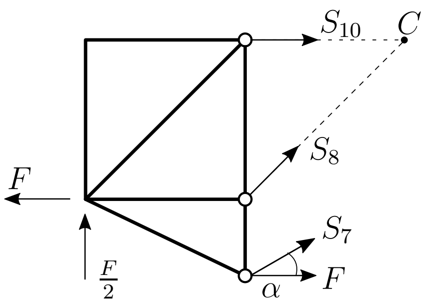
(2) unbelasteter Knoten mit 3 Stäben. 2 Stäbe parallel ⇒ 3. Stab Nullstab.

(3) unbelasteter Zweischlag ⇒ beide Stäbe sind Nullstäbe.

c) **Lagereaktionen:**

$$\begin{aligned}
\sum F_{ix} &\overset{!}{=} 0: \quad A_x = -F \\
\sum M_i^A &\overset{!}{=} 0: \quad F\frac{a}{2} - 2F2a - F4a + B3a = 0 \quad \Leftrightarrow \quad B = \frac{5}{2}F \\
\sum F_{iy} &\overset{!}{=} 0: \quad A_y + B - 2F - F = 0 \quad \Leftrightarrow \quad A_y = \frac{1}{2}F
\end{aligned}$$

Stabkräfte:
Ritterschnitt:



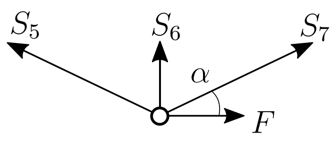
$$\sin(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad \cos(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sum M_i^C \overset{!}{=} 0: \quad F\frac{3}{2}a - Fa - \frac{1}{2}F2a + S_7\frac{3}{\sqrt{5}}a - S_7\frac{1}{\sqrt{5}}a = 0$$

$$\Rightarrow S_7 = \frac{\sqrt{5}}{4}F$$

$$\sum F_{iy} \overset{!}{=} 0: \quad A_z + S_8\frac{1}{\sqrt{2}} + S_7\frac{1}{\sqrt{5}} \quad \Rightarrow \quad S_8 = -\frac{3\sqrt{2}}{4}F$$

Knotenpunktverfahren:



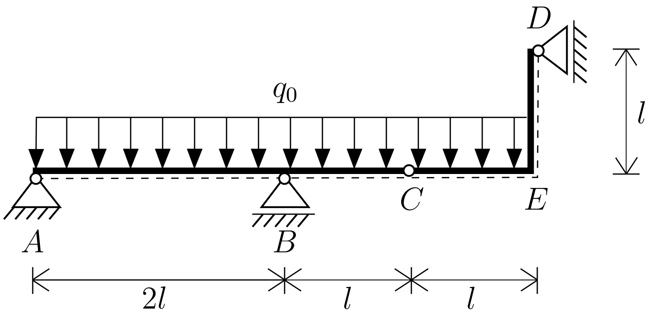
$$\sum F_{ix} \overset{!}{=} 0: \qquad S_7\frac{2}{\sqrt{5}} - S_5\frac{2}{\sqrt{5}} + F = 0$$

$$\Rightarrow S_5 = S_2 + \frac{\sqrt{5}F}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{4}F$$

$$\sum F_{iy} \overset{!}{=} 0: \qquad S_6 = -\frac{1}{\sqrt{5}}(S_5 + S_8) = -F$$

2. Aufgabe: (ca. 28 % der Gesamtpunkte)

Aufgabe 2.1



Der skizzierte Gelenkrahmen wird durch die Streckenlast q_0 belastet.

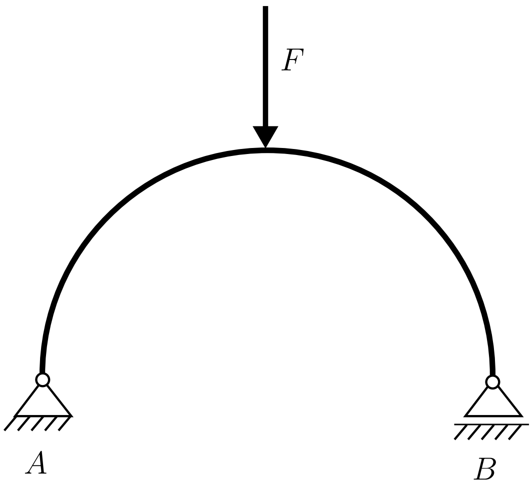
a) Schneiden Sie das System frei und bestimmen Sie die Lagerreaktionen.

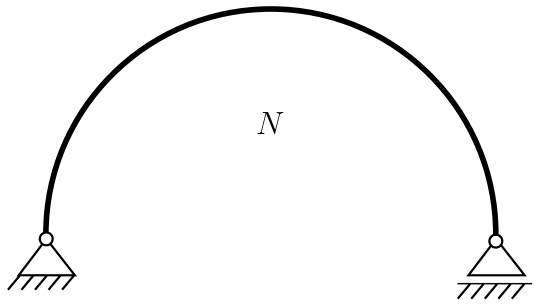
b) Skizzieren Sie die Verläufe von Normalkraft N, Querkraft Q und Biegemoment M unter Angabe der maßgebenden Ordinaten in den unten dafür vorgesehenen Vorlagen.

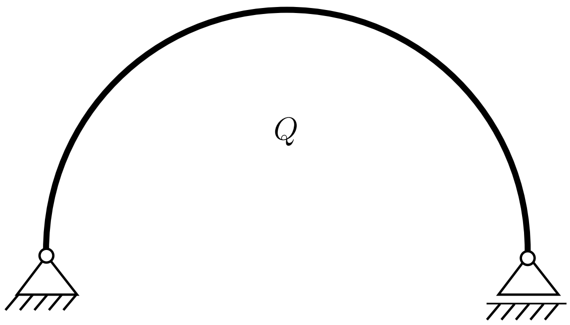
Gegeben: q_0, l

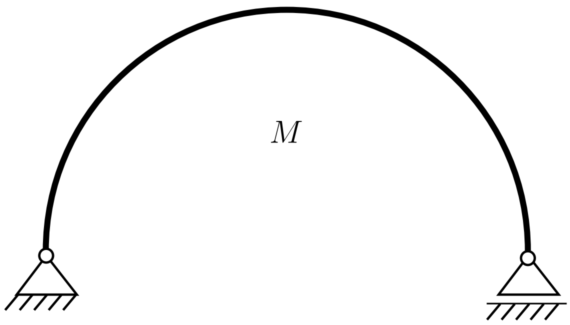
Aufgabe 2.2

Skizzieren Sie für den dargestellten Halbkreisbogen die Verläufe von Normalkraft N, Querkraft Q und Biegemoment M in den unten vorgegebenen Vorlagen.



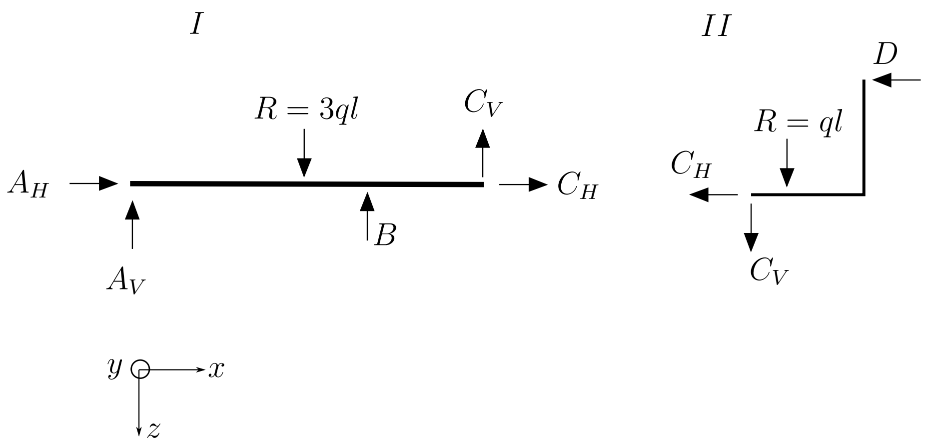






Musterlösung - Aufgabe 2

2.1 a)

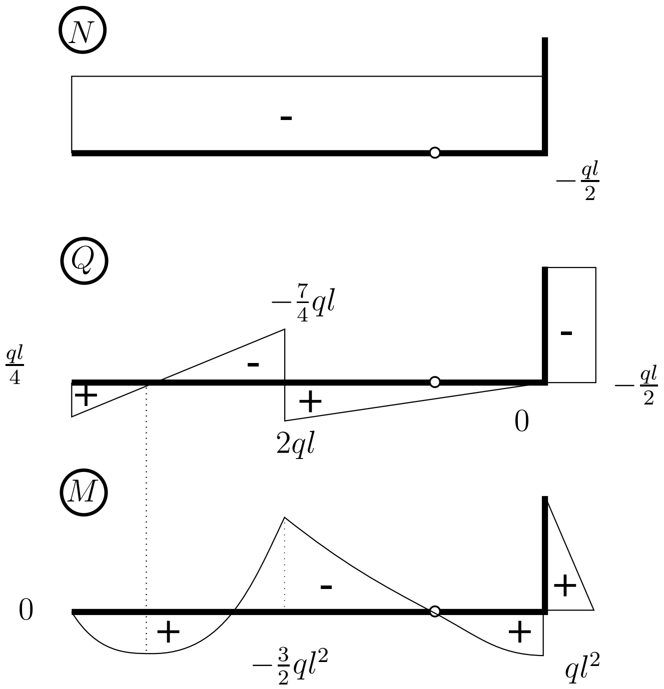


$$
\begin{aligned}
\text{I)}: \sum F_{ix} = 0: &\qquad C_H + A_H = 0 &&\rightarrow A_H = -C_H \\
\sum F_{iz} = 0: &\qquad -A_V - B - C_V + 3q_0 l = 0 && \\
\sum M_{iy}^A = 0: &\qquad B \cdot 2l + C_V \cdot 3l - 3q_0 l \cdot \frac{3}{2} l = 0 &&\rightarrow B = \frac{9}{4} q_0 l - \frac{3}{2} C_V
\end{aligned}
$$

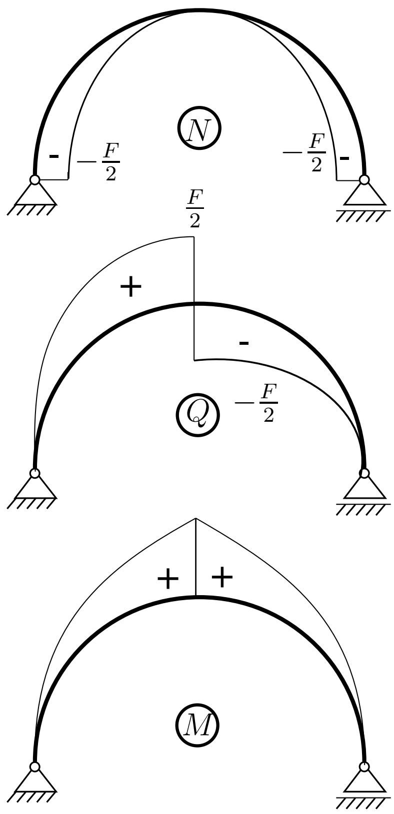
$$
\begin{aligned}
\text{II)}: \sum F_{ix} = 0: &\qquad -C_H - D = 0 &&\rightarrow D = -C_H \\
\sum F_{iz} = 0: &\qquad C_V + R = 0 &&\rightarrow C_V = -q_0 l \\
\sum M_{iy}^C = 0: &\qquad -q_0 l \frac{l}{2} + Dl = 0 &&\rightarrow D = \frac{q_0 l}{2}; \qquad C_H = -\frac{q_0 l}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow A_H &= \frac{q_0 l}{2} \\
B &= \frac{15}{4} q_0 l \\
A_V &= 3q_0 l - B - C_V = 3q_0 l - \frac{15}{4} q_0 l + q_0 l = \frac{1}{4} q_0 l
\end{aligned}
$$

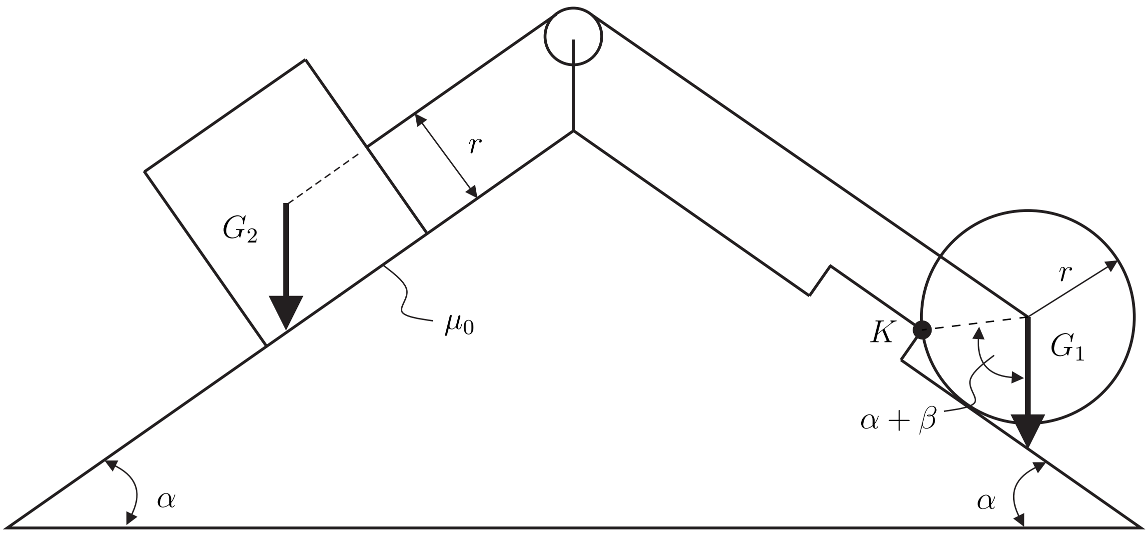
b)


N
-
$-\frac{ql}{2}$
Q
$-\frac{7}{4}ql$
$\frac{ql}{4}$
-
+
+
-
$-\frac{ql}{2}$
0
$2ql$
M
0
-
+
+
+
$-\frac{3}{2}ql^2$
ql^2

2.2 a)


N
-
$-\frac{F}{2}$
$-\frac{F}{2}$
-
$\frac{F}{2}$
+
-
Q
$-\frac{F}{2}$
+
+
M

3. Aufgabe (ca. 25 % der Gesamtpunkte)



Auf einer doppelseitigen schiefen Ebene mit je einem Neigungswinkel α ruhen ein Klotz und eine Walze, welche durch ein masseloses Seil miteinander verbunden sind. Dieses Seil wird reibungsfrei über eine Rolle umgelenkt. Die Ebene unter dem Klotz ist rau (Haftungskoeffizient μ_0).

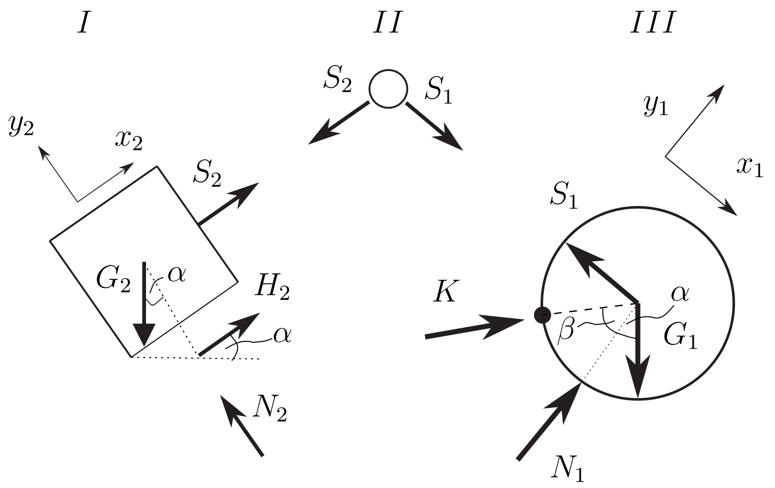
a) Schneiden Sie das System frei und stellen Sie alle Gleichgewichtsbedingungen auf.

b) Bestimmen Sie die Gewichtskraft des Klotzes G_2, damit die Walze gerade nicht über die Kante K rollt.

Gegeben: $G_1,\ r,\ \alpha,\ \mu_0,\ \beta$

Musterlösung - Aufgabe 3

a)



- Körper I:

$$\sum F_{ix_2} = 0: \quad S_2 - G_2 \cdot \sin(\alpha) + H_2 = 0 \tag{1}$$
$$\sum F_{iy_2} = 0: \quad -G_2 \cdot \cos(\alpha) + N_2 = 0 \tag{2}$$

- Körper II:
  Reibungsfrei um Rolle umgelenktes Seil:

$$S_1 = S_2 =: S \tag{3}$$

- Körper III:

$$\sum F_{ix_1} = 0: \quad -S + G_1 \cdot \sin(\alpha) + K \cdot \sin(\beta) = 0 \tag{4}$$
$$\sum F_{iy_1} = 0: \quad N_1 + K\cos(\beta) - G_1 \cdot \cos(\alpha) = 0 \tag{5}$$

b)

- Bedingung für das Abheben: $N_1 \stackrel{!}{=} 0$
- Grenzfall: $H_2 = \mu_0 N_2$
  mit (2): $N_2 = G_2 \cdot \cos(\alpha)$
  mit (1) und (3): $H_2 = G_2 \cdot \sin(\alpha) - S$

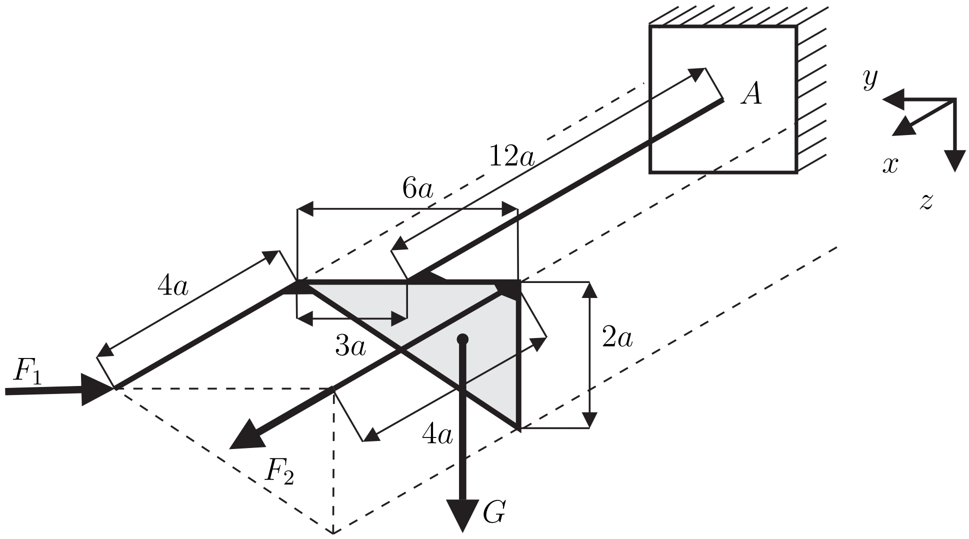
$$\Rightarrow G_2 \cdot \sin(\alpha) - S = \mu_0 G_2 \cdot \cos(\alpha) \tag{6}$$

- Bestimmung von S:
  mit (4): $S = G_1 \sin(\alpha) + K \cdot \sin(\beta)$
  mit (5) und (6): $K = G_1 \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta)}$

$$\Rightarrow S = G_1 \sin(\alpha) + G_1 \cos(\alpha) \cdot \tan(\beta)$$

$$\Rightarrow G_2 = \frac{G_1 \left(\sin(\alpha) + \cos(\alpha) \cdot \tan(\beta)\right)}{\sin(\alpha) - \mu_0 \cdot \cos(\alpha)}$$

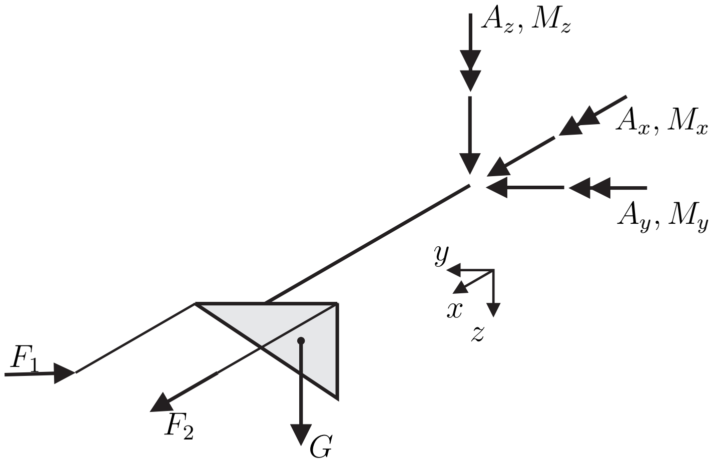
4. Aufgabe: (ca. 22 % der Gesamtpunkte)



Das dargestellte Tragwerk ist in A eingespannt und wird durch die Einzelkräfte $\mathbf{F}_1 = -F_1\boldsymbol{e}_y$, $\mathbf{F}_2 = F_2\boldsymbol{e}_x$ sowie durch das Eigengewicht der Scheibe G (homogene Dreiecksscheibe mit konstanter Dicke) belastet. Bestimmen Sie alle Lagerreaktionen in A.

Gegeben: $a,\ F_1,\ F_2,\ G$

Musterlösung - Aufgabe 4 Freischnitt



$$\sum F_x = 0: \quad A_x + F_2 = 0 \quad \rightarrow \quad A_x = -F_2$$
$$\sum F_y = 0: \quad A_y - F_1 = 0 \quad \rightarrow \quad A_y = F_1$$
$$\sum F_z = 0: \quad A_z + G = 0 \quad \rightarrow \quad A_z = -G$$
$$\sum M_x = 0: \quad M_x - G \cdot 1a = 0 \quad \rightarrow \quad M_x = Ga$$
$$\sum M_y = 0: \quad M_y - G \cdot 12a = 0 \quad \rightarrow \quad M_y = G \cdot 12a$$
$$\sum M_z = 0: \quad M_z - F_1(12a + 4a) + F_2 3a = 0 \quad \rightarrow \quad M_z = 16F_1 a - 3F_2 a$$

Modulprüfung
Statik starrer Körper
am 18. August 2021

Lösungsvorlage

Name: .... Vorname: ....

Matr.-Nr: .... Studiengang: ....