

## Masterarbeit

# Starrkörperdynamik in der Optimalsteuerung: Alternative Formulierungen und strukturerhaltende Integration

*Rigid Body Dynamics in Optimal Control: Alternative Formulations and structure-preserving Integration*

In der modernen Gesellschaft spielt Energieeffizienz eine zunehmend entscheidende Rolle. Der mathematische Rahmen energieeffizienter Berechnungen wird hierbei von der Optimalsteuerung bereit gestellt. Insbesondere in der Robotik sowie der Luft- und Raumfahrt leistet sie einen äußerst wichtigen Dienst, da erst mit ihrer Hilfe energieeffiziente Manöver möglich werden. Für viele moderne Anwendungen bildet hierbei die Modellierung der Systeme mittels starrer Körper eine gute Näherung, siehe [[10] Abschnitt 4.3]. Starrkörper werden meist durch redundante Koordinaten beschrieben, was auf holonome Bindungen führt. Da somit ein gebundenes mechanisches System vorliegt, ergeben sich die Bewegungsgleichungen der Starrkörper in Form differential-algebraischer Gleichungen (DAEs). In der Optimalsteuerung führen DAEs jedoch zu strukturellen Problemen, welche aktueller Bestandteil der Forschung sind, [8, 9]. Bei der Optimalsteuerung starrer Körper spielt die numerische Approximation der Rotationen eine entscheidende Rolle und sollen daher Hauptbestandteil dieser Arbeit sein.

In dieser Arbeit sollen die Formulierungen der Rotationen mittels Direktorformulierung sowie Quaternionen gegenübergestellt und verglichen werden. Die Diskretisierung der Gleichungen der Optimalsteuerung soll mittels eines variationellen Integrators erfolgen, [9]. Vor- und Nachteile der beiden alternativen Approximationen der Rotation sollen im Rahmen geeigneter numerischer Beispiele, siehe beispielsweise [[10] Abschnitt 4.3], ermittelt werden.

### Arbeitsplan

Im Rahmen der Masterarbeit ist folgender Arbeitsplan vorgesehen:

- a) Einarbeitung in die beiden alternativen Formulierungen der Rotation im Rahmen der Starrkörperdynamik, [1, 2, 4, 7] und [3, 5, 10].
- b) Numerische Implementierung der beiden Starrkörperformulierungen unter Verwendung eines strukturerhaltenden variationellen Integrators, [9].
- c) Auswertung und Vergleich der Integratoren bezüglich der numerischen Integration im Rahmen der Mechanik.
- d) Einarbeiten in den mathematischen Rahmen der Optimalsteuerung gebundener mechanischer Systeme, [6, 9]
- e) Numerische Implementierung der beiden Starrkörperformulierungen unter Verwendung eines strukturerhaltenden variationellen Integrators, [9].
- f) Auswertung und Vergleich der Approximationen der Rotationen in der Optimalsteuerung.

## Voraussetzungen

Numerische Strukturmechanik, Programmierkenntnisse in MATLAB.

## Ansprechpartner

Simeon Schneider (simeon.schneider@kit.edu),  
Paul Wasmer (paul.wasmer@kit.edu)

## Bearbeiter/-in

Name: Vorname Nachname  
Matr.-Nr.: 170000

## Termine

Ausgabedatum: DD.MM.YYYY  
Soll-Abgabedatum: DD.MM.YYYY  
Ist-Abgabedatum: DD.MM.YYYY  
Vortrag gehalten am: DD.MM.YYYY

## Literatur

- [1] P. Betsch. Structure-preserving integrators in nonlinear structural dynamics and flexible multibody dynamics, 2016.
- [2] P. Betsch and N. Sanger. On the consistent formulation of torques in a rotationless framework for multibody dynamics. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 127:29–38, 2013.
- [3] P. Betsch and R. Siebert. Rigid body dynamics in terms of quaternions: Hamiltonian formulation and conserving numerical integration. *Int. J. Numer. Meth. Engrng.*, 79:444–473, 2009.
- [4] P. Betsch and P. Steinmann. Constrained integration of rigid body dynamics. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 191:467–488, 2001.
- [5] E. Dam, M. Koch, and M. Lillholm. Quaternions, interpolation and animation. *Technical Report DIKU-TR*, 98/5, 1998.
- [6] M. Gerds. *Optimal control of ODEs and DAEs*. De Gruyter, Berlin, Boston, 2012.
- [7] S. Krenk and M. Nielsen. Conservative rigid body dynamics by convected base vectors with implicit constraints. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 269:437–453, 2014.
- [8] B. Martens and M. Gerds. Convergence analysis for approximations of optimal control problems subject to higher index differential-algebraic equations and mixed control-state constraints. *SIAM J. CONTROL OPTIM.*, 58:1–33, 2020.
- [9] S. Schneider and P. Betsch. *On Optimal Control in Redundant Coordinates*. Proceeding of the 11th ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics, 2023.
- [10] R. Siebert. *Mechanical integrators for the optimal control in multibody dynamics*. PhD Thesis. Siegen, 2012.