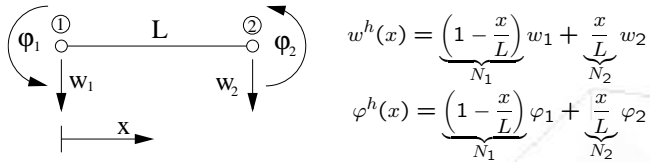


# Die Discrete-Strain-Gap-Methode für geometrisch lineare Solid-Shell-Elemente mit bilinearen Ansatzfunktionen

Diplomarbeit cand. ing. Steffen Mattern

## Erläuterung am TIMOSHENKO-Balkenelement

Betrachtet wird ein Balkenelement mit linearen Ansätzen für Verschiebung und Rotation:



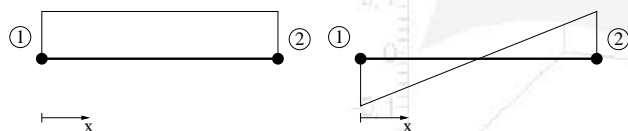
Aus einem allgemeinen Verformungszustand mit

$$w(0) = W_0, w(L) = W_L \quad \varphi(0) = \Phi_0, \varphi(L) = \Phi_L,$$

erhält man die diskretisierten Querschubverzerrungen:

$$\gamma^h(x) = \frac{\partial w^h}{\partial x} + \varphi^h = \frac{1}{L}(W_L - W_0) + \Phi_0 + \frac{x}{L}(\Phi_L - \Phi_0).$$

Diese lassen sich in konsistente ( $\gamma_k$ ) und parasitäre ( $\gamma_p$ ) Anteile aufspalten



$$\gamma_k = \frac{1}{L}(W_L - W_0) + \frac{1}{2}(\Phi_L + \Phi_0) \quad \gamma_p = \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{2}\right)(\Phi_L - \Phi_0)$$

Wegen des parasitären Anteils kann die Bedingung für reine Biegung ( $\gamma \equiv 0$ ) nicht im gesamten Element erfüllt werden. Es müssen also diese parasitären Verzerrungen eliminiert werden. Dies geschieht mit der DSG-Methode (nach BLETZINGER, BISCHOFF, RAMM - 2000) in drei Schritten:

- Integration der Verzerrungen über das Element  
 ↪ diskrete Verzerrungsklaffungen (*Discrete Strain Gaps*).

$$\Delta\gamma_1 = \int_0^L \gamma_k dx + \int_0^L \gamma_p dx = 0$$

$$\Delta\gamma_2 = \int_0^L \gamma_k dx + \int_0^L \gamma_p dx = \int_0^L \gamma_k dx + 0$$

- Interpolation der Schubklaffungen über das Element  
 ↪ Verschiebungsverlauf, frei von parasitären Anteilen.

$$\Delta\gamma^* = N_1 \Delta\gamma_1 + N_2 \Delta\gamma_2$$

- Differentiation zum modifizierten Verzerrungsverlauf  
 ↪ Verzerrungsverlauf, frei von parasitären Anteilen.

$$\gamma^{DSG} = \frac{d\Delta\gamma^*}{dx}$$

## Allgemeine Formeln zur DSG-Modifikation der Verzerrungsverläufe des Solid-Shell-Elementes

- Normalverzerrungen

$$E_{aa}^{DSG} = N_{,\theta^a}^K \int_{\theta_0^a}^{\theta_K^a} E_{aa} d\theta^a, \quad a = 1, \dots, 3$$

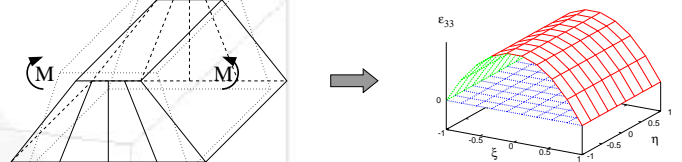
- Schubverzerrungen

$$E_{ab}^{DSG} = \frac{1}{2} \left[ N_{,\theta^a}^M \int_{\theta_0^a}^{\theta_K^a} (N_{,\theta^b}^K \int_{\theta_0^b}^{\theta_K^b} E_{ab} d\theta^b) d\theta^a \right], \quad a, b = 1, \dots, 3$$

## Versteifungsproblem beim Solid-Shell-Element

Beispiel: 'Curvature-Thickness-Locking'

Bei reiner Biegebeanspruchung eines Elementes mit schiefliegenden Direktoren ergibt sich ein quadratischer Verlauf der Normalverzerrungen in Dickenrichtung, der die Bedingung  $E_{33} \equiv 0$  nicht erfüllen kann.



## Anwendung der DSG-Methode

→ Modifikation der B-Matrix

- Ermittlung der 'Discrete-Strain-Gaps' an den Knoten

$$\Delta E_{33}^K = \int_{\zeta_0}^{\zeta_K} E_{33}(\xi_K, \eta_K, \zeta) d\zeta$$

- Interpolation und Differentiation

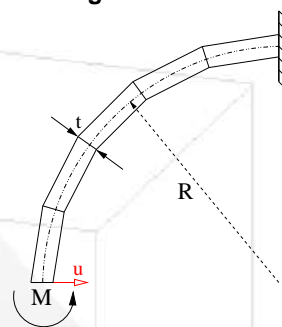
$$E_{33}^{DSG} = \frac{\partial N^K}{\partial \zeta} \Delta E_{33}^K = N_{,\zeta}^K \Delta E_{33}^K$$

- Aufstellen der modifizierten B-Matrix

$$B^{DSG}(4) = \frac{\partial E_{33}^{DSG}}{\partial d_e}$$

## Beispiel: Zylinderstreifen unter Biegung

Durch die regelmäßige Vernetzung eines Viertelkreises entstehen automatisch trapezförmige Elemente → **Locking**



Geometrie:

$$R = 0,1$$

$$b = 2,5 \cdot 10^{-2}$$

$$t = 2,5 \cdot 10^{-2} \dots 2,5 \cdot 10^{-5}$$

Material:

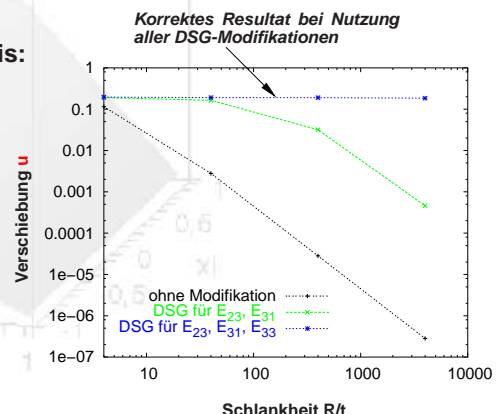
$$E = 2,0 \cdot 10^5$$

$$\nu = 0$$

Belastung:

$$M = 8 \left(\frac{t}{R}\right)^3$$

Ergebnis:



Korrektes Resultat bei Nutzung aller DSG-Modifikationen