

Masterarbeit

Der Starrkörper als mechanisches System: Alternative Formulierung mittels Quaternionen

The rigid body as a mechanical system: Alternative formulation using quaternions

Zur Analyse der Bewegung von Starrkörpern ist es nötig deren Orientierung im Raum zu beschreiben. Die Orientierung wird über orthogonale Tensoren aus der nichtlinearen Manigfaltigkeit $SO(3)$ dargestellt [3]. In der Regel werden hierzu Parametrisierungen von $SO(3)$ mit Hilfe von Winkeln (z.B. Euler- oder Kardanwinkel) verwendet. Es ist jedoch bekannt, dass diese Formulierungen Singularitäten aufweisen. Eine Formulierung frei von Singularitäten kann mittels Quaternionen erreicht werden [4]. Dabei wird es bei den meisten Formulierungen notwendig die Einheitslänge der Quaternionen über Zwangsbedingungen einzufordern. Alternativ kann jedoch unter Zuhilfenahme der zugrundeliegenden mathematischen Struktur eine Formulierung ohne Zwangsbedingungen aufgestellt werden [5].

In der Masterarbeit soll nun eine solche Formulierung ohne Zwangsbedingungen erarbeitet und mit herkömmlichen Formulierungen verglichen werden. Dabei werden zunächst bestehende Algorithmen implementiert und im Anschluss daran die neu entwickelte Formulierung umgesetzt. Dabei sollen die Vor- und Nachteile zwischen der neuartigen Formulierung und klassischen Verfahren anhand von Beispielen herausgearbeitet werden.

Arbeitsplan

Im Rahmen der Masterarbeit ist folgender Arbeitsplan vorgesehen:

- a) Einarbeitung in die Darstellung von Rotationen
- b) Einarbeitung in Quaternionen [3, 4] und die Grundzüge von Lie-Gruppen [7],
- c) Einarbeitung in die Optimierung auf Manigfaltigkeiten [1, 2, 5, 6],
- d) Recherche nach bestehenden Algorithmen und deren Implementierung,
- e) Aufstellen einer zwangsbedingungs-freien Formulierung,
- f) Numerische Implementierung der Formulierung,
- g) Auswertung und Vergleich mit klassischen Verfahren im Rahmen von geeigneten Beispielen,
- h) Dokumentation der Theorie und Ergebnisse mittels \LaTeX .

Voraussetzungen

Numerische Struktur-dynamik, mathematisches Interesse, Programmierkenntnisse in MATLAB, sehr gute Englischkenntnisse.

Ansprechpartner

Peter Betsch (peter.betsch@kit.edu)

Paul Wasmer (paul.wasmer@kit.edu)

Bearbeiter/-in

Name: VornameStudi Nachname

Matr.-Nr.: 170000

Termine

Ausgabedatum: 1.1.2020

Soll-Abgabedatum: 1.1.2020

Ist-Abgabedatum: 1.1.2020

Vortrag gehalten am: 1.1.2020

Literatur

- [1] ABSIL, P.-A., MAHONY, R. und SEPULCHRE, R. *Optimization Algorithms on Matrix Manifolds*. Princeton University Press, 2009. ISBN: 9781400830244. DOI: doi : 10 . 1515 / 9781400830244. URL: <https://doi.org/10.1515/9781400830244>.
- [2] ABSIL, P.-A., MAHONY, R. und TRUMPF, J. *An extrinsic look at the Riemannian Hessian*. Techn. Ber. UCL-INMA-2013.01-v2. U.C.Louvain, 2013. URL: <http://sites.uclouvain.be/absil/2013.01>.
- [3] BETSCH, P. und SIEBERT, R. Rigid body dynamics in terms of quaternions: Hamiltonian formulation and conserving numerical integration. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(4): 444–473, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1002/nme.2586>.
- [4] DAM, E. B., KOCH, M. und LILLHOLM, M. *Quaternions, Interpolation and Animation*. Technical Report DIKU-TR-98/5. Department of Computer Science, University of Copenhagen, 1998.
- [5] SANDER, O., NEFF, P. und BRÎSAN, M. Numerical treatment of a geometrically nonlinear planar Cosserat shell model. In: *Computational Mechanics*, 57: 817–841, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00466-016-1263-5>.
- [6] SIMO, J. The (symmetric) Hessian for geometrically nonlinear models in solid mechanics: Intrinsic definition and geometric interpretation. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 96(2): 189–200, 1992. DOI: [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(92\)90131-3](https://doi.org/10.1016/0045-7825(92)90131-3).
- [7] SOLÀ, J., DERAY, J. und ATCHUTHAN, D. *A micro Lie theory for state estimation in robotics*. 2018. DOI: 10.48550/ARXIV.1812.01537. URL: <https://arxiv.org/abs/1812.01537>.