

Schwingungsbasierte Schadensdiagnose delaminierter Verbundstrukturen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für

Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften
der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Ingolf Müller
aus Arnstadt

Tag der mündlichen Prüfung : 30. Juni 2005

Hauptreferent : Prof. Dr.-Ing. habil. P. Vielsack

Korreferent : Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. habil. J. Wauer

Korreferent : Prof. Dr.-Ing. K. Schweizerhof

Karlsruhe 2005

Kurzfassung

Geschichtet aufgebaute Verbundwerkstoffe werden aufgrund ihrer guten spezifischen und gezielt einstellbaren Materialeigenschaften in zunehmendem Maße für vielfältige technische Anwendungen eingesetzt. Delaminationen stellen die häufigste Schadensklasse laminatartiger Materialien dar und führen oft zu einer erheblichen Herabsetzung der mechanischen Eigenschaften, die nicht selten den Auslösemechanismus für ein globales Strukturversagen bildet. Dies begründet die Notwendigkeit der Entwicklung zuverlässiger und effizienter Verfahren zur zerstörungsfreien Schadensdiagnose.

Das Schwingungsverhalten delaminierter Strukturen wird von stark nichtlinearen Phänomenen dominiert, die an der Schadensstelle entstehen und Auswirkungen auf die globale Bewegung des Systems besitzen. Das Vorliegen unilateraler Bindungen sowie das Auftreten flächenhafter, dissipativer Stoßkontakte zwischen den gelösten Teilsystemen führt gegenüber einer ungeschädigten Struktur zu einer erheblichen Änderung der Schwingungseigenschaften. Die gezielte Ausnutzung dieser Schadensnichtlinearität als Grundlage eines experimentellen, modellunterstützten Detektionsverfahrens zeigt eine bemerkenswerte schadensbezogene Sensitivität und erlaubt anhand des Nichtlinearitätsdurchgriffs eine Delaminationserkennung auf Systemebene. Hierfür wird ein Nichtlinearitätsmaß eingeführt, das die Linearitätsabweichung ausgewählter Schwingungsantworten quantifiziert und damit als Schadensindikator dient.

Die numerische Erfassung der beschriebenen Schwingungsphänomene führt auf den Problemkreis der nicht-glatte dynamischen Systeme. Alle grundlegenden Schwingungseigenschaften delaminierter Strukturen können anhand nicht-glatte Starrkörpermodelle mit einer geringen Anzahl unabhängiger Koordinaten herausgestellt werden. Die weiterführende FE-Simulation geschädigter Strukturen zur Einbindung in ein nichtlineares modellbasiertes Identifikationsverfahren erfordert die zuverlässige Erfassung der dynamischen Stoßkontakte, da diese den Schädigungszustand repräsentieren. Herkömmliche Kontaktelemente auf der Basis einer Feder-Dämpfer-Regularisierung können für die Abbildung dieses speziellen Kontakttyps nicht verwendet werden, da die Wahl der benötigten Regularisierungsparameter sich in hohem Maße auf die Struktur der berechneten Lösung auswirkt und somit den Prognosecharakter des Simulationsmodells in Frage stellt. Als Alternative wird eine Stoßgesetz-Penalty-Formulierung eingeführt, welche die genannten Schwierigkeiten überwindet. In Verbindung mit einer problemorientierten Modellierung der untersuchten delaminierten Mehrschichtbalken entsteht somit eine zuverlässige und effiziente FE-Simulation des nicht-glatte Schwingungsverhaltens derart geschädigter Systeme.

Das vorgestellte Konzept zur nichtlinearen modellbasierten Schadensidentifikation erfordert die Lösung eines inversen Problems, bei dem die Abweichungen der nichtlinearen Schwingungsantworten zwischen Experiment und Simulation als Residuum formuliert werden, dessen Minimierung die sukzessive algorithmische Modellkorrektur steuert. Das in diesem Zusammenhang zu lösende nicht-konvexe Optimierungsproblem verlangt die Verwendung einer speziellen Optimierungsstrategie mit globalem Charakter.

Abstract

Due to their inherently high specific mechanical properties, composite materials are increasingly being used as primary structural components in various fields of engineering application. The presence of delamination, that appears as debonding of adjacent plies, may significantly reduce the mechanical properties. This type of damage is one of the most common failure modes in composite laminates and may cause degradation of strength and overall stiffness. Therefore, a major interest lies in the ability of non-destructive monitoring of the structural integrity and the reliable detection of delamination at the earliest possible state.

The oscillation properties of delaminated structures are dominated by strongly nonlinear phenomena that are associated with two major mechanisms, namely unilateral constraints and impact-like dynamic contacts in the debonded region of the structure. The basic premise of the proposed vibration-based detection technique is the fact that damage will cause nonlinear structural behaviour, which, in turn, generates a modified dynamic response compared to an essentially linear undamaged structure. The deliberate utilisation of these nonlinear phenomena for damage assessment provides the framework for a distinct sensitivity to damage-related structural alterations. Due to the penetrative character of the damage nonlinearity the proposed detection method allows to monitor changes in the structures on a global basis. For this purpose, the so-called distortion factor is introduced as a damage indicator to judge the degree of nonlinearity of the structural responses.

The numerical treatment of the arising vibro-impacting motion leads to non-smooth dynamic systems. Several rigid body models with a minimal number of coordinates provide the basis for a fundamental discussion of all relevant damage-related oscillation phenomena. For the ensuing FE formulation, as the integral part of a nonlinear model-based method for damage identification, the fundamental challenge consists in the reliable capture of the periodically appearing impact-like dynamic contacts within the stationary state of motion. Standard procedures for contact modeling in FE methods as given by the penalty formulation are associated with a distinct sensitivity of the computed solution in regard to the regularisation parameters to be chosen. In an effort to overcome these difficulties, a promising alternative approach of remarkable robustness is addressed for description of impact-like contacts which is mainly based on the theory of sudden impacts involving contact dissipation. Finally, a conception combining the previously explored contact formulation with a problem-oriented numerical model provides the key to achieve an efficient and reliable simulation technique for the considered non-smooth oscillations of delaminated beam-type structures.

For the presented nonlinear model-based identification method inverse analysis is employed by means of a computational model update procedure. An appropriate residual function on the basis of the nonlinear structural response is adopted to control the iterative adaptation of the damage scenario involved in the numerical model. Due to the nonlinear nature of the parameterised mapping the minimisation problem is, in general, non-convex and may imply in many of cases that several local minima occur in the residual function. A special optimisation technique with global character is required to overcome this difficulty and to achieve success in inverse damage identification.

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanik der Universität Karlsruhe.

Mein besonderer Dank gilt meinem verehrten Lehrer Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Vielsack, der die Anregung zu dieser Arbeit gab. Ohne seine hervorragende Betreuung, seine stets wohlwollende Förderung sowie seine kompetente wissenschaftliche und persönliche Unterstützung wäre die vorliegende Arbeit in dieser Form nicht möglich gewesen. Darüber hinaus gebührt Ihm mein Dank für die Übernahme des Hauptgutachtens.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. habil. Jörg. Wauer danke ich herzlich für die Erstellung eines Zweitgutachtens, seine zahlreichen wichtigen Anmerkungen sowie für das lebhaftes Interesse, das er meiner Arbeit in verschiedenen Diskussionen entgegenbrachte.

Darüber hinaus danke ich besonders Herrn Prof. Dr.-Ing. Karl Schweizerhof für seine vielfältigen Anregungen und seine Unterstützung, insbesondere bei Fragen im Zusammenhang mit den numerischen Methoden, sowie für die Übernahme eines Korreferats und die aufmerksame und zügige Durchsicht der Arbeit.

In hohem Maße bin ich Herrn Dr.-Ing. Hans Schmiege zu Dank verpflichtet, der den Fortgang der Arbeit in jeder Situation mit großem Engagement und wertvollen Anregungen unterstützte und wesentlich zum Gelingen der experimentellen Untersuchungen beigetragen hat. Ferner danke ich unserem Werkstattleiter Herrn Willi Wendler für seinen engagierten Einsatz bei der praktischen Umsetzung zahlreicher Ideen und seine stete Hilfsbereitschaft beim Beseitigen kleiner und großer Probleme.

An dieser Stelle möchte ich es nicht versäumen, allen Kollegen des Instituts für Mechanik sowie der Forschungsgruppe Biomechanik für die freundliche und konstruktive Arbeitsatmosphäre zu danken, und erinnere mich gern an den regen Austausch in fachlichen sowie fachfremden Diskussionen. Mein besonderer Dank gilt meinem Zimmerkollegen Herrn Dipl.-Ing. Stephan Kizio für die angenehme Zusammenarbeit und sein Diskussionsinteresse. Des weiteren danke ich meinem ehemaligen Kollegen Herrn Dr.-Ing. Jens Neumann für seine Unterstützung, gerade in der letzten Phase dieser Arbeit.

Mein Dank gilt außerdem Herrn Prof. Dr.-Ing. Frieder Thiele, der mich als Student und Mitarbeiter am Fachgebiet Stahlbau der Universität Kassel für verschiedene Aspekte der Mechanik begeistert hat.

Nicht zuletzt danke ich meiner Lebensgefährtin Maria-Kristin, meinen Eltern und Freunden für die vielseitige und tatkräftige Unterstützung sowie die entgegengebrachte Geduld.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	7
2	Grundlagen und Stand der Forschung	11
2.1	Verbundwerkstoffe	11
2.2	Schädigungen von Verbundwerkstoffen	12
2.3	Überblick über Ansätze zur Schadensdiagnose und ihre Grenzen	13
2.3.1	Schadensdefinition und Referenzzustand	13
2.3.2	Schadensdiagnose als inverses Problem	13
2.3.3	Zielsetzung einer Schadensdiagnose	14
2.3.4	Ansätze für eine Schadensdiagnose	15
2.4	Klassifizierung schwingungsbasierter Verfahren	16
2.4.1	Klassifikation nach Umfang der zugrundeliegenden Modelle	16
2.4.2	Klassifikation nach der Erfassung der Schädigung im Modell	18
2.5	Ansatz der im folgenden gewählten Vorgehensweise	18
2.5.1	Grundlagen der nichtlinearen schwingungsbasierten Schadensdiagnose	18
2.5.2	Modellproblem einer Delamination	19
3	Nicht-glatte dynamische Systeme	21
3.1	Definition nicht-glatte dynamischer Systeme	21
3.2	Eigenschaften nicht-glatte dynamischer Systeme	22
3.2.1	Integration der glatten Teillösungen	23
3.2.2	Schaltstellensuche und numerische Störungen	24
3.2.3	Verbesserte Bestimmung der Zustandsübergänge durch Nachiteration	27

3.3	Nicht-glatte Systeme mit Stoßkontakt	29
3.3.1	Modellierung von Stoßkontakten	29
3.3.2	Das NEWTONsche Stoßgesetz	31
3.3.3	Charakteristik stationärer Schwingungen nicht-glatte Systeme mit Stoßkontakt	34
4	Charakterisierung des Schwingungsverhaltens delaminierter Strukturen	37
4.1	Anmerkungen zur Modellbildung	37
4.2	Starrkörpermodell für das Schwingungsverhalten delaminierter Strukturen	40
4.2.1	Mechanisch-mathematische Beschreibung des Modells mit zwei Einzelmassen	40
4.2.2	Parameterwahl	47
4.2.3	Ergebnisse für feste Parameterwahl	48
4.2.4	Ergebnisse der Parameterstudie	52
4.3	Beurteilung der Antwort im Frequenzbereich	67
4.3.1	Gestalt der erhaltenen Spektren	67
4.3.2	Repräsentation von Systemeigenschaften im Linienspektrum des geschädigten Systems	69
4.4	Bewertung der Linearitätsabweichung von Strukturschwingungen	73
4.5	Erweitertes Stoßschwingermodell	75
4.5.1	Mechanisch-mathematische Beschreibung des erweiterten Modells	76
4.5.2	Ergebnisse des erweiterten Stoßschwingermodells	78
4.6	Schlußfolgerungen aus den theoretischen Untersuchungen an Minimal- modellen	80
5	Analyse schwingender Kontinua mit Stoßkontakt auf der Basis der Finite Elemente Methode	83
5.1	Grundlagen zur Anwendung der Finite Elemente Methode für dynami- sche Kontaktprobleme	83
5.1.1	Schwache Form des Gleichgewichts und räumliche Diskretisierung	84
5.1.2	Numerische Zeitintegration	86
5.1.3	Klassische Kontaktformulierungen für Normalkontakt und Er- weiterung für dynamische Stoßkontakte	90

5.1.4	Erweiterung des klassischen Penalty-Verfahrens für dynamische Stoßkontakte	93
5.2	Anforderungen und Probleme bei der Abbildung nicht-glatte Schwingungen mit der FEM	95
5.3	Untersuchung der Penalty-Regularisierung anhand eines dynamischen Einpunkt-Kontaktes	97
5.3.1	Benchmarkproblem für die regularisierte Kontaktbeschreibung	97
5.3.2	Experimentelle Bestätigung der semi-analytischen Ergebnisse	98
5.3.3	Beschreibung des Systems mit einer Penalty-Regularisierung	101
5.3.4	Lokale Untersuchung von Fehlerquellen bei der regularisierten Berechnung	112
5.3.5	Schlußfolgerungen	114
5.4	Numerische Abbildung des dynamischen Linienkontaktes	115
5.4.1	Aufbau des untersuchten Systems und Versuchsanordnung	115
5.4.2	Experimentelle Untersuchung des Systems	117
5.4.3	Experimentelle Untersuchung eines Balkens mit Querstoßkontakt	121
5.4.4	Numerische Simulation des Systems mit der FE-Methode	124
5.4.4.1	Kontaktbeschreibung mit dem Penalty-Verfahren	125
5.4.4.2	Kontaktbeschreibung durch Kombination von NEWTONschem Stoßgesetz und Penalty-Steifigkeit	128
5.4.5	Schlußfolgerungen	136
5.5	Simulationsmodelle für stationäre Schwingungen delaminierter Balkenstrukturen	138
6	Experimentelle, modellunterstützte Detektion von Delaminationen	143
6.1	Erkenntnisse für die experimentellen Untersuchungen aus den numerischen Betrachtungen	143
6.2	Experimentelle Charakterisierung delaminierter Mehrschichtbalken	145
6.2.1	Untersuchungen im linearen Systembereich	147
6.2.1.1	Vergleich der Transferfunktionen des geschädigten und ungeschädigten Systems	147
6.2.2	Wahl des Erregerortes für die harmonische Erregung	150
6.2.2.1	Freie Schwingungen eines beidseitig freien Balkens	150
6.2.2.2	Erzwungene Schwingungen eines beidseitig freien Balkens	152

6.2.2.3	Diskussion der Ergebnisse	154
6.2.3	Untersuchungen im nichtlinearen Systembereich	156
6.2.4	Nichtlineare experimentelle Schadensdetektion	162
6.2.5	Untersuchung weiterer Delaminationsszenarien	166
6.2.5.1	Außermittigte Delamination	166
6.2.5.2	Symmetrische Delamination mit kurzer Länge	169
6.3	Experimentelle modellunterstützte Detektionsprozedur	170
6.4	Technische Anwendung des entwickelten Detektionsverfahrens	171
6.4.1	Beschreibung der Struktur	171
6.4.2	Experimentelle, modellunterstützte Schadensdetektion	172
6.5	Schlußfolgerungen	177
7	Nichtlineare, modellbasierte Schadensidentifikation	179
7.1	Konzept der modellbasierten Schadensdiagnose	179
7.2	Grundlagen der modellbasierten Schadensidentifikation auf der Basis der ,model update'-Strategie	181
7.2.1	Ablauf der Schadensidentifikation anhand des Rückwärtsverfahrens	181
7.2.2	Ablauf des CMU-Verfahrens zur Verwendung bei der modellba- sierten Schadensdiagnose	183
7.3	Konzept zur nichtlinearen, modellbasierten Schadensidentifikation . . .	189
7.3.1	Auswahl des Simulationsmodells	189
7.3.2	Auswahl der Residuumsfunktion	190
7.3.3	Lösung des nicht-konvexen Optimierungsproblems	199
7.3.3.1	Anforderungen und moderne Ansätze	199
7.3.3.2	Genetischer Algorithmus	200
7.3.4	Vergleich der klassischen Konzepte und der hier angewendeten Vorgehensweise	209
7.4	Technische Anwendung der nichtlinearen Schadensidentifikation an de- laminierten Balken	210
7.4.1	Beschreibung des verwendeten Strukturmodells	211
7.4.2	Identifikation am Beispiel einer mittigen Delamination	217
7.4.2.1	Untersuchung der verschiebungsbasierten Residuums- funktion	218

7.4.2.2	Modifizierter Genetischer Algorithmus mit Vorkonditionierung	224
7.4.3	Beispiel einer außermittigen Delamination	227
7.5	Schlußfolgerungen	228
8	Zusammenfassung und Ausblick	231
	Schrifttum	236

1

Einführung

Laminatartige Verbundwerkstoffe werden in zunehmendem Maße als Strukturkomponenten für verschiedene technische Anwendungen eingesetzt, welche im allgemeinen ein geringes Strukturgewicht bei gleichzeitig guten technologischen Eigenschaften erfordern. Die gezielt einstellbaren mechanischen Eigenschaften sowie die hohen spezifischen Steifigkeiten und Festigkeiten gehören zu den besonderen Vorzügen dieser Materialien. Ihr Einsatz hat deshalb auf dem Gebiet der Luft- und Raumfahrt bereits einen festen Stellenwert eingenommen, der in Zukunft ohne Zweifel weiter wachsen wird. Darüber hinaus werden derartige Kompositwerkstoffe im Maschinenbau aber auch für Anwendungen im Bauwesen bereits mit Erfolg eingesetzt.

Aufgrund des besonderen Aufbaus von Verbundstrukturen ergeben sich eine Reihe von werkstoffspezifischen Schadenstypen, von denen die Delamination die häufigste Schadensursache darstellt. Infolge bestimmter äußerer Einwirkungen, Fertigungsfehlern oder Ermüdung kann es zur örtlichen Auflösung des Verbundes benachbarter Schichten kommen. Eine derartige Delamination auf Strukturebene wird im allgemeinen von einer erheblichen Steifigkeits- und Festigkeitsreduktion begleitet, die nicht selten den Auslöser für ein globales Strukturversagen weit unterhalb des ausgelegten Bauteilwiderstandes bildet. Delaminationsschäden sind äußerlich in den wenigsten Fällen sichtbar. Dies begründet die Notwendigkeit der Entwicklung zuverlässiger und effizienter Verfahren zur zerstörungsfreien Schadensdiagnose.

Die klassischen Verfahren der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung, welche die Eigenschaften von Schall, Wirbelströmen, Magnetfeldern oder Röntgenstrahlen zur Schadensdiagnose verwenden, unterliegen zahlreichen Einschränkungen und erfordern aufgrund ihres lokalen Charakters einen erheblichen Zeit- und Kostenaufwand. Unter diesem Gesichtspunkt ist es beispielsweise nicht verwunderlich, daß derzeit mehr als ein Viertel [60] der während der Lebensdauer eines Verkehrsflugzeuges anfallenden Kosten für Inspektion, Wartung und Reparatur aufzuwenden sind.

Eine vielversprechende Alternative zu den lokalen experimentellen Verfahren bieten die schwingungsbasierten Ansätze zur Schadenserkenkung. Hierbei wird davon ausgegangen, daß der Eintritt eines Schadens zur Änderung von physikalischen und/oder geometrischen Eigenschaften (z.B. Steifigkeiten, Massen, innere Dämpfung, Randbedingungen) führt und damit eine signifikante Änderung des Schwingungsverhaltens der

geschädigten Struktur gegenüber einem intakten System nach sich zieht. Zum größten Potential dieser Verfahrensklasse zählt die Tatsache, daß eine globale Schadensdiagnose auf Systemebene möglich erscheint und damit eine effiziente Strukturüberwachung verspricht.

Bisherige schwingungsbasierte Methoden setzen zumeist die Existenz linearer Schwingungen des zu untersuchenden Systems voraus, da sie auf einer Detektion der Änderungen von Eigenschaften linearer dynamischer Systeme beruhen. Ein solches Systemverhalten liegt nach Schadenseintritt allerdings nicht mehr vor, so daß in einigen Punkten (z.B. Diagnosegenauigkeit- und zuverlässigkeit) bislang deutliche Defizite hervortreten. Die Weiterentwicklung schwingungsbasierte Verfahren zur zerstörungsfreien Schadensdiagnose steht derzeit im Blickpunkt der aktuellen Forschung. In der vorliegenden Arbeit wird hierzu ein Ansatz verfolgt, der das stark nichtlineare Verhalten delaminierter Strukturen aufgreift und gezielt zur Schadensdiagnose ausnutzt. Während bisherige schwingungsbasierte Verfahren die lokalen Schwingungsphänomene im geschädigten Strukturbereich weitgehend außer Acht lassen, wird hier der sogenannte ‚clapping‘-Mechanismus als lokale Nichtlinearitätsquelle der Schadensregion verstanden und dessen Einfluß auf das globale Systemverhalten analysiert. Das Vorliegen eines einseitigen Bindungszustandes sowie die daraus resultierenden stoßartigen Kontakte zwischen den gelösten Querschnittsteilen dominieren das Schwingungsverhalten delaminierter Strukturen, wie experimentelle und numerische Untersuchungen belegen. In diesem Kontext wird sowohl ein experimentelles, modellunterstütztes Diagnoseverfahren entwickelt als auch der Ansatz für ein modellbasiertes Konzept zur numerisch gestützten Schadensidentifikation vorgestellt. Die beiden innovativen Ansätze nutzen die hohe schadensbezogene Sensitivität der nichtlinearen Betrachtungsweise für eine zerstörungsfreie Schadensdiagnose auf Systemebene und gestatten es, mit überschaubarem Meßaufwand zuverlässige Aussagen über Schadensort und -ausmaß zu treffen.

Den Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit bildet im nachfolgenden *Kapitel 2* eine kurze Charakterisierung von laminatartigen Kompositen und deren werkstoffspezifischen Schädigungstypen. Darüber hinaus werden die bislang verfügbaren Ansätze für eine zerstörungsfreie Schadensdiagnose herausgestellt und deren Grenzen bzw. Einschränkungen aufgezeigt. Die Konsequenzen hieraus erlauben, einen nichtlinearen schwingungsbasierten Ansatz zur Schadensdiagnose zu formulieren, der die Grundlage der weiteren Arbeit bildet.

Die eingangs angeführten nichtlinearen Schwingungsphänomene der Kontakt unilateralität mit Stoßvorgängen, die mit dem Eintritt eines Schadens verbunden sind, führen auf den Problemkreis der nicht-glaten dynamischen Systeme, deren grundsätzliche Eigenschaften Gegenstand des *dritten Kapitels* sind. Derartige Systeme mit wechselnder Struktur führen zu Bewegungsgleichungen, die in der Gesamtheit streng nichtlinear sind und weder geschlossene analytische Lösungen noch allgemeine Lösungstheorien zulassen. Ihre numerische Behandlung beinhaltet eine Reihe von Schwierigkeiten, die sich aus der zeitlichen Evolution der Systemdynamik und den fortlaufenden Zustandswechseln des Systems ergeben.

Anhand mechanischer Minimalmodelle werden im *Kapitel 4* die wesentlichen schadeninduzierten Schwingungsphänomene herausgestellt, die das Schwingungsverhalten ge-

genüber einem ungeschädigten System deutlich verändern. Nicht-glatte Systemen mit Stoßkontakt werden ausgeprägte Verzweigungseigenschaften zugeschrieben. Von besonderem Interesse für die spätere Schadensdiagnose auf der Basis nicht-glatte Schwingungen sind daher die in der Realität zu erwartenden Bewegungstypen sowie deren kinetische Stabilität und Sensitivität hinsichtlich permanenter Störungen. Grundlage der späteren experimentellen Schadensdetektion bildet eine Nichtlinearitätsanalyse, die auf der Beurteilung der Schwingungsantworten im Frequenzbereich basiert. Die Einführung eines Nichtlinearitätsmaßes, das die Linearitätsabweichung des beobachteten Strukturverhaltens quantifiziert, bildet einen äußerst sensitiven Schadensindikator. Ein erweitertes Minimalmodell gestattet schließlich die Auswirkungen einer lokalen Schädigung auf die Bewegung in den ungeschädigten Strukturbereichen nachzuweisen. Ein derartiger Schadensdurchgriff bildet die zentrale Voraussetzung für eine Delaminationserkennung auf Systemebene.

Die angestrebte modellbasierte Schadensidentifikation erfordert die numerische Simulation des nicht-glatte Schwingungsverhaltens der geschädigten Struktur. Das *fünfte Kapitel* widmet sich daher der Analyse schwingender Kontinua mit dynamischem Stoßkontakt auf der Basis der Finite-Elemente-Methode. In diesem Zusammenhang sind die Problemkreise einer effizienten numerischen Zeitintegration sowie einer zuverlässigen Abbildung des flächenhaften dissipativen Stoßkontaktes von besonderem Interesse. Trotz der breiten technischen Relevanz von Schwingungen mit Stoßkontakten zeigt sich, daß herkömmliche Kontaktelemente auf der Basis einer Feder-Dämpfer-Regularisierung nicht geeignet sind, um diesen speziellen Kontakttyp mit der erforderlichen Zuverlässigkeit abzubilden. Als zentrales Problem erweist sich hierbei die enorme Sensitivität der zu wählenden Regularisierungsparameter, die nicht nur untereinander verknüpft sind, sondern auch stark von weiteren numerischen Parametern (z.B. Zeitschritt) abhängen. Zur numerischen Simulation der auftretenden Kontaktsituation mit der Finite-Elemente-Methode wird daher eine Kontaktformulierung entwickelt, die im wesentlichen auf die Projektionsvorschrift der NEWTONschen Stoßhypothese zurückgreift und sich als robuste Alternative zum Penalty-Verfahren mit viskosem Kontaktdämpfer erweist. Der linienhafte Querstoßkontakt wird anhand einer realistischen Modellsituation für Delaminationsprobleme sowohl experimentell als auch numerisch untersucht.

Die Entwicklung eines experimentellen, modellunterstützten Detektionsverfahrens auf der Basis der Schadensnichtlinearität ist die Zielstellung des *sechsten Kapitels*. Hierfür erfolgt zunächst eine ausführliche experimentelle Charakterisierung des Schwingungsverhaltens delaminierter Verbundstrukturen, welche gezielt die Erkenntnisse aus den vorhergehenden numerischen Betrachtungen ausnutzt. Alle grundsätzlichen Untersuchungen erfolgen am Beispiel delaminierter Mehrschichtbalken, die verschiedene Schadensszenarien aufweisen. Die gewonnenen Untersuchungsergebnisse erlauben anschließend die Aufstellung des experimentellen Detektionsverfahrens, welches eine Schadenserkennung anhand weniger Meßpunkte erlaubt. Das Experimentalkonzept wird unter verschiedenen Aspekten diskutiert. Abschließend wird die Leistungsfähigkeit der vorgeschlagenen Methode anhand der technischen Anwendung auf ein reales Delaminationsproblem eines Rotorblattes nachgewiesen. Die hohe schadensbezogene Sensitivität erlaubt in allen Fällen eine zuverlässige Detektion der geschädigten Strukturbereiche.

Die zuvor aufgestellten, nicht-glatten numerischen Simulationsmodelle bieten im Rahmen des Kapitels 7 die Möglichkeit ein nichtlineares modellbasiertes Identifikationsverfahren zu entwickeln. Hierzu sind die experimentellen Daten in geeigneter Weise mit den numerischen Resultaten zu verknüpfen. Zunächst werden die klassischen Konzepte zur modellbasierten Identifikation unter verschiedenen Aspekten diskutiert. Hieraus wird ein modifiziertes Konzept für die Verwendung des nichtlinearen Strukturmodells abgeleitet. Zur Bestimmung der Lage und Topologie der Delaminationsgebiete ist ein inverses Problem zu lösen. Hierfür wird auf der Basis einer sogenannten ‚model update‘-Strategie das Simulationsmodell algorithmisch gesteuert, schrittweise an den tatsächlichen Schädigungszustand angepaßt und erlaubt somit im Rückschluß die Rekonstruktion des Schadens. Die Abweichungen zwischen den experimentellen Daten und den numerischen Resultaten werden dabei über eine Residuumsfunktion erfaßt, die auf den nichtlinearen Schwingungsantworten der geschädigten Struktur basiert. Die erforderliche Minimierung dieses Residuums führt auf ein nicht-konvexes Optimierungsproblem, welches eine geeignete Lösungsprozedur mit globalem Charakter erfordert. Für diesen Zweck wird in der vorliegenden Arbeit ein Genetischer Algorithmus mit spezieller Vorkonditionierung verwendet, der die zum Teil erheblichen Rechenzeiten deutlich reduziert. Abschließend werden die Eigenschaften des vorgeschlagenen Ansatzes durch die Anwendung des entwickelten Identifikationsverfahrens auf das Delaminationsproblem mehrschichtiger Balken untersucht. Wegen der hohen Sensitivität der nichtlinearen Betrachtungsweise gegenüber der zu detektierenden Schädigung zeigt sich, daß die Schlechtgestellttheit des zu lösenden inversen Problems bereits mit wenigen Vergleichspunkten überwunden wird und entsprechend zuverlässige Diagnoseresultate zu erzielen sind. Der experimentelle Aufwand kann auf ein Minimum reduziert werden.

2

Grundlagen und Stand der Forschung

Im vorliegenden Kapitel werden zunächst Grundlagen über die Einordnung, den Aufbau sowie typische Schädigungen von Verbundwerkstoffen dargestellt. Anschließend wird die Schadenserkennung als Lösung eines ‚inversen Problems‘ formuliert, die schließlich zur Definition der ‚schlecht gestellten Probleme‘ führt und erlaubt, grundsätzliche Aussagen über die für die Schadensdiagnose notwendigen Meßdaten und Modellanforderungen zu treffen. Darüber hinaus werden die bisherigen Ansätze zur Schadensdiagnose klassifiziert und deren Grenzen aufgezeigt. Hierauf aufbauend wird die in der vorliegenden Arbeit gewählte Vorgehensweise zur Schadensdiagnose erläutert und eingeordnet. Abschließend wird eine delaminierte Struktur vorgestellt, welche die Untersuchungen der weiteren Kapitel als Modellproblem begleitet.

2.1 Verbundwerkstoffe

Geschichtet aufgebaute Verbundwerkstoffe (Kompositwerkstoffe) werden aufgrund ihrer guten und gezielt einstellbaren mechanischen Eigenschaften in zunehmendem Maße in technischen Anwendungen eingesetzt. Ein wesentliches Einsatzgebiet liegt in der Luft- und Raumfahrt. Darüber hinaus werden in jüngerer Zeit Strukturelemente aus Verbundwerkstoffen in vielen Bereichen des Maschinenbaus und des konstruktiven Ingenieurbaus mit Erfolg eingesetzt. Die Ursache findet sich vor allem in den hohen spezifischen Festigkeiten und Steifigkeiten dieser Materialien. Daneben zeichnen sich diese Werkstoffe durch eine hohe Korrosionsbeständigkeit aus. Die Summe dieser Eigenschaften ermöglicht nicht nur eine Gewichtsreduzierung, die insbesondere im Bereich des Leichtbaus geschätzt wird, sondern erschließt auch neue konstruktive Möglichkeiten, die mit herkömmlichen metallischen Werkstoffen nicht realisierbar wären.

Verbundwerkstoffe entstehen durch die Verbindung mindestens zweier Werkstoffe (aus verschiedenen oder gleichen Werkstoffgruppen) mit dem Ziel eines neuen Materials auf

Makroebene [6] mit optimierten Gebrauchseigenschaften und sind damit im allgemeinen künstliche, heterogene Werkstoffe. Kompositwerkstoffe lassen sich u.a. nach der Art der Verteilung des Verstärkungswerkstoffs klassifizieren [1]. Wird diese Klassifizierung auf die makroskopische Ebene eingeschränkt, sind als häufigste Verbundwerkstoffe Strukturen im Laminat- und Sandwichtaufbau vorzufinden. Im Rahmen dieser Arbeit werden ausschließlich solche Strukturen betrachtet und im folgenden mit dem Begriff Verbundwerkstoffe bezeichnet. Bei der Beschreibung ihres Deformationsverhaltens werden nur Eigenschaften dieser makroskopischen Ebene berücksichtigt, indem individuelle Eigenschaften innerhalb der einzelnen Schichten homogenisiert aufgefaßt werden.

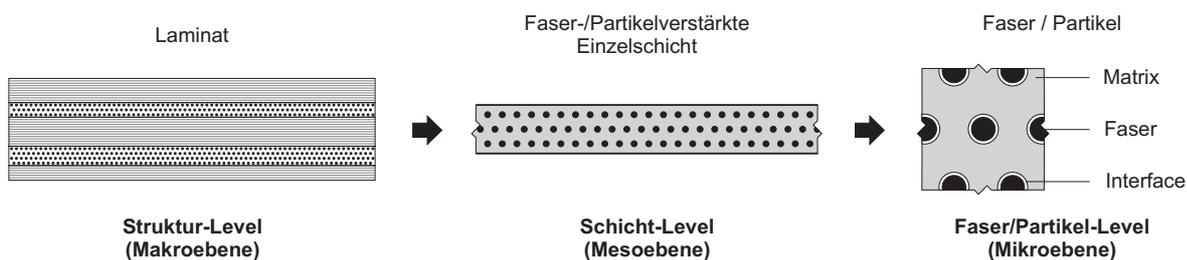


Bild 2.1: Größenmaßstäbe und Komponentenbezeichnungen eines Verbundwerkstoffes im Laminataufbau.

2.2 Schädigungen von Verbundwerkstoffen

Die wichtigsten Schadenstypen von Kompositwerkstoffen treten zumeist als für diesen Werkstofftyp spezifische Schädigung auf. Matrix- oder Faserbruch, Matrix-Faser-Ablösung, Beulen im Sublaminat sowie Delamination sind hierbei die wesentlichen Schadenskategorien. Delaminationen, als örtliche Ablösung benachbarter Laminatschichten, stellen hierbei die häufigste Schadensursache bei Verbundwerkstoffen [106], [49] dar.

Delaminationen können sowohl während des Fertigungsprozesses der betreffenden Strukturkomponente als auch während der Gebrauchsphase entstehen. Die sogenannten ‚In-Service‘-Delaminationen sind Folge hoher interlaminarer Spannungen, von Ermüdung oder insbesondere von Schlag- und Impactbelastungen. Oft ist eine genaue Unterscheidung dieser Schadensursachen nicht möglich. Die Delamination entsteht vielmehr aus der Interaktion verschiedener Einzelereignisse, die sich zunächst nur auf Mikroebene auswirken und zu einem Gesamtschaden akkumuliert werden. So können die vorgenannten Kohäsions- und Adhäsionsversagensarten in der Mikroebene selbst auch den Auslösemechanismus für eine Delamination bilden.

Im folgenden sollen unter dem Begriff Schaden ausschließlich makroskopische Struktur Schwächungen vom Delaminationstyp verstanden werden. Sogenannte Mikrodelaminationen sind im weiteren nicht von Interesse.

Das Eintreten einer Delamination führt im allgemeinen zu einer erheblichen Herabsetzung der mechanischen Eigenschaften [12], wie z.B. Steifigkeit, Festigkeit und Stabilität. Ein solcher Schaden hat oftmals erheblichen Einfluß auf das globale Strukturverhalten und kann Ursache eines fatalen Versagensmechanismus sein. Bereits unterhalb der statischen Grenzlast können deutliche Änderungen der Systemeigenschaften (z.B. durch die Steifigkeitsreduktion) eintreten. Die vorgenannten Tatsachen begründen die Notwendigkeit der Entwicklung zuverlässiger Verfahren zum zerstörungsfreien Aufspüren oder zum Überwachen solcher Schäden, da sich Delaminationen zumeist einer visuellen Inspektion entziehen.

2.3 Überblick über Ansätze zur Schadensdiagnose und ihre Grenzen

2.3.1 Schadensdefinition und Referenzzustand

Aus Sicht der Schadenserkenkung kann ein Schaden allgemein als lokale Änderung von Struktureigenschaften definiert werden, welche den Zustand des Systems nachteilig beeinflusst [18]. Diese Definition impliziert, daß ein Schaden immer als Gegenüberstellung zweier Zustände betrachtet werden muß. Dabei werden als Referenzzustand zumeist die Eigenschaften eines als ungeschädigt angenommenen Systems verwendet. Die benötigten Informationen über diesen Referenzzustand hängen hinsichtlich Art und Umfang vom verwendeten Detektionsverfahren ab.

2.3.2 Schadensdiagnose als inverses Problem

Bei der zerstörungsfreien Schadensdiagnose ist im allgemeinen eine direkte ‚Messung‘ (Erfassung) des Systemzustandes nicht möglich. Informationen über die strukturelle Integrität eines Systems müssen durch indirekte Beobachtung gewonnen werden. Verallgemeinert bedeutet dies, daß aus der beobachteten Änderung des Systemverhaltens auf die ‚unzugängliche‘ Ursache für diese Änderung geschlossen werden muß [82]. Es liegt ein *inverses Problem* (Rückwärtsproblem) vor [54]. Bei den üblicherweise vorliegenden *direkten Problemen* (Vorwärtsprobleme) wird die Auswirkung als Folge der Ursache ermittelt.

Mathematisch kann diese Problemstellung anhand einer Abbildung \mathbf{P} , welche ein Modell beinhaltet, diskutiert werden. Hierbei wird die Menge aller Ursachen, beschrieben durch die Parameter A , in die Menge der Auswirkungen B abgebildet.

$$\mathbf{P} : A \rightarrow B \quad (2.1)$$

Die Lösung des direkten Problems entspricht damit der präzisen Beschreibung im Modell \mathbf{P} , so daß die Wirkung $\mathbf{b} \in B$ aus der Ursache $\mathbf{a} \in A$ ermittelt werden kann. Im umgekehrten Fall, der Lösung des inversen Problems, besteht die Aufgabe in der Interpretation der Daten (Auswirkungen) $\mathbf{b} \in B$, so daß die Ursache $\mathbf{a} \in A$ rekonstruiert werden kann, also $\mathbf{P}\mathbf{a} = \mathbf{b}$ gilt.

Selbst beim Vorliegen eines Modells gibt es einige prinzipielle Schwierigkeiten dieser Problemklasse zu überwinden. Diese resultieren aus der Tatsache, daß inverse Probleme häufig *schlecht gestellt* (*ill-posed*) sind [54]. Dieser Begriff zur Charakterisierung inverser Probleme wurde von HADAMARD [28] eingeführt. Nach seiner Definition heißt ein Problem (\mathbf{P}, A, B) *gut gestellt* [54], [82], wenn

- (1) die Gleichung $\mathbf{P}\mathbf{a} = \mathbf{b}$ für jedes $\mathbf{b} \in B$ eine Lösung besitzt (Existenz),
- (2) diese Lösung eindeutig ist (Eindeutigkeit),
- (3) sowie kleine Störungen in den Daten $\mathbf{b} \in B$ nur kleine Störungen in der ermittelten Ursache $\mathbf{a} \in A$ hervorrufen (Stabilität der Lösung).

Ist eine dieser Bedingungen nicht erfüllt, so handelt es sich um ein schlecht gestelltes Problem. Die häufige Schlechtgestellttheit inverser Probleme ist zumeist auf die Verletzung der Bedingungen (2) und (3) zurückzuführen [82], wie sich auch bei den weiteren Betrachtungen der vorliegenden Arbeit (siehe Kapitel 7) noch zeigen wird.

In Anlehnung an die Definition von HADAMARD stellen sich für die praktische Lösung des Problems der Schadensdiagnose zwei wesentliche Fragen [23]:

- (1) Die Überlegung, ob der Informationsgehalt der Meßdaten ausreichend ist, um eine eindeutige Aussage über die Lösung zu erzielen, betrifft eine geeignete Auslegung der experimentellen Untersuchungen sowie der numerischen Simulationen im Hinblick auf Art und Umfang der verwendeten Daten. Für den numerischen Teil sind darüber hinaus die Anforderungen an das verwendete Modell festzulegen, da dieses über den Informationsgehalt der berechneten Daten entscheidet. Hierzu sei ausdrücklich auf die folgenden Abschnitte verwiesen.
- (2) Auch die zweite Frage, ob kleine Störungen in den Daten auch nur kleine Abweichungen in den Lösungen hervorbringen, führt wieder auf die Versuchsauslegung und die Modellwahl zurück. Kleine Fehler in der beobachteten Wirkung (z.B. ‚unvermeidbare‘ Meßfehler) sowie Abweichungen aus der ungenauen Erfassung im Modell, dürfen also nicht zu sehr großen Fehlern in der rekonstruierten Ursache führen.

2.3.3 Zielsetzung einer Schadensdiagnose

In Anlehnung an DOEBLING et al. [12] kann die Zielsetzung einer Schadensdiagnose in fünf Stufen eingeteilt werden:

- (1) Nachweis der Existenz von Schäden,
- (2) Nachweis des Schadensortes,
- (3) Quantifizierung des Schädigungsgrades,
- (4) Vorhersage der Schadensentwicklung,
- (5) Vorhersage der Restlebensdauer.

Der Schwierigkeitsgrad für eine zuverlässige Prognose erhöht sich von Stufe zu Stufe. Die von einer Schadenserkenntnis erwarteten Aussagen beschränken sich dabei auf die

ersten drei Stufen. Die Fragestellungen der übrigen Stufen werden durch andere Aspekte der Mechanik (z.B. Bruchmechanik, Ermüdungs- und Lebensdaueranalyse) behandelt. Für die ersten drei Stufen der Schadensdiagnose kann somit ein zeitinvarianter Schädigungszustand vorausgesetzt werden. Dies bedeutet, daß die während der Schadensdiagnose induzierten Beanspruchungen nicht zu einer fortschreitenden Schädigung der betreffenden Struktur führen. Im Regelfall gestattet diese Voraussetzung zudem, auf die Berücksichtigung von materiellen Nichtlinearitäten zu verzichten.

Zudem erlauben die genannten Kriterien, entsprechend ihrer Umsetzung im Diagnoseverfahren, die Schadenserkenennungsmethoden zu klassifizieren.

2.3.4 Ansätze für eine Schadensdiagnose

Da Delaminationen den dominierenden Schadenstyp in Verbundwerkstoffen darstellen, beschäftigen sich zahlreiche wissenschaftliche Untersuchungen mit ihrer Erkennung im frühest möglichen Stadium (Überblick: [104], [106], [12]). Dabei werden Ansatzpunkte aus unterschiedlichen Forschungsfeldern gewählt. Im wesentlichen existieren zwei konkurrierende Ansätze: *visuelle und lokale experimentelle Methoden* sowie die *schwingungsbasierten Methoden*. Darüber hinaus finden in jüngster Zeit verstärkt Forschungsaktivitäten im Bereich der sogenannten ‚on-line‘-Schadenserkennung statt. Die strukturelle Integrität eines Systems wird hier anhand direkter Sensorinformationen (durch eingebettete Sensoren oder ‚smart-structure‘-Technologien) in ‚Echtzeit‘ beurteilt. Die Herstellung solcher Strukturen ist mit extrem hohen Kosten verbunden. Deshalb wird die Anwendung derartiger Methoden zunächst äußerst sensiblen Systembereichen vorbehalten bleiben.

Ansätze zur zerstörungsfreien Schadensdiagnose		
Visuelle und lokale experimentelle Methoden	Schwingungsbasierte Methoden	On-line Schadensdetektion
Schall- / Ultraschallmethoden Magnetfeldmethoden Röntgenmethoden usw.	Modalanalysemethoden Zeitbereichsmethoden Frequenzbereichsmethoden usw.	Smart Structures Eingebettete Sensoren

Bild 2.2: Überblick über Ansätze zur Schadensdiagnose.

Lokale experimentelle Methoden.

Die lokalen experimentellen Methoden wurden größtenteils aus den klassischen Verfahren der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung entwickelt. Sie nutzen zum Beispiel die Eigenschaften von Röntgenstrahlung, Magnetfeldern sowie Schall- und Ultraschall [104]. Die beiden letztgenannten Verfahren stellen die am häufigsten eingesetzten lokalen experimentellen Methoden dar. Sie besitzen ihre größte Bedeutung beim lokalen Aufspüren von Rissen und Strukturfehlern anhand des Echogramms akustischer Wellen an der gegenwärtigen Meßposition [104], [53]. Hinsichtlich dieser Voraussetzung erfordert ein effizienter Einsatz solcher Verfahren, daß zumindest der grobe Schadensbereich *a priori* bekannt ist und direkt untersucht werden kann [18]. Aussagen über die strukturelle Integrität auf Systemebene werden nicht erhalten, so daß von lokalen Verfahren

gesprochen wird. Als weiterer Nachteil erweist sich die Tatsache, daß aufgrund der akustischen Anregung nur eine stark eingeschränkte Erregerintensität zur Verfügung steht, welche die schadensbezogene Sensitivität begrenzt [104]. Durch diese meßtechnischen Einschränkungen können zumeist nur Schäden in Oberflächennähe detektiert werden [18].

Modelle beschränken sich bei diesen Verfahren auf die phänomenologische und lokale Abbildung der durch die Schädigung hervorgerufenen Effekte [3], [7] und gestatten keine globalen Aussagen über das Verhalten der geschädigten Struktur. Daneben existieren Modelle, die das globale Verhalten auf lineare Weise zu erfassen versuchen (z.B. [44]). In beiden Fällen sind zuverlässige, numerisch unterstützte Vorgehensweisen zur Schadenserkenkung bislang nicht möglich.

Schwingungsbasierte Methoden.

Die Notwendigkeit einer quantitativen und vor allem globalen Schadenserkenkung, die auch bei komplexeren Strukturen angewendet werden kann [19] hat zur Entwicklung und derzeit verstärkten Forschung im Bereich der sogenannten schwingungsbasierten Methoden [106], [12] geführt. Diese vielversprechende Alternative zu den vorgenannten lokalen experimentellen Verfahren stützt sich zur Schadenserkenkung auf die Untersuchung der Schwingungseigenschaften der jeweiligen Struktur.

Die grundsätzliche Idee aller schwingungsbasierten Methoden besteht in der Tatsache, daß der Eintritt eines Schadens zur Änderung von physikalischen und/oder geometrischen Eigenschaften (z.B. Steifigkeiten, Massen, innere Dämpfung, Rand- oder Übergangsbedingungen) führt, die eine signifikante und damit detektierbare Änderung des Schwingungsverhaltens gegenüber einer ungeschädigten Struktur nach sich zieht.

Schwingungsbasierte Methoden überwinden – in unterschiedlichem Maße – die wesentlichen Nachteile der lokalen experimentellen Methoden. Sie bieten die Möglichkeit einer nahezu unbegrenzten Erregerintensität, die es gestattet, strukturelle Änderungen auf globaler Ebene auch bei Strukturen von ‚praktischer Komplexität‘ zu erfassen. Die Beschränkung auf oberflächennahe Schadensorte entfällt. Zudem bieten solche Verfahren Vorteile hinsichtlich Zeit- und Meßaufwand.

2.4 Klassifizierung schwingungsbasierter Verfahren

2.4.1 Klassifikation nach Umfang der zugrundeliegenden Modelle

Schwingungsbasierte Methoden lassen sich hinsichtlich der zugrundeliegenden physikalischen und/oder mechanisch-numerischen Modelle klassifizieren. Die Gruppe der sogenannten *nicht-modellbasierten oder modellunterstützten Methoden* verwendet entweder nur experimentelle Daten, die anhand physikalischer Schadensmodelle analysiert werden, oder unterstützt diese Vorgehensweise zusätzlich durch einfache mechanische Modelle.

Dem gegenüber stehen die sogenannten *modellbasierten Methoden* [106]. Zur weiteren Reduzierung des Meßaufwandes verwenden sie ein mechanisch-numerisches Simulationsmodell für die zu untersuchende Struktur. Dabei wird zunächst das numerische Strukturmodell mit den experimentellen Daten eines zumeist ungeschädigten Referenzzustandes kalibriert. Unter der Verwendung der Meßdaten der geschädigten Struktur wird anschließend durch schrittweise Anpassung des Strukturmodells („model-update“-Strategie) eine Schadenserkennung angestrebt [22]. In der vorliegenden Arbeit wird sowohl ein neues experimentelles modellunterstütztes Verfahren (Kapitel 6) sowie hierauf aufbauend eine neue modellbasierte Methode (Kapitel 7) entwickelt und untersucht. Der Begriff der Schadenserkennung wird im allgemeinen anhand dieser beiden Kategorien in eine Schadensdetektion (nicht-modellbasiertes / modellunterstütztes Verfahren) sowie eine Schadensidentifikation (modellbasiertes Verfahren) unterschieden. Im folgenden soll diese Abgrenzung der beiden Begriffe zur Charakterisierung der Verfahren verwendet werden.

Die beiden Verfahrensklassen unterscheiden sich offensichtlich im Hinblick auf den erforderlichen Modellaufwand sowie den Umfang der benötigten experimentellen Daten. Unter diesen Gesichtspunkten werden in Bild 2.3 die zwei schwingungsgestützten Vorgehensweisen mit den lokalen experimentellen Methoden verglichen.

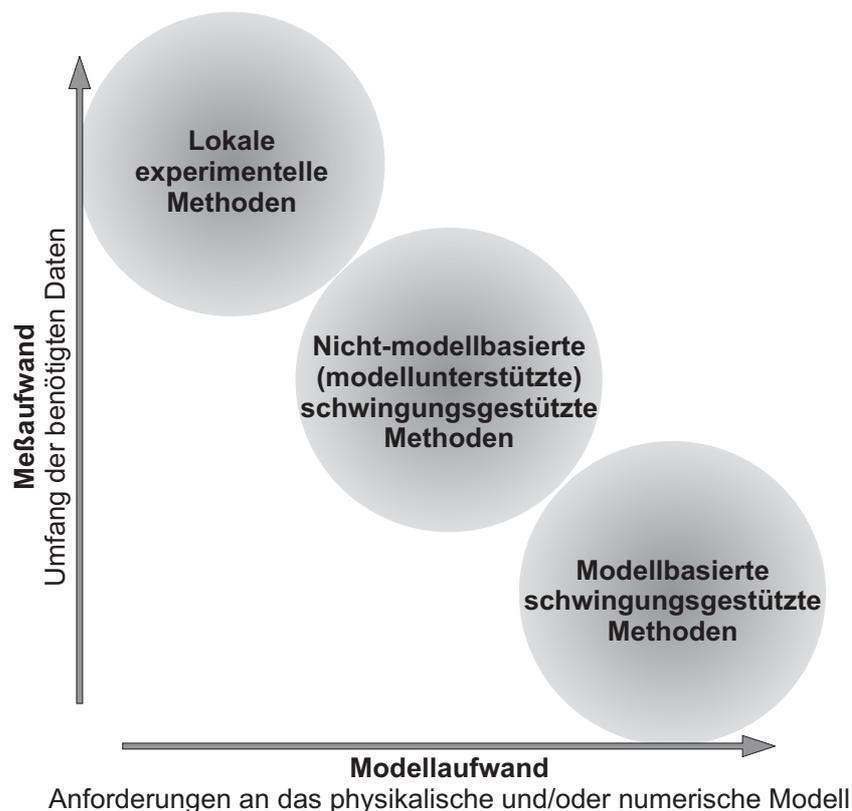


Bild 2.3: Einordnung der Schadenserkennungstechniken hinsichtlich Modell- und Meßaufwand.

2.4.2 Klassifikation nach der Erfassung der Schädigung im Modell

Die derzeit verfügbaren schwingungsbasierten Methoden setzen in den meisten Fällen die Existenz linearer Schwingungen des zu untersuchenden Systems voraus, da sie auf einer Detektion der Änderungen von Eigenschaften linearer dynamischer Systeme (Eigenfrequenzen, Transferfunktionen, modale Charakteristiken etc.) beruhen [12], [106]. Sie werden als *lineare schwingungsbasierte Methoden* bezeichnet.

Ein solches lineares dynamisches System liegt streng genommen nach Schadenseintritt nicht mehr vor. Aus der Voraussetzung eines derartigen Systems ergeben sich Einschränkungen in Hinblick auf die Einsatzbreite des Verfahrens sowie die schadensbezogene Sensitivität. Zumeist kann nur die Existenz eines Schadens, nicht aber dessen Ort und der Schädigungsgrad zuverlässig vorausgesagt werden (Level-1-Verfahren, vgl. Abschnitt 2.3.3). Bezeichnend für die genannte Vorgehensweise ist zudem die Tatsache, daß nur globale Änderungen im Schwingungsverhalten analysiert werden, während die eigentlichen lokalen Phänomene entlang der Delamination weitgehend unberücksichtigt bleiben.

An dieser Stelle knüpft die vorliegende Arbeit an und beschäftigt sich mit schwingungsbasierten Methoden, welche gezielt das durch eine Delamination hervorgerufene, stark nichtlineare Schwingungsverhalten (siehe Abschnitt 2.5) zur Schadenserkenkung ausnutzen. Nichtlineare schwingungsbasierte Methoden stehen derzeit in den Anfängen ihrer Entwicklung. Ihnen wird indes im Schrifttum großes Potential zugeschrieben [20]. Der gegenwärtige Entwicklungsstand beschränkt sich im wesentlichen auf die theoretischen Grundlagen für die Signal- und Strukturanalyse (z.B. [75]) sowie auf numerische Experimente hinsichtlich der Detektion (z.B. [86]). Die Arbeit von LUO & HANAGUD [55] beschäftigt sich bereits mit delaminierten Balkenstrukturen unter dem Gesichtspunkt wechselnder Steifigkeiten (vgl. Abschnitt 4.1) und wurde von WAUER [97] auf rotierende Systeme erweitert, wobei in diesen Arbeiten das dynamische Verhalten der Struktur im Vordergrund steht und nicht die Problemstellung der Schadenserkenkung.

2.5 Ansatz der im folgenden gewählten Vorgehensweise

2.5.1 Grundlagen der nichtlinearen schwingungsbasierten Schadensdiagnose

In der Realität werden Schwingungen delaminierter Strukturen durch Phänomene dominiert, die an der Schadensstelle entstehen (siehe Kapitel 4). Wie im weiteren gezeigt wird, werden aufgrund von einseitigen Bindungen sowie Stoßkontakten im Delaminationsbereich erhebliche Nichtlinearitäten im Schwingungsverhalten derart geschädigter Systeme hervorgerufen. Die Auswirkungen dieser lokalen schadensbezogenen Nichtli-

nearitäten dominieren das Schwingungsverhalten der gesamten Struktur. Diese Tatsache kann gezielt zur Schadenserkenkung genutzt werden, indem diese Phänomene experimentell erfaßt, quantifiziert sowie im mechanisch-numerischen Simulationsmodell hinreichend gut abgebildet werden.

Die Umsetzung der geschilderten Vorgehensweise erfordert die Verknüpfung mehrerer Gebiete der Mechanik. Neben der experimentellen Mechanik mit der Signal- und Nichtlinearitätsanalyse erstreckt sich die vorliegende Arbeit auf das Gebiet der nicht-glaten dynamischen Systeme, den Bereich der numerischen Methoden (insbesondere der Beschreibung dynamischer Flächenkontakte) sowie der nicht-konvexen Optimierungsprobleme.

2.5.2 Modellproblem einer Delamination

Als Paradigma delaminierter Strukturen gilt der mehrschichtige Balken mit einfacher Delaminationsschädigung. Bild 2.4 zeigt eine solche Balkenstruktur, bei der außermittig zur neutralen Faser über eine gewisse Strecke hinweg der Schichtenverbund gelöst ist. Dieser Balken soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit zunächst als Modellproblem zum Studium der wesentlichen Phänomene sowie für die Entwicklung der nichtlinearen Schadenserkenkungstechniken intensiv untersucht werden.

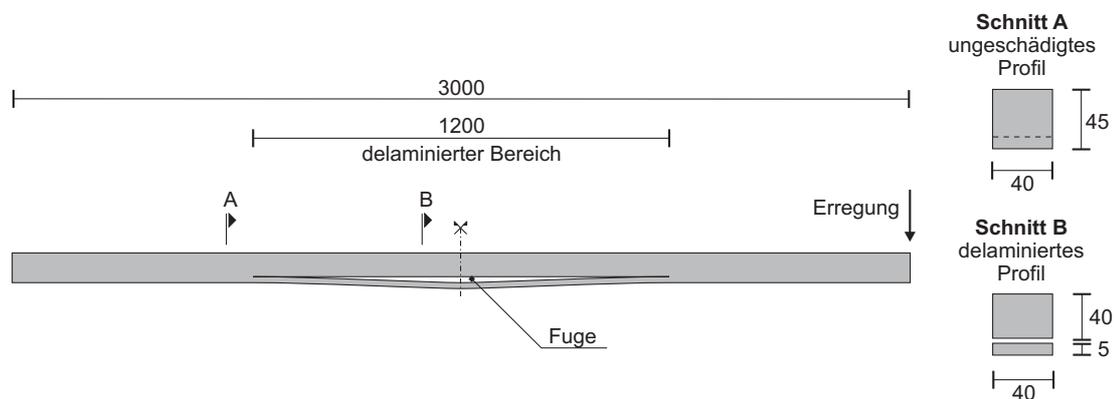


Bild 2.4: Modellproblem: Balken mit mittiger Delamination.

Das im Bild 2.4 dargestellte System wird die Untersuchungen der folgenden Kapitel als Modellproblem begleiten. In Kapitel 4 wird zunächst das grundsätzliche Verhalten dieses geschädigten Kontinuums anhand verschiedener mechanisch-numerischer Starrkörpermodelle mit unterschiedlichem Abstraktionsgrad untersucht. Darüber hinaus werden zahlreiche Fragestellungen hinsichtlich der numerischen Simulation des Schwingungsverhaltens von Systemen mit Stoßkontakt diskutiert, welche für anschließende die FE-Modellierung im Kapitel 5 von zentraler Bedeutung sind. Die ausgeprägte Delaminationsschädigung der Modellstruktur (Bild 2.4) ermöglicht hierbei eine ausgezeichnete Betrachtung der schadensbezogenen Schwingungseigenschaften, da hier alle wichtigen Schwingungsphänomene besonders klar hervortreten. Eine umfassende experimentelle Untersuchung delaminierter Mehrschichtbalken mit verschiedenen geometrischen Konfigurationen erfolgt im Kapitel 6.

3

Nicht-glatte dynamische Systeme

Im vorangegangenen Kapitel wurde das Ziel formuliert, die lokal im Schadensbereich einer Delamination auftretenden nichtlinearen Phänomene zu erfassen und gezielt zur Schadensdiagnose zu nutzen. Diese Vorgehensweise erfordert für die mechanische Modellbildung die Einbeziehung der Unilateralität einzelner Bindungen sowie der hiermit verbundenen Stoßvorgänge. Dies führt zum Problemkreis der nicht-glaten dynamischen Systeme mit ihren in der Gesamtheit streng nichtlinearen Bewegungsgleichungen. Die Eigenschaften solcher Systeme und die Möglichkeiten ihrer Beschreibung werden in diesem Kapitel überblicksartig beleuchtet.

3.1 Definition nicht-glatter dynamischer Systeme

Allgemein sind nicht-glatte Systeme dadurch charakterisiert, daß ihre konstitutiven Beziehungen und/oder Randbedingungen dergestalt sind, daß unstetige oder nicht differenzierbare Kraft- und/oder Bewegungscharakteristiken erhalten werden [81]. Diese beiden Merkmale finden sich in zwei wesentlichen physikalischen Phänomenen wieder, nämlich der trockenen Reibung mit den auftretenden Haft- und Gleitzuständen sowie der Unilateralität von Kontakten mit teilweise stoßartiger Ausprägung.

Nicht-glatte Bewegungen ergeben sich aus einer Abfolge verschiedener glatter Teilstände [90]. Die zeitliche Abfolge der auftretenden Zustandsübergänge wird durch Schaltbedingungen geregelt. Schaltzeitpunkte trennen im Zeitbereich die einzelnen Bewegungszustände voneinander. Ist das jeweils gültige Zeitintervall *a priori* für einen Systemzustand bekannt (z.B. bei unstetigen Erregerkraftverläufen) liegt im strengeren Sinne kein nicht-glatte System vor. Hier beschränkt sich das Problem lediglich auf die abschnittsweise Integration der jeweiligen Differentialgleichung in den einzelnen bekannten Zeitintervallen. Demgegenüber stehen die nicht-glaten Systeme im strengen Sinne der Definition. Hier ist die zeitliche Folge der Zustandsübergänge sowie das

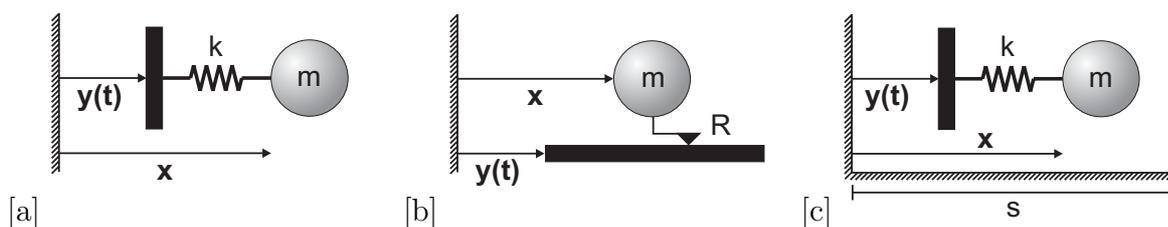


Bild 3.1: Beispiel für [a] ein glattes System, [b] ein System mit nicht-glatte Kraftcharakteristik und [c] ein System mit nicht-glatte Bewegungscharakteristik.

Gültigkeitsintervall einzelner Systemzustände nicht von vorne herein bekannt, sondern ergibt sich aus der zeitlichen Evolution der Systemdynamik und ist somit ‚geschichtsabhängig‘. Im weiteren soll der strenge Begriff eines nicht-glatte Systems verwendet werden.

3.2 Eigenschaften nicht-glatte dynamischer Systeme

Trotz der technischen Relevanz von Stoß- und Reibkontaktproblemen wird in der Praxis häufig darauf verzichtet, diese Phänomene bei der Behandlung von Schwingungssystemen zu berücksichtigen [25]. Beide Problemkreise (Normal- und Tangentialkontakt) führen auf streng nichtlineare Zustandsgleichungen, für die weder allgemeine Lösungstheorien vorhanden sind, noch geschlossene analytische Lösungen existieren. Dementsprechend können Lösungen immer nur für konkrete mechanische Probleme berechnet werden. Hierzu sind in allen Fällen numerische Berechnungsmethoden erforderlich.

Eine beachtliche Anzahl von Publikationen zeigt das wissenschaftliche Interesse an diesem Thema. Stellvertretend seien hier einige Arbeiten genannt. Grundlagen zu Systemen mit Stößen und Reibung werden von BABITSKY [2] sowie GLOCKER [25] dargestellt. Während insbesondere die Reibsysteme bisher sehr intensiv untersucht wurden (z.B. [45]), liegen für zahlreiche Aspekte der im folgenden ausschließlich betrachteten Stoßsysteme kaum entsprechende Arbeiten vor.

Ein genereller Überblick über den Problemkreis der nicht-glatte dynamischen Systeme findet sich bei POPP [81], PFEIFFER [79], GLOCKER [26]. Ausführungen über spezielle Eigenschaften solcher Systeme können u.a. bei HOLMES [37], VIELSACK [89, 90] und FANG et al. [17] nachgelesen werden.

Systeme mit Normal- und Tangentialkontakt zeichnen sich durch einseitige bzw. wechselnde Bindungen aus. Hierdurch ist die Anzahl der das Problem beschreibenden Koordinaten bzw. Bewegungsgleichungen nicht konstant, wie bei üblichen bilateralen Bindungen [25], sondern hängt vom aktuellen Systemzustand ab. Im allgemeinen wird durch jeden anhaltenden Normalkontakt oder jede haftende Kontaktbindung die Anzahl der Systemfreiheitsgrade reduziert. Die verschiedenen Systemkonfigurationen sind mit unterschiedlichen Grundgleichungen der Kinematik und Kinetik verknüpft. Infol-

ge des systembedingten Wechsels zwischen den Zustandsgleichungen (Differentialgleichungen, algebraische Gleichungen) kommt es zu sprunghaften Änderungen des mechanischen Verhaltens. Nach jedem Zustandsübergang, gesteuert mittels einer Indikatorfunktion, muß der Bindungszustand des mechanischen Systems neu bestimmt werden. Darüber hinaus sind anhand entsprechender Übergangsbedingungen die Anfangszustände des neuen Systemzustandes zu ermitteln. Damit umfaßt die mathematische Beschreibung nicht-glatte Systeme drei Teilprobleme:

- (1) Formulierung einer mathematisch-mechanischen Beschreibung für jeden einzelnen Systemzustand in Form von Zustandsgleichungen \mathcal{Z} . (Hierbei sind auch zeitlich singuläre Ereignisse wie z.B. ein momentaner Stoßkontakt zu erfassen)
- (2) Definition von Indikatorfunktionen \mathcal{I} mit zugehörigen Schaltindikatoren zur Erfassung der einzelnen Zustandsübergänge.
- (3) Festlegung des Ablaufes der Zustandsübergänge durch die Definition von Übergangsfunktionen \mathcal{U} .

Als anschauliches Beispiel für die wesentlichen Eigenschaften nicht-glatte Systeme kann das zu Beginn des Kapitels 4 ausführlich untersuchte Starrkörpermodell betrachtet werden. An diesem System wird die Modellierung und die abschnittsweise Integration von Systemen mit veränderlicher Struktur umfassend diskutiert. Es zeigen sich alle wesentlichen Charakteristiken nicht-glatte Systeme, nämlich der sprunghafte Wechsel der jeweils gültigen Zustandsgleichung sowie die wechselnde Anzahl der das Problem beschreibenden Koordinaten und damit die unterschiedliche Zahl der Freiheitsgrade. Liegen alle oben genannten Voraussetzungen (\mathcal{Z} , \mathcal{I} , \mathcal{U}) für eine vollständige mathematische Beschreibung vor, ergibt sich die Gesamtlösung in der Zeit durch Aneinandersetzen der einzelnen analytischen Teillösungen [78] zu den jeweiligen *a priori* unbekanntem Schaltzeitpunkten. Das Problem ist im allgemeinen stückweise linear, aber im Gesamten streng nichtlinear. Die mathematische Aufgabe ist somit zurückgeführt auf die Integration linearer Bewegungsgleichungen sowie auf die numerische Bestimmung aufeinanderfolgender Schaltzeitpunkte, welche häufig als Wurzeln transzendenter Gleichungen auftreten. Diese Nullstellen ergeben sich aus der zeitlichen Evolution der Systemdynamik und sind damit geschichtsabhängig. Der grundsätzliche Ablauf für die Integration eines nicht-glatte dynamischen Systems erfolgt anhand der im Bild 3.2 gezeigten Vorgehensweise.

3.2.1 Integration der glatten Teillösungen

Zur Berechnung eines nicht-glatte dynamischen Systems stellt sich die Frage nach der Integration der Bewegungsgleichungen in den glatten Teilbereichen zwischen den Zustandsübergängen. Hierfür existieren verschiedene Strategien.

Bei Systemen mit wenigen Freiheitsgraden kann in vielen Fällen eine analytische Integration erfolgen, da zum Beispiel bei linearen Teilzuständen wie im vorher geschilderten Beispiel allgemeine analytische Lösungen zwischen den Schaltzeitpunkten angegeben werden können. Es entstehen keine Fehler bei der Integration. Dennoch müssen

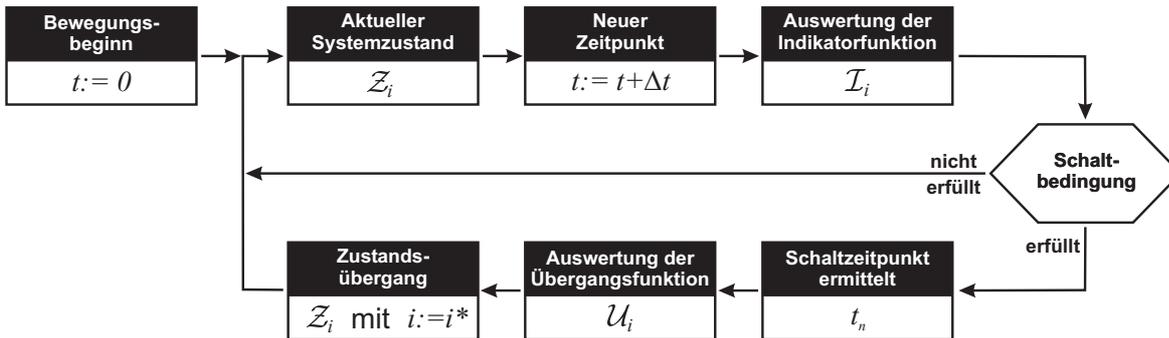


Bild 3.2: Prinzipieller Ablauf der Berechnung eines nicht-glaten dynamischen Systems: Wechsel vom Systemzustand i zum darauffolgenden Zustand i^* .

die Schaltzeitpunkte numerisch bestimmt werden, so daß von der sogenannten *semi-analytischen Methode* gesprochen wird.

Für größere Systeme mit vielen Freiheitsgraden ist das zuvor beschriebene Vorgehen im allgemeinen nicht praktikabel. Hierzu stelle man sich in Erweiterung des Systems aus Bild 3.1 [c] eine ganze Starrkörperkette oder ein diskretisiertes Kontinuum mit der Möglichkeit eines Normalkontaktes für jede der N Minimalkoordinaten vor. Bei der Unterscheidung in jeweils zwei Kontaktzustände (geschlossener Kontakt, gelöster Kontakt) ergäben sich unter der Möglichkeit einer beliebigen Kombination von diesen Systemzuständen 2^N Kontaktkonfigurationen. Für jedes der zugehörigen Systeme müßte eine analytische Zustandsgleichung angegeben werden. Hinzu kommen die benötigten Indikator- und Übergangsfunktionen. Eine solche Vorgehensweise ist also bei Systemen mit einer großen Anzahl möglicher Bindungszustände praktisch nicht umsetzbar [95]. Für derartige Systeme bietet sich die Alternative einer numerischen Zeitintegration (detaillierte Darstellung erfolgt im Abschnitt 5.1.2). Zusätzlich werden bei diesen Systemen die ursprünglichen konstitutiven Beziehungen für verschiedene Bindungszustände klassischerweise durch Regularisierungsmodelle approximiert (vgl. Abschnitt 5.1.3). Aus der numerischen Integration, die mit einer diskreten Zeitschrittweite Δt erfolgt, resultieren nicht nur Fehler bei der Bestimmung der Schaltzeitpunkte (wie im nachfolgenden Abschnitt erläutert), sondern es ergeben sich auch verfahrensimmanente Fehler, deren Art und Größe vom verwendeten Integrationsalgorithmus abhängig ist.

3.2.2 Schaltstellensuche und numerische Störungen

Auch beim Auffinden der Zustandsübergänge des Systems kann prinzipiell zwischen analytisch und numerisch berechneten Nullstellen unterschieden werden. Die erstgenannte Vorgehensweise besitzt für die Schaltstellensuche bei Schwingungsproblemen praktisch keine Bedeutung, da sich selbst bei einfachen Problemen die Zustandsübergänge als Nullstellen transzendenter algebraischer Gleichungen ergeben. Im allgemeinen ist daher eine numerische Nullstellenbestimmung erforderlich [45]. Das übliche Vorgehen besteht dabei in der zeitlichen Diskretisierung der Indikatorfunktio-

nen $\mathcal{I}_j(t)$. Gesucht wird das Ende des aktuellen Systemzustandes \mathcal{Z}_j , welcher im Zeitbereich $t_{n-1} \leq t < t_n$ gültig sei. Hierbei ist t_n die zu ermittelnde, bislang unbekannte Schaltzeit für den aktuellen Systemzustand \mathcal{Z}_j . Als einfachste Vorgehensweise kann die zugehörige Indikatorfunktion \mathcal{I}_j im Zeitbereich mit konstanten, diskreten Schritten Δt ausgewertet werden. Hierbei ist im allgemeinen der Zeitschritt Δt durch das Integrationsverfahren vorgegeben.

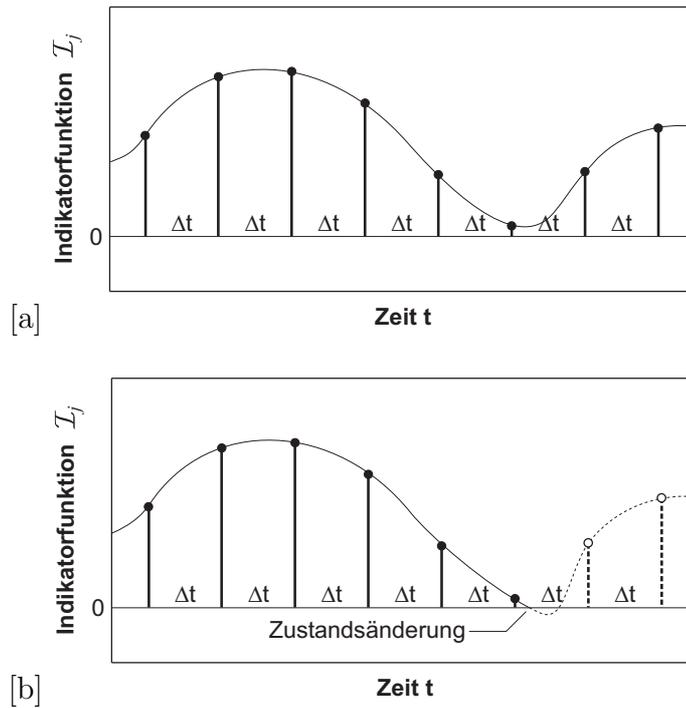


Bild 3.3: Fehlerquelle durch diskrete Auswertung der Indikatorfunktion \mathcal{I}_j bei der praktischen Suche nach einem Zustandsübergang: [a] keine Zustandsänderung, [b] unerkannte Zustandsänderung.

Wegen der diskreten Auswertung kann keine exakte Nullstellenbestimmung erfolgen, so daß die Bedingungen an einen Zustandsübergang im Sinne einer Ungleichung gelockert werden müssen. Damit wird ein Vorzeichenwechsel der Indikatorfunktion

$$\frac{\mathcal{I}_j(t)}{\mathcal{I}_j(t + \Delta t)} < 0 \quad (3.1)$$

als hinreichende Bedingung für das Eintreten einer Systemänderung bei $t + \Delta t$ gewertet. Die hiermit berechnete Schaltzeit $t_n^* = t + \Delta t$ stellt offensichtlich nur eine Näherung des exakten Zeitpunktes t_n dar. Infolge dieser Näherung ergibt die Auswertung der zugehörigen Übergangsfunktionen \mathcal{U}_j auch nur eine Näherung für die tatsächlichen Anfangsbedingungen des nun folgenden Systemzustandes. Bei Betrachtung der gesamten Bewegung resultieren damit aus der Abfolge der ungenau ermittelten Schaltzeitpunkte *permanente Störungen* für die zu berechnende Bewegung [90]. Diese Störungen treten in diskreten Zeitabständen (bei jedem Schaltereignis) als Ungenauigkeiten in den

Zustandsgrößen (z.B. Verschiebungen, Kontaktkräfte) auf. Dieser Fehlertyp wird als *systematischer Fehler* bezeichnet, dessen Größe offenbar allein durch das Zeitintervall Δt bestimmt wird.

Eine weitere Fehlerquelle bilden nach VIELSACK [90] die sogenannten *strukturellen Fehler*. Bei diesem Fehlertyp wird aufgrund der diskreten Auswertung der Indikatorfunktionen \mathcal{I} nach Gleichung (3.1) eine falsche Schaltentscheidung getroffen. Zur Veranschaulichung solcher Fehler werden im folgenden drei typische Situationen für strukturelle Fehler betrachtet (Bild 3.4).

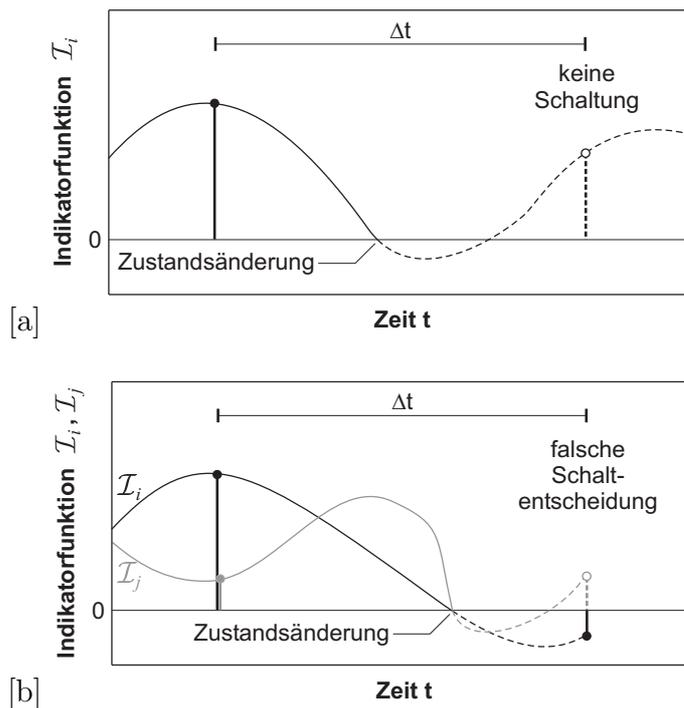


Bild 3.4: Typische Szenarien für strukturelle Fehler durch diskrete Auswertung der Indikatorfunktionen: [a] keine Umschaltung des Systemzustandes wegen doppelter Nullstelle der Indikatorfunktion, [b] falsche Schaltentscheidung durch verspätete Umschaltung des Systemzustandes.

Falsche Schaltentscheidung durch mehrfache Nullstellen im Intervall Δt .

Besitzt die Indikatorfunktion \mathcal{I}_j innerhalb eines Zeitschrittes Δt eine gerade Anzahl von Nullstellen (Bild 3.4[a]), so wird fälschlicherweise kein Zustandsübergang detektiert. Die weitere Berechnung erfolgt mit den bisherigen Zustandsgleichungen.

Falsche Schaltentscheidung durch verspätete Änderung des Systemzustandes.

Alternativ kann die Situation einer ungeraden Anzahl mehrfacher Nullstellen der Indikatorfunktion \mathcal{I}_j auftreten. Hier wird die korrekte Schaltentscheidung zwar getroffen, aber dennoch zu spät ausgeführt. In der Folge kommt es zu einer verspäteten Anpassung des aktuellen Systemzustandes, woran auch die Einführung einer neuen Indikatorfunktion (z.B. \mathcal{I}_{j+1}) geknüpft ist. Dies kann wiederum zur Verhinderung einer darauffolgenden Schaltentscheidung durch eine Nullstelle von \mathcal{I}_{j+1} führen.

Ein ähnliches Szenario kann sich bei einer einfachen Nullstelle entwickeln, die aufgrund eines zeitlich singulären Bewegungszustandes (z.B. Stoßkontakt) eine weitere Schaltentscheidung (z.B. Beginn eines permanenten Kontaktes) nach sich ziehen würde. Bild 3.4[b] stellt diese Situation anhand zweier Indikatorfunktionen $\mathcal{I}_i, \mathcal{I}_j$ dar. Indikatorfunktion \mathcal{I}_i sei zum Beispiel der Beobachter für die Auslösung eines Normalkontaktes anhand einer Nullstelle der Relativverschiebung. Indikatorfunktion \mathcal{I}_j überwache zusätzlich die Relativgeschwindigkeit, um den Zustand eines anhaltenden Kontaktes im Falle einer gleichzeitigen Nullstelle von \mathcal{I}_i und \mathcal{I}_j zu erkennen. In der im Bild 3.4 [b] gezeigten Situation wird somit zwar ein Kontakt ermittelt, aber aufgrund der von Null verschiedenen Relativgeschwindigkeit am Intervallende $t + \Delta t$ eine falsche Schaltentscheidung hinsichtlich des andauernden Kontaktes getroffen.

Offenbar führt auch hier eine Verkleinerung des Zeitintervalls Δt zur Reduzierung der auftretenden Fehler. Dennoch können strukturelle Fehler selbst für sehr kleine Δt nicht mit letzter Sicherheit ausgeschlossen werden.

Zu große Werte für den Zeitschritt Δt können durch starke Störungen die numerisch berechnete Lösung verändern und im Extremfall die Lösungsstruktur völlig entstellen. Beispielsweise kann eine periodische Bewegung derart durch Störungen beeinflusst werden, daß eine quasi-periodische oder sogar eine irreguläre Lösung berechnet wird. Es ist bekannt, daß insbesondere hochperiodische Lösungen sehr sensitiv auf permanente Störungen reagieren. In diesem Zusammenhang konnten VIELSACK/HARTUNG [93] zeigen, daß sich neben den gerade diskutierten numerischen Störungen auch permanente physikalische Störungen (z.B. eine imperfekte Erregung) in ähnlicher Weise auf die Stabilität der Lösung auswirken.

Durch numerische Experimente läßt sich in der Regel ein augenscheinlich sinnvolles Maß für die Zeitschrittgröße Δt finden. In Praxis wird zunächst ein Wert für Δt heuristisch gewählt und dann durch entsprechende Vergleichsrechnungen mit einem kleineren Zeitschritt bestätigt oder korrigiert. Die dargestellten Fehlertypen zeigen, daß zu jeder möglichen Bewegung eine maximal mögliche Zeitschrittgröße Δt_{max} existiert, die gerade sicherstellt, daß maximal ein Nulldurchgang der entsprechenden Indikatorfunktion im Intervall stattfindet. Die zu wählende Zeitschrittweite ist also abhängig von der zu berechnenden Bewegung [95]. Bei realen Berechnungen ist im allgemeinen die ungestörte Lösung von Interesse oder zumindest eine schwach gestörte Lösung in ihrer Nachbarschaft. Dies entspricht der Forderung nach *orbitaler Stabilität* der Lösung, welche anschaulich den Erhalt der Lösungsstruktur beinhaltet [93]. Eine mathematische Definition dieses Begriffes findet sich in den Arbeiten von HAHN [31] und HAGEDORN [29].

3.2.3 Verbesserte Bestimmung der Zustandsübergänge durch Nachiteration

Während bei der semi-analytischen Integration eine nahezu beliebig genaue Bestimmung der Nullstellen der Indikatorfunktionen durch numerische Verfahren (z.B. Bisektionsverfahren, NEWTON-Verfahren) möglich ist, kann dies bei einer numerischen

Zeitintegration wegen der in der Regel konstanten Zeitschrittweite nicht praktiziert werden. Hier stellt die Verwendung eines Nachiterationsverfahrens eine praktikable und effiziente Strategie zur genaueren Bestimmung der Schaltzeitpunkte dar.

Die Zeitintegration mit Nachiteration der Schaltzeitpunkte basiert auf der Verwendung von zwei verschiedenen Zeitschrittgrößen Δt und $\Delta t_0 = \Delta t/m$ ($m \in \mathbb{N}$). Die grundsätzliche Idee besteht darin, die Integration der glatten Teilbereiche (ggf. die Teilbereiche ohne Kontakt) mit einer größeren Zeitschrittweite zu durchlaufen und somit Rechenaufwand zu sparen. Wird am Ende eines Zeitschrittes anhand von Gleichung (3.1) der Eintritt eines Zustandswechsels detektiert, so erfolgt ein Rückschritt um Δt (Bild 3.5). Da zunächst nur bekannt ist, daß der Schaltzeitpunkt t_n innerhalb dieses letzten Zeitschrittes Δt liegt, wird dieses Zeitintervall erneut mit der reduzierten Zeitschrittweite Δt_0 bis zum Erreichen des ‚genauen‘ Schaltzeitpunktes durchlaufen.

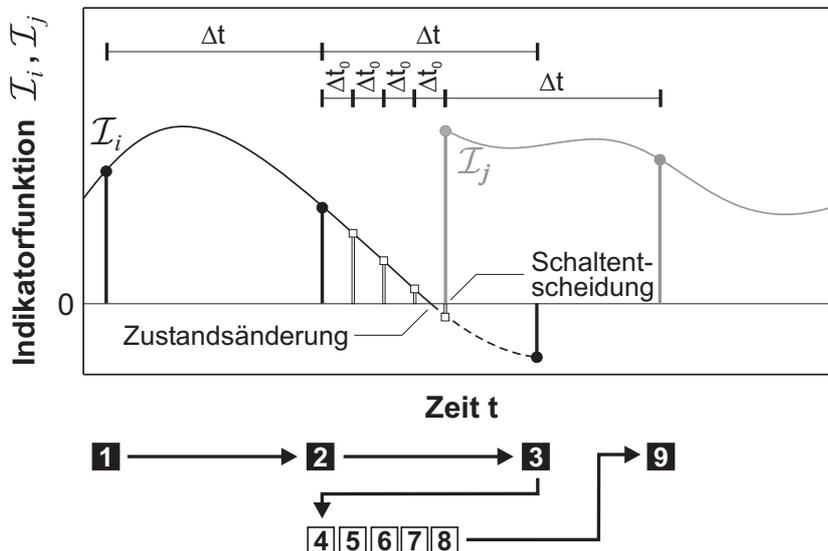


Bild 3.5: Ablaufschema einer Nachiteration.

Durch dieses Vorgehen können die systematischen Fehler gegenüber einer Integration mit konstanter Zeitschrittweite Δt reduziert werden, wobei gleichzeitig ein mäßiger Anstieg der Rechenzeit in Kauf zu nehmen ist. Durch die Verwendung von zwei Zeitschrittweiten müssen allerdings für das Zeitintegrationsverfahren die zeitschrittabhängigen Systemmatrizen (siehe Abschnitt 5.1.2) für jede Schrittweite vorgehalten oder berechnet werden. Dies erklärt auch die Tatsache, warum eine weitere Intervallverfeinerung (beispielsweise im Bisektionsverfahren) bei der numerischen Integration im allgemeinen nicht angewendet wird. Im Hinblick auf die Vermeidung von strukturellen Fehlern ergeben sich durch dieses Verfahren keine Vorteile, da eine Nachiteration des letzten Zeitschrittes nur ausgelöst wird, falls die zugehörige Indikatorfunktion \mathcal{I}_j am Ende eines Grundzeitschrittes Δt hierfür Anlaß gibt.

3.3 Nicht-glatte Systeme mit Stoßkontakt

In der vorliegenden Arbeit kann der Problemkreis der nicht-glaten Dynamik auf Systeme mit Stoßkontakt beschränkt werden, da aufgrund der vorgegebenen mechanischen Eigenschaften der betrachteten Strukturen sowie der angewendeten Erregermechanismen und der Erregergröße auf die Berücksichtigung tangentialer Kontaktprobleme (Reibung) verzichtet werden kann. Eine genaue Begründung hierfür wird im Abschnitt ‚Anmerkungen zur Modellbildung‘ des nachfolgenden Kapitels gegeben.

Normalkontakte entstehen durch normal zur Bewegungsrichtung auftretende Nebenbedingungen auf Lageebene. Derartige dynamische Systeme lassen sich in ihrer einfachsten Form mit

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{h}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, \mathbf{p}, t) &= \mathbf{0} \quad , \\ \mathbf{f}(\mathbf{q}, t) &\geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.2)$$

darstellen, wobei $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ den Vektor der generalisierten Koordinaten bezeichnet und $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^m$ die äußeren Einwirkungen auf das System beschreibt. Die Unilateralität einzelner Bindungen repräsentiert die Funktion \mathbf{f} , welche gewährleistet, daß alle Trajektorien der Bewegung in $\Psi = \{\mathbf{q} : \mathbf{f}(\mathbf{q}, t) \geq \mathbf{0}\}$ zu finden sind.

Im dynamischen Fall solcher unilateralen Kontakte bewegen sich hierbei die zunächst separierten Körper mit nicht verschwindender Relativgeschwindigkeit aufeinander zu. Eine Kollision führt im allgemeinen zum Auftreten großer Kontaktkräfte während eines kurzen Zeitintervalls und zur Wellenabstrahlung ins Körperinnere. Dieser als Stoß bezeichnete Prozeß bildet im Bereich der Mechanik einen unter vielfältigen Aspekten diskutierten Schwerpunkt. Stellvertretend seien die Arbeiten von BABITSKY [2] und GLOCKER [25] genannt, welche eine Übersicht zur Stoßmodellierung bieten. Experimentelle und numerische Untersuchungen (vorwiegend an stabartigen Strukturen) hinsichtlich der longitudinalen Wellenausbreitung durch Stöße finden sich bei HU/EBERHARDT/SCHIEHLEN [13, 38, 39]. Arbeiten zu grundsätzlichen Phänomenen bei nicht-glaten Schwingungen mit Stoßkontakt liegen u.a. von HOLMES [37], FANG [17], BROGLIATO [9] und VIELSACK [92] vor.

3.3.1 Modellierung von Stoßkontakten

Aus Sicht der nicht-glaten Mechanik wird beim Auftreten eines Stoßes durch einen verschwindenden normalen Abstand g_N ein Kontakt geschlossen, welcher unter der Voraussetzung einer nach dem Stoß verschwindenden Relativgeschwindigkeit \dot{g}_N eine Zeit lang aufrecht erhalten wird. Dies führt zum Auftreten einer zusätzlichen Bindung im System. Infolge des Stoßes ändert sich die Relativgeschwindigkeit der Körper in einem sehr kurzen Zeitintervall, so daß hohe Kontaktkräfte zu erwarten sind [9].

Bild 3.6 zeigt die allgemeinen geometrischen Beziehungen die den Kontaktabstand g_N in Normalenrichtung von zwei benachbarten Körpern definieren.

reversibel auftritt, durch ein nichtlineares Federgesetz erfaßt. Erweiterungen dieser Formulierung ermöglichen auch das Einbringen einer Kontaktdissipation (vgl. [47]). Diese Möglichkeit der Kontaktbeschreibung soll an dieser Stelle nicht weiter verfolgt werden, zumal das Kontaktgesetz im Grunde einem nichtlinearen ‚Penalty‘-Ansatz entspricht. Letztere Methode wird im Laufe der Arbeit noch ausführlich betrachtet (vgl. Abschnitt 5.1.3).

Die Stoßhypothese nach NEWTON verknüpft die Relativgeschwindigkeit in Normalenrichtung \dot{g}_N vor und nach dem Stoß anhand des Stoßkoeffizienten e sowie einer kinematischen Bedingung (Umkehr der Richtung der Relativgeschwindigkeit)

$$e = -\frac{\dot{g}_N(t^{(c)} + 0)}{\dot{g}_N(t^{(c)} - 0)}. \quad (3.4)$$

Diese Formulierung gestattet keine Interaktion zwischen Normal- und Tangentialkontakt, da die Änderung der normalen Relativgeschwindigkeit nur durch die Stoßzahl e gesteuert wird.

Das POISSONSche Stoßgesetz beschreibt ausschließlich den Wert des Expansionsimpulses $I_N^{(E)}$ und gestattet damit eine Interaktion zur Abbildung eines Stoßes mit Reibkontakt [25]. Hierfür muß zunächst eine gedankliche Unterteilung des Stoßintervalls in eine Kompressions- und eine Expansionsphase vorgenommen werden. Mit Hilfe des Stoßkoeffizienten e wird aus dem Kompressionsimpuls $I_N^{(K)}$ der Wert des Expansionsimpulses $I_N^{(E)}$ mit

$$e = \frac{I_N^{(E)}}{I_N^{(K)}} \quad (3.5)$$

berechnet. Unter bestimmten Bedingungen geht das NEWTONSche Stoßgesetz aus dem POISSONSchen Ansatz hervor [25].

Aufgrund des Ausschlusses von Tangentialkomponenten beim Kontakt ($\dot{g}_T = 0$) wird für die betrachtete Problemstellung die Stoßhypothese nach NEWTON als Kontaktgesetz für die im nächsten Kapitel vorgestellten Starrkörpermodelle gewählt. Im weiteren wird von dem gedanklichen Ansatz des NEWTONSchen Stoßgesetzes nochmals Gebrauch gemacht, um dissipative Kontaktformulierungen im Rahmen der Finite-Elemente-Methode zu entwickeln.

3.3.2 Das NEWTONSche Stoßgesetz

Die Lösung des Stoßproblems im Sinne eines Stoßgesetzes besteht darin, aus den bekannten Geschwindigkeiten vor dem Stoß ($\dot{\mathbf{q}}(t^{(c)} - 0)$) die Geschwindigkeiten nach dem Stoß ($\dot{\mathbf{q}}(t^{(c)} + 0)$) zu bestimmen. Hierzu werden verschiedene Annahmen getroffen [98]. Neben der bereits erwähnten Tatsache, daß die Stoßzeit gegen Null gehen soll, werden zwei weitere wesentliche Punkte vorausgesetzt. Zum einen soll sich die Massenverteilung sowie die Gestalt der Körper während des Stoßes nicht ändern (Starrkörperannahme) und zum anderen sollen die Lage sowie die Orientierung der Kontaktpartner unverändert bleiben, wogegen sich die Geschwindigkeiten sprunghaft ändern dürfen (Kinematikannahme).

Während der gesamten Stoßphase treten betragsmäßig gleich große und entgegengesetzt gerichtete Kontaktkräfte $\mathbf{F}^{(c)}(t)$ auf, so daß der Vektor der Gesamtnormalimpulse \mathbf{I}_N

$$\mathbf{I}_N = \lim_{t_e^{(c)} \rightarrow t_a^{(c)}} \int_{t_a^{(c)}}^{t_e^{(c)}} \mathbf{F}^{(c)}(t) dt \quad (3.6)$$

zwei betragsmäßig gleiche Werte enthält. Die benötigte zeitliche Abhängigkeit der Kontaktkraft $\mathbf{F}^{(c)}(t)$ wird aus einer gedanklichen Unterteilung des Stoßintervalls in eine Kompressions- und eine Expansionsphase gewonnen. Diese Einteilung wird von dem Augenblick $t_0^{(c)}$ markiert, in dem beide Körper die gleiche Geschwindigkeit \dot{q}_i aufweisen und damit ihre Relativgeschwindigkeit $\dot{g}_N = \dot{q}_1 - \dot{q}_2$ verschwindet. Die Kontaktkraft besitzt zu diesem Zeitpunkt ihren maximalen Betrag $\mathbf{F}_0^{(c)}$. Damit besitzen die Teilimpulse $I_{N,i}^{(K)}$ für die Kompressionsphase gleiche Beträge. Ihr Verhältnis zu den Expansionsimpulsen $I_{N,i}^{(E)}$ kann durch die NEWTONsche Stoßhypothese ermittelt werden. Diese verbindet die bekannte Relativgeschwindigkeit der Kontaktkörper vor dem Stoß mit der zunächst unbekannt Relativgeschwindigkeit nach dem Stoß anhand des Stoßkoeffizienten $e \in [0, 1]$, wie bereits in Gleichung (3.4) dargestellt.

Danach können drei Fälle hinsichtlich der Expansionsimpulse $I_{N,i}^{(E)}$ unterschieden werden. Bei einem (1) vollkommen elastischen Stoß mit $e = 1$ ergibt sich aus $I_{N,i}^{(K)} = I_{N,i}^{(E)}$ die entgegengesetzte Gleichheit der Relativgeschwindigkeit \dot{g}_N vor und nach dem Stoß. Im Falle eines (2) ideal-plastischen Stoßverlaufes entfällt die Expansionsphase, da $I_{N,i}^{(E)} = 0$ gilt. Infolgedessen ergibt sich bei einem ideal-plastischen Stoßverlauf eine verschwindende Relativgeschwindigkeit, welche im Augenblick $t_0^{(c)}$ vorherrscht. Das (3) reale Stoßverhalten mit $e \in (0, 1)$ ist zwischen diesen beiden Extremfällen zu finden.

Mit den zuvor dargestellten Zusammenhängen werden die beiden Stoßgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{q}_1(t^{(c)} + 0) &= \dot{q}_1(t^{(c)} - 0) + (1 + e) \frac{m_2}{m_1 + m_2} \dot{g}_N(t^{(c)} - 0), \\ \dot{q}_2(t^{(c)} + 0) &= \dot{q}_2(t^{(c)} - 0) - (1 + e) \frac{m_1}{m_1 + m_2} \dot{g}_N(t^{(c)} - 0) \end{aligned} \quad \text{mit } \dot{g}_N = \dot{q}_2 - \dot{q}_1 \quad (3.7)$$

für die Projektion der Geschwindigkeiten \dot{q}_i erhalten. Hierin verbleibt als noch unbekannte Größe der Stoßkoeffizient e . Er hängt wesentlich von den Materialeigenschaften im Bereich der Kontaktzone ab. Dennoch stellt der Stoßkoeffizient keine Materialkonstante dar, da zum Beispiel die Anfangsrelativgeschwindigkeit $\dot{g}_N(t^{(c)} - 0)$, die Oberflächenbeschaffenheit und verschiedene Randbedingungen seine Größe beeinflussen. Trotzdem läßt sich die Größe des jeweiligen Stoßkoeffizienten im Experiment (z.B. Fallversuch) bei gegebenen Materialeigenschaften und bekannter Oberflächenbeschaffenheit der beiden stoßenden Körper gut eingrenzen.

Struktureller Fehler bei der Auswertung des NEWTONschen Stoßgesetzes.

Im Abschnitt 3.2.2 wurde bereits ausgeführt, daß die Schaltstellensuche in nicht-glaten Systemen häufig nur mit diskreten Zeitschritten erfolgt und hierdurch Ungenauigkeiten in den ermittelten Schaltzeitpunkten auftreten. Diese Tatsache hat Auswirkungen

auf die Stoßbeschreibung mit dem NEWTONSchen Stoßgesetz und kann bei der Auswertung der Projektionsgleichungen (3.7), insbesondere bei komplexeren Systemen, zu strukturellen Fehlern führen.

Im Regelfall stellt das Stoßgesetz durch die Richtungsumkehr der Relativgeschwindigkeit \dot{g}_N sicher, daß kein Eindringen der Stoßpartner nach dem Stoß erfolgen kann. Infolge der diskreten Abfrage der Kontaktbedingung in ihrer abgeschwächten Form $g_N \leq 0$ können Situationen auftreten, in denen eine Penetration der Kontaktkörper stattfindet, der festgestellte Kontakt sich aber bereits wieder in der Dekompression befindet (siehe Bild 3.7). Dies bedeutet, daß die Körper zwar korrekterweise einen negativen Abstand $g_N < 0$ aufweisen, aber bereits eine positive Relativgeschwindigkeit $\dot{g}_N > 0$ besitzen. Mit Gleichung (3.4) und der Eigenschaft $e \in [0, 1]$ ergibt die Anwendung des Stoßgesetzes eine negative Relativgeschwindigkeit $\dot{g}_N < 0$ nach dem Stoß, was ein weiteres Eindringen der Kontaktkörper bedeutet (vgl. Bild 3.7 [a]).

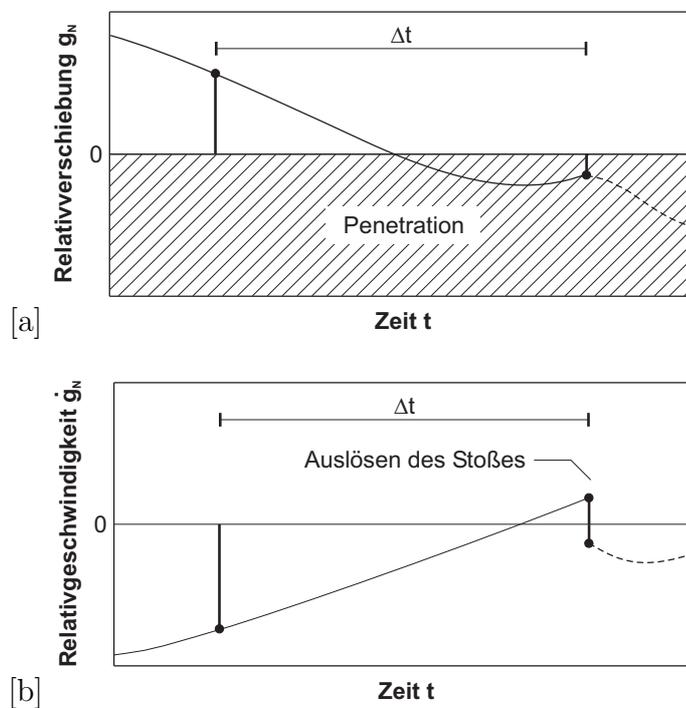


Bild 3.7: Struktureller Fehler bei der Auswertung des Stoßgesetzes: [a] Relativverschiebung $g_N(t)$, [b] Relativgeschwindigkeit $\dot{g}_N(t)$.

In der praktischen Berechnung können solche strukturellen Fehler durch Überprüfung der Relativgeschwindigkeit vor dem Stoß $\dot{g}_N(t^{(c)} - 0)$ vermieden werden. Kontakte mit positiver Relativgeschwindigkeit $\dot{g}_N(t^{(c)} - 0)$ sind dabei von der Auswertung nach Gleichung (3.7) auszunehmen, da hier zu erwarten ist, daß ihre Relativgeschwindigkeit nach dem Stoß eine falsche Richtung besitzt. Gegebenenfalls ist für diese Situationen eine Änderung der Stoßkonfiguration hinsichtlich des Vorzeichens in Betracht zu ziehen. Generell darf erwartet werden, daß mit einer kleineren Zeitschrittweite Δt die Häufigkeit solcher Situationen abnimmt.

3.3.3 Charakteristik stationärer Schwingungen nicht-glatte Systeme mit Stoßkontakt

Mit Blick auf ihren nichtlinearen Charakter, zeigen permanent erregte Systeme mit Stoßkontakt ein überaus interessantes dynamisches Verhalten. Als Paradigma in diesem Bereich gilt die Bewegung eines Massepunktes, welcher sich im Schwerfeld bewegt und in gewissen zeitlichen Abständen mit einer harmonisch schwingenden Oberfläche kollidiert („bouncing ball problem“ [37],[9]). Bereits dieses vergleichsweise einfache System, zeigt eine Vielfalt möglicher Bewegungsformen. Neben periodischen Bewegungen, insbesondere auch mehrfach verzweigten, existieren bei einem solchen deterministischen System weite Bereiche von nicht-periodischen Lösungen. Letztere sind vor allem bei hohen Erregerfrequenzen zu beobachten. Die Möglichkeit des Auftretens vielfältiger Bewegungsformen kann als generelle Eigenschaft von permanent erregten Systemen mit Stoßkontakt angesehen werden. Die Ursachen sind vor allem im hybriden Charakter (Wechsel kontinuierlicher Phasen und diskret auftretender Einzelereignisse) zu suchen.

Wahl der Anfangsbedingungen.

Die Wahl der Anfangsbedingungen für die Berechnung einer stationären Schwingung muß zunächst willkürlich erfolgen. Generell ist diese Wahl bei eindeutigen Lösungen unproblematisch und besitzt in diesen Fällen nur Einfluß auf die Zeitdauer bis zum Erreichen eines stationären Zustandes (Einschwingvorgang). In diesem Zusammenhang empfiehlt sich die Wahl von Anfangsbedingungen aus einer Nachbarschaft des Grenzzyklus, falls dieser Orbit bekannt ist. Eine solche ‚geschickte‘ Wahl der Anfangsbedingungen kann bei der Berechnung von Verzweigungsdiagrammen genutzt werden, wie im folgenden Kapitel weiter ausgeführt wird.

Bei nicht-eindeutigen Lösungen hängt das berechnete Ergebnis von den Anfangsbedingungen ab. Periodische, verzweigte Lösungen besitzen zwar im Phasenraum den gleichen Orbit, dennoch führen unterschiedliche Anfangsbedingungen zu verschiedenen Schwingungen. Alle möglichen Bewegungen besitzen zwar die gleiche Schwingungsform, diese ist aber jeweils um ein Vielfaches der Erregerperiode T phasenverschoben. Zur n -ten subharmonischen Bewegung gehören n asymptotisch stabile Lösungen [93]. Verallgemeinert bedeutet dies, daß permanent erregte Systeme mit Stoßkontakt im allgemeinen keine *starke Kausalität* [100] besitzen, also, anschaulich gesprochen, ähnliche ‚Ursachen‘ nicht notwendigerweise ähnliche ‚Wirkungen‘ hervorrufen.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die zu berechnende Bewegungsform und Wahl der Anfangsbedingungen die Berechnungszeit bis zum Erreichen eines stationären Zustandes maßgeblich bestimmen.

Bevorzugte Bewegungsform im Hinblick auf die Schadensdiagnose.

Aus dem Schrifttum (z.B. [93]) ist bekannt, daß insbesondere mehrfach verzweigte, hochperiodische Lösungen sehr sensitiv auf permanente Störungen, sowohl physikalischer als auch numerischer Natur, reagieren (vgl. Abschnitt 4.2.4). Wie zuvor dargestellt, geht damit die Eindeutigkeit hinsichtlich der gewählten Anfangsbedingungen

und die Periodizität der Lösung verloren. Für die praktische Umsetzung einer Schadensdiagnose auf der Basis von nicht-glaten Schwingungen bedeutet dies, daß für eine robuste Schwingungscharakteristik nicht-verzweigte Bewegungsformen mit einer Kontaktphase je Erregerperiode anzustreben sind. Solche Bewegungsformen sind orbital stabil gegenüber Störungen begrenzten Ausmaßes.

4

Charakterisierung des Schwingungsverhaltens delaminierter Strukturen

Im folgenden Kapitel werden anhand mechanischer Minimalmodelle die wesentlichen schadensinduzierten Schwingungsphänomene herausgestellt, welche maßgeblich zur Änderung des Schwingungsverhalten gegenüber einem ungeschädigten System beitragen. Zunächst wird anhand eines Starrkörpermodells der Einfluß verschiedener physikalischer und numerischer Parameter auf die erhaltenen nichtlinearen Schwingungsantworten untersucht. Von besonderem Interesse sind dabei die zu erwartenden Bewegungstypen sowie deren kinetische Stabilität und Sensitivität gegenüber permanenten Störungen. Anschließend erfolgt die Bewertung der Schwingungsantworten im Frequenzbereich. Hierauf aufbauend wird ein Indikator zur quantitativen Erfassung der Nichtlinearität eingeführt und auf die berechneten Schwingungsantworten angewendet. Ein erweitertes Minimalmodell gestattet schließlich die Auswirkungen der lokalen Schädigung auf den Bewegungsablauf des ungeschädigten Bereiches nachzuweisen, was Voraussetzung für eine Schadensdiagnose auf Systemebene ist.

4.1 Anmerkungen zur Modellbildung

In Kapitel 2.5.2 wurde bereits ein delaminierter Balken vorgestellt, der als Modellproblem für derart geschädigte Strukturen angesehen werden kann. Seine mechanischen Eigenschaften sollen im folgenden als Grundlage für die Untersuchung der grundsätzlichen Schwingungsphänomene verwendet werden. Hierzu werden verschiedene Modelle mit unterschiedlichem Abstraktionsgrad betrachtet.

Beim dem im Abschnitt 2.5.2 gezeigten Mehrschichtbalken ist längs zur neutralen Faser eine Schicht partiell vom Restquerschnitt gelöst, so daß eine Delamination entsteht (Bild 2.4). Bei geeigneter dynamischer Anregung ist davon auszugehen, daß im Verlauf der Bewegung ein abwechselndes Öffnen und Schließen der Delaminationsfuge auftritt.

Das Schließen der Fuge führt zu einem stoßartigen Kontaktproblem zwischen dem gelösten Querschnittsteil und dem Restquerschnitt. Im Experiment macht sich das beschriebene Kontaktverhalten häufig akustisch durch ‚Klappern‘ bemerkbar und wird im Schrifttum häufig als ‚clapping‘-Phänomen bezeichnet.

Der ‚clapping‘-Mechanismus beinhaltet drei Effekte die im Modell zu erfassen sind:

- (1) Durch das Schließen der Delaminationsfuge infolge der Bewegung kommt es zu einem dynamischen, flächenhaften Stoßkontakt.
- (2) Dieser stoßartige Kontakt führt zu einem effektiven Dämpfungsmechanismus. Die stark dissipativen Eigenschaften werden im wesentlichen durch die mit dem Stoß verbundene Wellenabstrahlung (Abschnitt 5.4.3) hervorgerufen. Dies wird durch entsprechende Experimente bestätigt.
- (3) Weiterhin ist mit dem Eintritt des Kontaktes eine Änderung der Steifigkeit im Bereich der Schädigung verknüpft. Wie leicht einzusehen ist, führt der Zyklus von geöffneter und geschlossener Fuge infolge der Schwingung zu einem fortlaufenden Wechsel von einer weicheren zu einer steiferen Struktur und umgekehrt. Hierbei ist jeder dieser Zustände mit unterschiedlichen dynamischen Eigenschaften verknüpft.

Schadensinduzierte Dissipation.

Die wesentlichen schadensinduzierten Dissipationseffekte sind den Stoßvorgängen im Schädigungsbereich zuzuordnen. Energiedissipation aus Tangentialkomponenten während des Kontaktes kann dagegen weitgehend ausgeschlossen werden. Die Existenz von Reibung wird eine Relativbewegung der Kontaktflächen in tangentialer Richtung ($\dot{g}_T \neq 0$) voraussetzen, wobei die Größe eines derartigen Dissipationsanteils im allgemeinen von der Höhe der Kontaktkraft bestimmt wird. Im Fall einer Delamination entlang der Schichtgrenze sind an den beiden Enden des delaminierten Bereiches gelöste Lamelle und Restquerschnitt miteinander verbunden, so daß hier Relativverschiebungen ausgeschlossen sind. Da außerdem die Größe der Schwingungsamplituden in den Gültigkeitsbereich der EULER-BERNOULLI- Biegetheorie einzuordnen ist, bewegen sich alle Punkte im delaminierten sowie im übrigen Teil normal zur Balkenachse. Relativverschiebungen entlang der Balkenachse und daraus resultierende Reibungskräfte sind von höherer Ordnung klein im Vergleich zur Dissipation des Stoßkontaktes. Darüber hinaus existiert eine Fuge zwischen dem delaminierten Teil und dem Restquerschnitt. Die Dauer eines Kontaktes zwischen beiden Teilsystemen ist sehr klein gegenüber dem Zeitmaßstab der gesamten Schwingung. Dies kann in vielen Fällen als zusätzliches Indiz für den Ausschluß von Reibeinflüssen gewertet werden. Aus den genannten Gründen wird im folgenden auf eine Abbildung von Reibmechanismen im Modell verzichtet.

Zu berücksichtigende nichtlineare Effekte.

An dieser Stelle sei noch einmal angemerkt, daß ein Rißfortschritt im Rahmen einer Schadensdiagnose nicht in Betracht gezogen wird (siehe Abschnitt 2.3.3), sondern ein invarianter Schädigungszustand vorausgesetzt werden kann. Mit dieser getroffenen Voraussetzung und der Tatsache, daß sich die Schwingungsamplituden im Rahmen kleiner Verformung bewegen, können neben der Kontaktnichtlinearität alle sonstigen nichtlinearen Einflüsse als unbedeutend ausgeschlossen werden. Von den drei hauptsächlichen

nichtlinearen Problemkreisen, nämlich der materialbehafteten Nichtlinearität, der geometrischen Nichtlinearität und damit verbunden den statischen Stabilitätsproblemen (z.B. lokales Ausknicken von Fasern und Schichten) sowie der aus unilateralen Bindungen resultierende Kontaktnichtlinearität, verbleibt somit nur letztere im Modell. Eine mögliche Interaktion von Querschwingungen mit Längsdehnungsanteilen im Sinne eines axialen Versteifungseffektes (vgl. z.B. [101]) beispielsweise an der delaminierten Schicht konnte nicht beobachtet werden, da die Bedeutung eines solchen Effektes zweifelsfrei von der Größe der transversalen Schwingungsamplituden abhängt. Im Rahmen der hier vorliegenden kleinen Schwingungsamplituden kann eine derartige axiale Versteifung als unbedeutend identifiziert werden, was durch entsprechende experimentelle Untersuchungen bestätigt wird.

Vordringliche Anforderung an entsprechende Modelle ist somit, die durch die unilateralen Bindungen sowie durch den Stoßkontakt hervorgerufene Schwingungsphänomene zu erfassen, da diese maßgeblich die Nichtlinearität des Systems und somit den Schädigungszustand repräsentieren.

Konzeption einer schädigungsrelevanten Erregung.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, eine Vorgehensweise zur Schadenserkenkung zu entwickeln, die gezielt die mit der Schädigung verbundenen Nichtlinearitäten für eine Schadensdiagnose nutzt (siehe Abschnitt 2.5). Aufgabe der äußeren Anregung des Systems ist hierbei, gerade solche Bewegungszustände zu generieren, in denen die genannten Nichtlinearitäten besonders stark hervortreten und mittels Signalanalyse detektiert werden können. Unter diesen Gesichtspunkten erweist sich eine transiente Anregung der betreffenden Struktur (z.B. durch Schockbelastung) als ungünstig, da aufgrund der stark dissipativen Eigenschaften der Kontaktphänomene im Schädigungsbereich die gewünschten schadensinduzierten Nichtlinearitäten bereits nach sehr kurzer Zeit aus dem System verschwinden (vgl. [41]). Es würde dann ein weitgehend lineares System vorliegen. Untersuchungen mit transienten Anregungen sind also durch die Tatsache limitiert, daß durch den begrenzten Energieeintrag in das geschädigte System in der Regel nur Schädigungen in Erregernähe ‚angeregt‘ und aufgespürt werden können. Im folgenden wird deshalb auf eine permanente Erregung der geschädigten Struktur gesetzt.

Aus den zuvor genannten Überlegungen eignet sich eine permanente, resonante harmonische Erregung in besonderem Maße. Sie stellt einen hohen Energieeintrag in das System sicher, der unter bestimmten Bedingungen eine Anregung und dauerhafte Aufrechterhaltung des ‚clapping‘-Mechanismus gestattet. Darüber hinaus ist die Verwendung einer harmonischen Erregergröße aus Sicht der Signalanalyse mit Vorteilen verbunden. Wie in späteren Kapiteln ausführlich diskutiert, stehen für eine solche Erregung geeignete Größen (Indikatoren) zur Verfügung, die (z.B. unter der Verwendung spektraler Eigenschaften) eine Beurteilung der Nichtlinearität des betreffenden Systems gestatten und somit Einblick in den Schädigungszustand gewähren.

4.2 Starrkörpermodell für das Schwingungsverhalten delaminierter Strukturen

Ziel der folgenden Abschnitte ist, die wesentlichen physikalischen Schwingungsphänomene, die im Zusammenhang mit einer Delaminationsschädigung auftreten, anhand einfacher mechanischer Modelle zu isolieren. Zunächst werden Starrkörpermodelle verwendet, die sich auf ein Minimum an Freiheitsgraden (bzw. unabhängigen Koordinaten) beschränken, aber dennoch eine übersichtliche Möglichkeit bieten, das Systemverhalten mit den geforderten Ansprüchen an die Genauigkeit zu studieren. Dies scheint in Anbetracht der komplexen kontaktdynamischen Vorgänge sowie der Vielzahl möglicher Bewegungsformen, die bereits bei dem folgenden Ein-Punkt-Kontaktsystemen auftreten, unbedingt notwendig zu sein. Die in diesem Kapitel diskutierten Phänomene wie die induzierten Zustandsübergänge, die Art und die Bewertung der zu erwartenden Strukturantwort, Eindeutigkeitsprobleme sowie der Einfluß der Kontaktdämpfung sind zwar in gleicher Form auch bei Multi-Freiheitsgrad-Systemen zu finden (z.B. im Finite-Elemente-Modell), lassen sich aber dort wegen der komplexeren kinematischen Struktur zumeist schwerer erkennen und interpretieren.

Die folgenden Untersuchungen stellen zum einen die Grundlage für eine zuverlässige, weiterführende Modellierung anhand der Finite-Elemente-Methode dar, zum anderen können bereits an diesen einfachen Modellen Informationen über mögliche Schadensindikatoren gewonnen werden.

4.2.1 Mechanisch-mathematische Beschreibung des Modells mit zwei Einzelmassen

Bei Betrachtung der Kinematik im Schädigungsbereich und unter der Berücksichtigung des Auftretens einer Delaminationsfuge kann das im Bild 4.1 dargestellte nicht-glatte Starrkörpermodell, welches auf zwei unabhängigen Koordinaten basiert, als größtmögliche Abstraktion des Problems angesehen werden. Es handelt sich um einen aus diskreten Feder-Dämpfer-Elementen und Einzelmassen zusammengesetzten Stoßschwinger. Das gewählte Modell stellt eine Erweiterung des von VIELSACK in [92] vorgeschlagenen Systems dar.

Das gezeigte Modell besteht aus zwei linearen Feder-Masse-Schwingern mit den Steifigkeiten k_1 , k_2 sowie den Massen m_1 , m_2 und besitzt die Koordinaten x_1 , x_2 . Zur Erfassung einer Materialdämpfung besitzen beide Schwinger einen viskosen Dämpfer mit den Dämpfungskonstanten d_1 , d_2 . Darüber hinaus kommt es infolge der Kontaktvorgänge zwischen den Teilsystemen zur Energiedissipation, welche durch den Stoßkoeffizienten e beschrieben wird. Im Ruhezustand weisen die Massen m_1 und m_2 einen Normalenabstand s auf, welcher die Delaminationsfuge repräsentiert. Die Feder-Dämpfer-Elemente sind jeweils fest mit einer starren Außenstruktur verbunden, die durch eine harmonische Zwangsverschiebung y mit der Amplitude \hat{y} und der Kreisfrequenz Ω bewegt wird. Während der zeitlichen Evolution der Systemdynamik kommt es infolge der Interaktion der beiden linearen Einzelschwinger zu Diskontinuitäten im Bewegungsablauf im Sinne

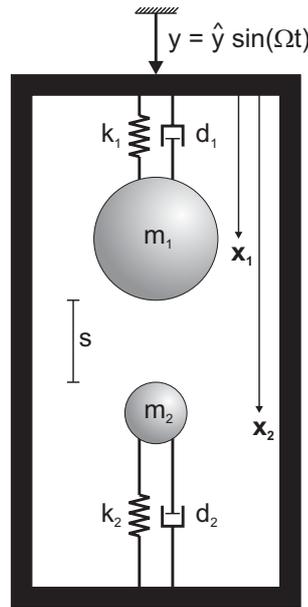


Bild 4.1: Starrkörpermodell für Schwingungen delaminierter Strukturen.

eines nicht-glaten Systems. Hierbei handelt es sich um ein Zustandsdiskretes System mit einer überschaubaren Anzahl an möglichen Systemzuständen: \mathcal{Z}_1 : getrennte Bewegung der Teilsysteme, \mathcal{Z}_2 : Stoß, \mathcal{Z}_3 : permanenter Kontakt der Teilsysteme. In jedem dieser Systemzustände ist die Bewegung durch eine analytische Lösung der zugehörigen Differentialgleichung bzw. durch eine algebraischen Gleichung beschreibbar. Die Lösung des Gesamtproblems kann damit anhand der semi-analytischen Methode (siehe Abschnitt 3.2.1) erfolgen. Ein numerisches Integrationsverfahren wird nicht benötigt. Um dennoch eine später verwendete Integrationsprozedur zu simulieren, werden alle Zustandsgleichungen und Indikatorfunktionen mit einer konstanten Zeitschrittweite Δt berechnet.

Die Gesamtlösung in der Zeit $t \in [0, t^{(k_e+1)})$ ergibt sich durch Aneinandersetzen der einzelnen Teillösungen an den Zeitpunkten der Zustandsübergänge

$$x_i = \begin{cases} x_i^{(0)}, & 0 \leq t < t^{(1)}, \\ x_i^{(1)}, & t^{(1)} \leq t < t^{(2)}, \\ \vdots & \vdots \\ x_i^{(k)}, & t^{(k)} \leq t < t^{(k+1)}, \\ \vdots & \vdots \\ x_i^{(k_e)}, & t^{(k_e)} \leq t < t^{(k_e+1)}, \end{cases} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \\ k = 0(1)k_e. \end{matrix} \quad (4.1)$$

Die k -te Teillösung ist für das *a priori* unbekannte Zeitintervall $t^{(k)} \leq t < t^{(k+1)}$ gültig und wird vom vorhergehenden Systemzustand durch den k -ten Schaltzeitpunkt $t^{(k)}$ getrennt. Um die Zahl der freien Parameter zu reduzieren, wird eine dimensionslose

Darstellung aller Bewegungsgleichungen mit den Abkürzungen

$$\omega_0^2 = \frac{k_1}{m_1}, \quad \eta = \frac{\Omega}{\omega_0}, \quad \mu = \frac{m_2}{m_1}, \quad \kappa = \frac{k_2}{k_1} \quad (4.2)$$

eingeführt. Hierbei gibt ω_0 die Eigenkreisfrequenz des ersten linearen Teilschwingers wieder. Die Größe η erfaßt das Abstimmungsverhältnis zwischen der Erregerkreisfrequenz Ω und der Eigenkreisfrequenz ω_0 . Die Konstanten μ , κ beschreiben die geometrischen Eigenschaften der Delamination und beinhalten das Massen- und Steifigkeitsverhältnis zwischen Restquerschnitt und delaminierter Schicht.

Um eine systematische Beschreibung aller auftretenden Bewegungszustände zu ermöglichen, wird eine dritte Koordinate $x_3(t)$ dergestalt eingeführt, so daß

$$x_1(t) - s_1 \equiv x_2(t) + s_2 = x_3(t) \quad \text{mit } s = s_1 + s_2 \quad (4.3)$$

gilt. Die Abstände s_1 und s_2 kennzeichnen die ‚statische Ruhelage‘ einer Bewegung mit permanentem Kontakt der beiden Schwinger. Eine solche Bewegung wird mit der eben eingeführten Koordinate x_3 beschrieben. Das Verhältnis der Konstanten s_1/s_2 kann aus den Steifigkeiten k_1, k_2 ermittelt werden, indem das reziproke Verhältnis k_2/k_1 gebildet wird. Mit der Bedingung $s = s_1 + s_2$ ergeben sich schließlich die Abstände

$$s_1 = \frac{\kappa s}{1 + \kappa} \quad \text{sowie} \quad s_2 = s - \frac{\kappa s}{1 + \kappa}. \quad (4.4)$$

Dimensionslose Koordinaten, welche die Relativverschiebung zwischen den Einzelmassen und ihrer starren Außenstruktur beschreiben, können durch die Normierung

$$\xi_i^{(k)} = \frac{x_i^{(k)}}{\hat{y} \eta^2}, \quad i = [1 \wedge 2] \vee 3 \quad (4.5)$$

angeschrieben werden. Durch dieselbe Normierung erhält man den dimensionslosen Abstand δ sowie die dimensionslosen Teilabstände δ_1, δ_2 mit

$$\delta_1 = \frac{\kappa \delta}{1 + \kappa} \quad \text{sowie} \quad \delta_2 = \delta - \frac{\kappa \delta}{1 + \kappa}. \quad (4.6)$$

Die lokale, dimensionslose Zeit

$$\tau = \omega_0 t - \tau_s^{(k)}, \quad (4.7)$$

welche für die k -te Teillösung mit $\tau = 0$ beginnt, ergibt sich aus der Differenz der globalen Zeit $\omega_0 t$ und der dimensionslosen Startzeit $\tau_s^{(k)}$ für den jeweiligen Systemzustand. Bei einem Zustandsübergang zum Zeitpunkt $\tau = \tau_e^{(k)}$ verliert die Zeit τ ihre Gültigkeit. Für den nachfolgenden Systemzustand $k + 1$ muß die zugehörige Schaltzeit mit

$$\tau_s^{(k+1)} = \tau_s^{(k)} + \tau_e^{(k)} \quad (4.8)$$

ermittelt werden. Die Bewegungsgleichungen für die Systemzustände \mathcal{Z}_1 (getrennte Bewegung) und \mathcal{Z}_3 (permanenter Kontakt), welche jeweils im Intervall $0 \leq \tau < \tau_e^{(k)}$ gültig sind, können mit

$$\mathcal{Z}_1 \vee \mathcal{Z}_3: \quad \xi_i''^{(k)} + 2D_i \xi_i'^{(k)} + \omega_i^2 \xi_i^{(k)} = \sin(\eta(\tau + \tau_s^{(k)})), \quad \begin{array}{l} i = [1 \wedge 2] \vee 3, \\ k \in [0, k_e] \end{array} \quad (4.9)$$

angeschrieben werden. Die Größen ξ_i' , ξ_i'' bezeichnen die dimensionslosen Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen und können anhand der Gleichung (4.7) und der Normierung (4.5) aus den dimensionsbehafteten Größen mit

$$\xi_i'^{(k)} = \frac{\dot{x}_i^{(k)}}{\omega_0 \hat{y} \eta^2} \quad \text{sowie} \quad \xi_i''^{(k)} = \frac{\ddot{x}_i^{(k)}}{\omega_0^2 \hat{y} \eta^2}, \quad i = [1 \wedge 2] \vee 3 \quad (4.10)$$

ermittelt werden. Die in Gleichung (4.9) auftretenden Quadrate der dimensionslosen Eigenfrequenzen berechnen sich aus

$$\omega_1^2 = \frac{k_1/m_1}{\omega_0^2} = 1, \quad \omega_2^2 = \frac{k_2/m_2}{\omega_0^2} = \frac{\kappa}{\mu}, \quad \omega_3^2 = \frac{(k_1 + k_2)/(m_1 + m_2)}{\omega_0^2} = \frac{1 + \kappa}{1 + \mu} \quad (4.11)$$

und der jeweilige Dämpfungsgrad D_i aus

$$D_1 = \frac{d_1}{2\omega_0 m_1}, \quad D_2 = \frac{d_2}{2\omega_0 m_2}, \quad D_3 = \frac{d_1 + d_2}{2\omega_0(m_1 + m_2)}. \quad (4.12)$$

Jeder neue Bewegungszustand k beginnt als Anfangswertproblem bei $\tau = 0$ mit den Werten

$$\begin{aligned} \xi_i^{(k)}(0) &= \xi_{i,0}^{(k)}, \\ \xi_i'^{(k)}(0) &= \xi_{i,0}'^{(k)}, \end{aligned} \quad i = [1 \wedge 2] \vee 3 \quad (4.13)$$

die sich anhand der Übergangsfunktionen \mathcal{U}_i aus der Vorgeschichte der Schwingung ergeben. Den absoluten Beginn der Bewegung ($t = \tau/\omega_0 = 0$) markieren die initialen Anfangsbedingungen

$$\begin{aligned} \xi_i^{(0)}(0) &= \xi_{i,0}^{(0)}, \\ \xi_i'^{(0)}(0) &= \xi_{i,0}'^{(0)}, \end{aligned} \quad i = [1 \wedge 2] \vee 3 \quad (4.14)$$

Die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung (4.9) ($\xi_i^{(k)} = \xi_{i,P}^{(k)} + \xi_{i,H}^{(k)}$) ergibt mit

$$\mathcal{Z}_1 \vee \mathcal{Z}_3: \quad \xi_i^{(k)} = a_i \cos\left(\eta(\tau_s^{(k)} + \tau)\right) + b_i \sin\left(\eta(\tau_s^{(k)} + \tau)\right) + e^{-D_i \tau} \left(\alpha_i^{(k)} \cos(\nu_i \tau) + \beta_i^{(k)} \sin(\nu_i \tau) \right), \quad i = [1 \wedge 2] \vee 3 \quad (4.15)$$

den analytischen Verschiebungsverlauf für die Systemzustände \mathcal{Z}_1 , \mathcal{Z}_3 . Dabei können die zeitinvarianten Konstanten für die partikuläre Lösung mit

$$a_i = -\frac{2D_i \eta}{(\omega_i^2 - \eta^2)^2 + (2D_i \eta)^2} \quad \text{sowie} \quad b_i = \frac{\omega_i^2 - \eta^2}{(\omega_i^2 - \eta^2)^2 + (2D_i \eta)^2}, \quad i = [1 \wedge 2] \vee 3 \quad (4.16)$$

angegeben werden. Die Konstanten der homogenen Lösung müssen für jeden neuen Bewegungszustand anhand der jeweiligen Anfangswerte

$$\begin{aligned}\alpha_i^{(k)} &= \xi_{i,0}^{(k)} - (a_i \cos(\eta\tau_s^{(k)}) + b_i \sin(\eta\tau_s^{(k)})) , \\ \beta_i^{(k)} &= \frac{1}{\nu_i} \left(\xi'_{i,0}^{(k)} + D_i \alpha_i^{(k)} + a_i \eta \sin(\eta\tau_s^{(k)}) - b_i \eta \cos(\eta\tau_s^{(k)}) \right) ,\end{aligned}\quad i = [1 \wedge 2] \vee 3 \quad (4.17)$$

sowie mit der Abkürzung

$$\nu_i = \sqrt{\omega_i^2 - D_i^2} , \quad i = [1 \wedge 2] \vee 3 \quad (4.18)$$

berechnet werden. Der noch fehlende Bewegungszustand \mathcal{Z}_2 ist ein momentaner Stoß, welcher einen zeitlich singulärer Zustand darstellt. Tritt im k -ten Bewegungsabschnitt, der mit den Anfangswerten $\xi_{i,0}^{(k)}$, $\xi'_{i,0}^{(k)}$ beginnt, ein Stoß auf, endet dieser Abschnitt augenblicklich und liefert über das Stoßgesetz die Anfangsgeschwindigkeiten $\xi'_{i,0}^{(k+1)}$ für den darauffolgenden Systemzustand $k + 1$. Für die Abbildung des Stoßes wird das NEWTONSche Stoßgesetz (siehe Abschnitt 3.3.2) mit dem Koeffizienten e verwendet. In normierter Form lauten die Projektionsgleichungen für die Geschwindigkeiten

$$\begin{aligned}\mathcal{Z}_2 : \quad \xi'_{1,0}^{(k+1)} &= \xi'_{1,0}^{(k)} + \frac{(1+e)\mu}{1+\mu} \left(\xi'_{2,0}^{(k)} - \xi'_{1,0}^{(k)} \right) , \\ \xi'_{2,0}^{(k+1)} &= \xi'_{2,0}^{(k)} - \frac{(1+e)}{1+\mu} \left(\xi'_{2,0}^{(k)} - \xi'_{1,0}^{(k)} \right) .\end{aligned}\quad (4.19)$$

Die Lage der Einzelmassen bleibt während eines Stoßes unverändert. Damit sind alle Zustandsgleichungen \mathcal{Z}_i für die einzelnen Bewegungsabschnitte in analytischer Form bekannt. Nun müssen noch die Indikatorfunktionen \mathcal{I}_j mit dem zugehörigen Indikator sowie die Übergangsfunktionen \mathcal{U}_j , die den Ablauf der Zustandswechsel erfassen, aufgestellt werden. Vier Zustandswechsel sind während des Bewegungsablaufes denkbar:

- $\mathcal{I}_1, \mathcal{U}_1$: getrennte Bewegung der Teilsysteme (\mathcal{Z}_1) \rightarrow Stoß (\mathcal{Z}_2),
- $\mathcal{I}_2, \mathcal{U}_2$: Stoß (\mathcal{Z}_2) \rightarrow getrennte Bewegung der Teilsysteme (\mathcal{Z}_1),
- $\mathcal{I}_3, \mathcal{U}_3$: Stoß (\mathcal{Z}_2) \rightarrow permanenter Kontakt der Teilsysteme (\mathcal{Z}_3),
- $\mathcal{I}_4, \mathcal{U}_4$: permanenter Kontakt (\mathcal{Z}_3) \rightarrow getrennte Bewegung der Teilsysteme (\mathcal{Z}_1).

Als Indikator \mathcal{I}_1 für das Eintreten eines Stoßkontaktes gilt ein verschwindender Abstand (bisherige Bezeichnungsweise: $g_N = 0$) zwischen beiden Körpern. Infolge der diskreten Auswertung der Indikatorfunktionen muß an dieser Stelle auf eine schwache Formulierung der Kontaktbedingung zurückgegriffen werden (siehe Abschnitt 3.2.2). Die Indikatorfunktion \mathcal{I}_1 und die zugehörige Übergangsfunktion \mathcal{U}_1 sind mit

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_1 : \quad \xi_2^{(k)}(\tau) - (\xi_1^{(k)}(\tau) - \delta) &\leq 0 , \\ \mathcal{U}_1 : \quad \xi_i^{(k)}(\tau_e^{(k)}) &= \xi_i^{(k+1)}(\tau_s^{(k+1)}) , \\ \xi'_i{}^{(k)}(\tau_e^{(k)}) &= \xi'_i{}^{(k+1)}(\tau_s^{(k+1)}) ,\end{aligned}\quad i = 1 \wedge 2 \quad (4.20)$$

gegeben. Nachdem ein momentaner Stoß erfolgt ist, muß entschieden werden, ob die anschließende Bewegung getrennt oder mit permanentem Kontakt der Teilsysteme verläuft. Die Indikatorfunktionen $\mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3$ können im Sinne einer Alternativentscheidung in einer Funktion $\mathcal{I}_{2,3}$ zusammengefaßt werden. Liegt nach dem Stoß eine von Null verschiedene Relativgeschwindigkeit $\xi_2^{(k)}(\tau_e^{(k)}) - \xi_1^{(k)}(\tau_e^{(k)})$ (bisherige Bezeichnungsweise: $\dot{g}_N > 0$) vor, kommt es zur sofortigen Trennung der Teilsysteme. Im anderen Fall, einer verschwindenden Relativgeschwindigkeit $\xi_2^{(k)}(\tau_e^{(k)}) - \xi_1^{(k)}(\tau_e^{(k)})$ nach dem Stoß, wird der Kontakt eine zeitlang aufrecht erhalten, so daß eine gemeinsame Bewegung der Teilsysteme folgt. Die Erfassung dieser Problematik verdient besondere Aufmerksamkeit. Im Falle eines ideal-plastischen Stoßes ($e = 0$), besitzen die Teilsysteme nach dem Kontakt keine Relativgeschwindigkeit, so daß sich dem Stoß hier zumindest eine kurze gemeinsame Bewegung anschließt. Für alle nicht-verschwindenden Stoßkoeffizienten $e > 0$ kann die Schaltbedingung für eine gemeinsame Bewegung $\xi_2^{(k)}(\tau_e^{(k)}) - \xi_1^{(k)}(\tau_e^{(k)}) = 0$ nie erfüllt werden. Dies kann gegebenenfalls zu einer Folge von Einzelstößen mit immer geringerem Zeitabstand zwischen zwei Kontakten führen. Gerade mit Blick auf die diskrete Schaltstellensuche kann eine solche Stoßfolge numerische Probleme verursachen. Zu ihrer Vermeidung wird für die praktische Berechnung eine minimale Geschwindigkeitsdifferenz γ vorgegeben, bei deren Unterschreitung eine gemeinsame Bewegung und damit ein voll-plastischer Stoß angenommen wird. Die Indikatorfunktion $\mathcal{I}_{2,3}$ und die Übergangsfunktionen $\mathcal{U}_2, \mathcal{U}_3$ lauten damit

$$\mathcal{I}_{2,3} : \quad \xi_2^{(k)}(\tau_e^{(k)}) - \xi_1^{(k)}(\tau_e^{(k)}) \begin{cases} \geq \gamma : \mathcal{Z}_1 \text{ (getrennte Bewegung)} \\ < \gamma : \mathcal{Z}_3 \text{ (gemeinsame Bewegung)} \end{cases}, \quad \gamma \ll 1$$

$$\mathcal{U}_2 : \quad \begin{aligned} \xi_i^{(k)}(\tau_e^{(k)}) &= \xi_i^{(k+1)}(\tau_s^{(k+1)}), \\ \xi_i^{\prime(k)}(\tau_e^{(k)}) &= \xi_i^{\prime(k+1)}(\tau_s^{(k+1)}), \end{aligned} \quad i = 1 \wedge 2$$

$$\mathcal{U}_3 : \quad \begin{aligned} \xi_1^{(k)}(\tau_e^{(k)}) - \delta_1 &= \xi_3^{(k+1)}(\tau_s^{(k+1)}), \\ \frac{1}{2} \sum_{n=1}^2 \left(\xi_n^{\prime(k)}(\tau_e^{(k)}) \right) &= \xi_3^{\prime(k+1)}(\tau_s^{(k+1)}). \end{aligned}$$

(4.21)

Die letzte Übergangsfunktion gewährleistet, daß im Falle einer nicht verschwindenden, aber kleinen Relativgeschwindigkeit, die praktisch zu einer gemeinsamen Bewegung führt, der neue Bewegungsabschnitt trotzdem für beide Teilsysteme mit der gleichen (mittleren) Geschwindigkeit beginnt.

Bei einer Bewegung mit permanentem Kontakt der Teilsysteme wirkt zwischen den Einzelschwingern eine Kontaktkraft $F_c^{(k)}$, die sich durch einen Freischnitt ermitteln läßt. Tritt diese Kontaktkraft $F_c^{(k)}$ als Druckkraft ($F_c^{(k)} < 0$) auf, so wird die gemeinsame Bewegung aufrecht erhalten. Die Bewegungsgleichungen (4.9) ($i = 1 \wedge 2$) werden um diese Kraft erweitert und mithilfe der Beziehungen (4.3) in der Koordinate $\xi_3^{(k)}$ formuliert. Es ergibt sich der Ausdruck

$$2f_c^{(k)} = 2(D_1 - D_2)\xi_3^{\prime(k)} + (\omega_1^2 - \omega_2^2)\xi_3^{(k)} - \omega_1^2\delta_1 - \omega_2^2\delta_2 \quad (4.22)$$

für die dimensionslose Kontaktkraft $f_c^{(k)}$. Hiermit ist die Indikatorfunktion \mathcal{I}_4 für die Trennung eines permanenten Kontaktes gefunden und kann zusammen mit den zugehörigen Übergangsfunktionen \mathcal{U}_4 mit

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_4 : & f_c^{(k)} \geq 0, \\ \mathcal{U}_4 : & \xi_3^{(k)}(\tau_e^{(k)}) + \delta_1 = \xi_1^{(k+1)}(\tau_s^{(k+1)}) \quad \wedge \quad \xi_3^{(k)}(\tau_e^{(k)}) - \delta_2 = \xi_2^{(k+1)}(\tau_s^{(k+1)}), \\ & \xi_3^{(k)}(\tau_e^{(k)}) = \xi_i^{(k+1)}(\tau_s^{(k+1)}), \quad i = 1 \wedge 2 \end{aligned} \quad (4.23)$$

angeschrieben werden. Nun sind für jeden Bewegungszustand die entsprechenden Zustandsgleichungen und Indikatorfunktionen bekannt. Für den absoluten Beginn der Bewegung ($\tau_s^{(0)} = 0$) wird immer eine getrennte Bewegung der Teilsysteme (\mathcal{Z}_1) angenommen.

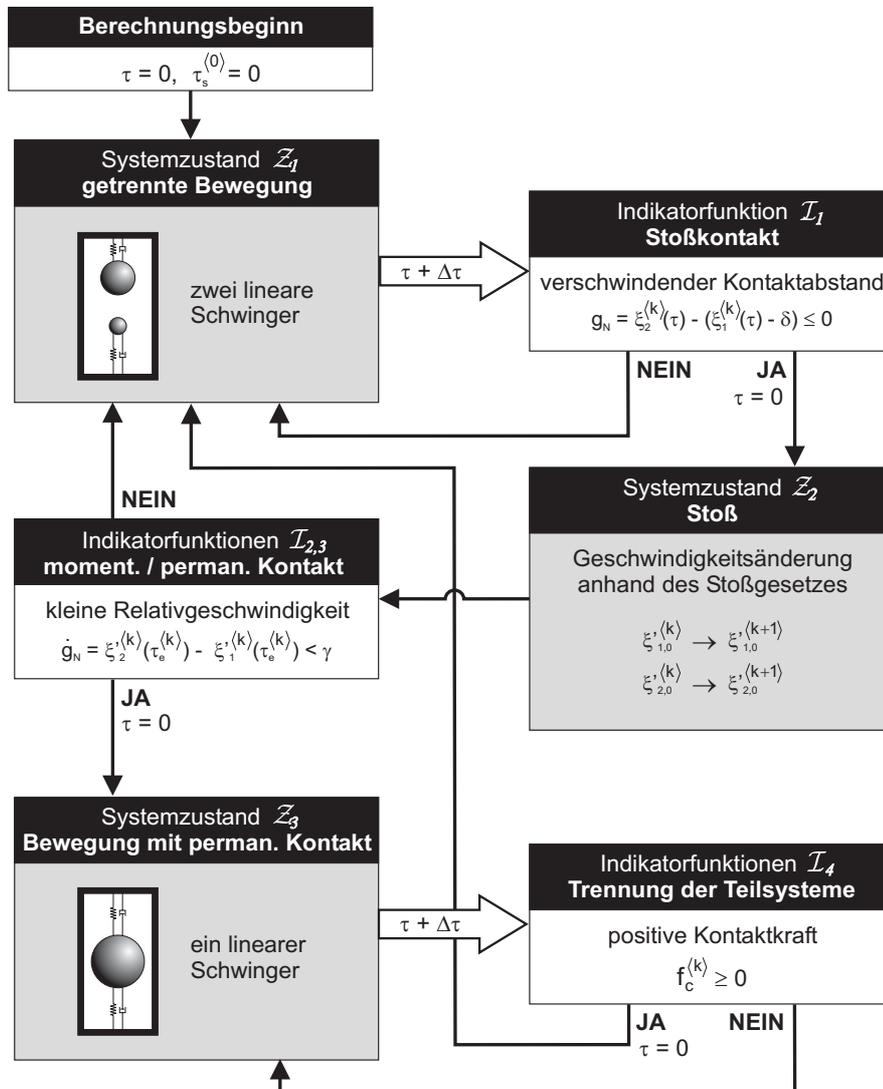


Bild 4.2: Schematische Darstellung des Bewegungsablaufes.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß sich das Gesamtproblem aufgrund des Vorliegens analytischer Teillösungen somit auf die numerische Bestimmung der Systemübergänge und der Schaltentscheidungen konzentriert. Die Ermittlung der *a priori* unbekanntenen Schaltsequenz bedingt hierbei die strenge Nichtlinearität des Problems.

4.2.2 Parameterwahl

Das im folgenden untersuchte Beispiel soll möglichst gut die grundsätzlichen Schwingungseigenschaften eines realen Delaminationsszenarios abbilden. Es werden deshalb alle freien Parameter bestmöglich an die geometrischen und dynamischen Eigenschaften des im Bild 2.4 gezeigten Modellbalkens angepaßt.

Aus den Vorgaben kann zunächst ein Massenverhältnis von $\mu = 0.12$ und ein Steifigkeitsverhältnis von $\kappa = 0.06$ abgeschätzt werden. Für diese Abschätzung werden sowohl die geometrischen Abmessungen, wie das Höhenverhältnis zwischen Restquerschnitt und delaminierter Schicht, als auch dynamische Größen, wie die Eigenfrequenzen der linearen Einzelschwinger, betrachtet. Eine gute Approximation für die Eigenfrequenzen der linearen Teilsysteme liefert die Überlegung, daß sich die Eigenfrequenz des Restquerschnitts (maßgebend für Schwinger 1) anhand eines entsprechenden ungeschädigten Balkens mit gleichen Randbedingungen näherungsweise ermitteln läßt. Für eine Abschätzung der Eigenfrequenz der delaminierten Schicht (repräsentiert durch Schwinger 2) kann ein beidseitig eingespannter Balken herangezogen werden.

An dieser Stelle sei angemerkt, daß sich Begriffe wie z.B. Eigenfrequenzen und Eigenformen nur auf die Eigenschaften der einzelnen linearen Schwinger beziehen. Mit Blick auf den stark nichtlinearen Charakter des betrachteten Gesamtsystems verlieren solche Begriffe aus der linearen Schwingungslehre ihren Sinn. Zweifellos werden auch am Gesamtsystem resonanzartige Phänomene zu beobachten sein, wobei die zugehörige Erregerfrequenz nicht zwangsweise mit einer Eigenfrequenz zusammenfallen muß, sondern zumeist nur in deren Nähe liegt. Für solche resonanzartigen Phänomene soll im folgenden der Begriff *globale Resonanz* verwendet werden. Dem gegenüber steht die sogenannte *resonante harmonische Anregung* des Systems. Hier bezieht sich der Resonanzbegriff auf die Erregung einer Eigenfrequenz, die einem linearen Teilschwinger zugeordnet ist. Sie wird im weiteren auch als *Teilresonanz* bezeichnet. Im vorliegenden Fall wird die Anregung der Eigenfrequenz des ersten linearen Schwingers ($\eta = 1.0$) vorgesehen, welcher den großen Restquerschnitt repräsentiert.

Die Erregeramplitude \hat{y} , als dimensionsbehaftete Größe, beträgt in Übereinstimmung mit der Größenordnung in späteren Experimenten 1.0mm . Der statische Abstand zwischen den beiden Schwingern, welcher der Öffnungsweite der Delaminationsfuge entspricht, kann mit ca. 0.5mm abgeschätzt werden. Aus diesen Werten läßt sich der dimensionsfreie Abstand $\delta = 0.5$ ermitteln.

Die Energiedissipation im System wird durch die kleine innere Dämpfung mit den Dämpfungsmaßen $D_i = 0.007$ sowie maßgeblich durch die Kontaktdämpfung e bestimmt. Erstere entstammt einem Ausschwingversuch an einem zu Bild 2.4 gehörenden ungeschädigten Referenzbalken. Beim zyklischen Öffnen und Schließen der Delaminationsfuge kommt es durch den Querstoßkontakt der Lamellen zu erheblicher Energie-

zerstreuung infolge starker Wellenabstrahlung. Dies wird in späteren Kapiteln (siehe Abschnitt 5.4.3) noch ausführlich diskutiert und experimentell belegt. Ein Stoßkoeffizient $e = 0.1$, nahe eines voll-plastischen Stoßes, erscheint in diesem Zusammenhang als realistische Wahl.

Neben diesen physikalischen Parametern sind für die numerische Behandlung des Problems weitere Größen zu wählen. Die numerische Erfassung einer Bewegung mit permanentem Kontakt erfordert die Festlegung einer Grenze γ für die Relativgeschwindigkeit nach dem Stoß, bei deren Unterschreitung eine gemeinsame Bewegung angenommen wird. Eine solche Größe muß in der Regel heuristisch gewählt und durch anschließende ‚numerische Experimente‘ bestätigt werden. Im allgemeinen kann die Wahl anhand der maximal auftretenden Relativgeschwindigkeit erfolgen. Im vorliegenden Fall erscheint ein Wert $\gamma = 10^{-4} \cdot \max |\xi'_2 - \xi'_1|$ als angemessen. Der Einfluß dieser Größe auf den berechneten Kontaktverlauf wird im Zuge der folgenden Parameterstudie untersucht. Schließlich muß noch die Größe der Zeitschrittweite bei der Auswertung der Zustandsgleichungen sowie der Indikatorfunktionen festgelegt werden. Hierbei empfiehlt es sich, die Zeitschrittgröße auf die Dauer einer Erregerperiode zu beziehen. Eine Unterteilung der dimensionslosen Periodendauer

$$\Upsilon = \frac{2\pi}{\eta} \quad (4.24)$$

durch N Zeitschritte je Erregerperiode liefert die dimensionslose Zeitschrittweite

$$\Delta\tau = \frac{\Upsilon}{N}. \quad (4.25)$$

Für die folgenden Untersuchungen wird eine Zeitschrittgröße von $\Delta\tau = \Upsilon/2000$ gewählt, die in der Regel nur kleine permanente numerische Störungen als Voraussetzung orbital stabiler Lösungen sicherstellt.

Im weiteren wird zunächst exemplarisch die zu den genannten Parametern gehörende Lösung diskutiert. In einer anschließenden Parameter- und Sensitivitätsstudie soll nacheinander der Einfluß der einzelnen physikalischen und numerischen Parameter auf die berechnete Lösung untersucht werden.

Tabelle 4.1 faßt noch einmal alle gewählten physikalischen und numerischen Parameter zusammen.

4.2.3 Ergebnisse für feste Parameterwahl

Gesucht ist der stationäre Zustand für die sich mit den in Tabelle 4.1 genannten Parametern einstellende Schwingung. In diesem Fall wurden als initiale Anfangsbedingungen die Koordinaten der statischen Ruhelage des Systems gewählt ($\xi_{i,0}^{(0)} = 0$, $\xi'_{i,0}^{(0)} = 0$). Um einen stationären Systemzustand zu erreichen, wurden zunächst 1000 Erregerperioden der Schwingung berechnet, so daß die Einflüsse aus dem Einschwingvorgang mit Sicherheit abgeklungen sind. Die sich anschließend einstellende Bewegung wird im folgenden Abschnitt ausgewertet.

Die Schwingung der beiden Teilsysteme wird durch ihre Verschiebungen ξ_1 , ξ_2 und ihre Geschwindigkeiten ξ'_1 , ξ'_2 beschrieben. Die Anzahl der benötigten Variablen kann

Tabelle 4.1: Physikalische und numerische Parameter.

Parameter		
Massenverhältnis	μ	0.12
Steifigkeitsverhältnis	κ	0.06
Strukturdämpfung	D_i	0.007
normierte Erregerfrequenz	η	1.0
Erregeramplitude	\hat{y}	1.0mm
Kontaktabstand	s	0.5mm
Kontaktdissipation	e	0.1
Zeitschritt	$\Delta\tau$	$\Upsilon/2000$
Relativgeschwindigkeitsschranke	γ	$10^{-4} \cdot \max \xi'_2 - \xi'_1 $

durch Einführung von Relativgrößen reduziert werden, welche im weiteren gelegentlich Verwendung finden:

$$\Xi = \xi_2 - (\xi_1 - \delta) \quad \text{sowie} \quad \Xi' = \xi'_2 - \xi'_1. \quad (4.26)$$

Zunächst soll der Zeitverlauf für die Koordinaten $\xi_1(\tau)$, $\xi_2(\tau)$ betrachtet werden. Bild 4.3 [a] erfaßt ein Zeitintervall von 3 Erregerperioden. Hieran läßt sich der Schwingungsablauf sehr anschaulich nachvollziehen. Als Schwingungsantwort auf die gewählte Erregung stellen sich periodische Verläufe ein. Die Antwortperiode ist äquivalent zur Erregerperiode, so daß eine nicht-verzweigte Lösung vorliegt. Offenbar entsteht innerhalb jeder Erregerperiode eine Kontaktphase zwischen den beiden Massen. Da sich Schwinger 1, als Repräsentant des Restquerschnitts, in seiner Teilresonanz befindet und zudem eine deutlich größere Masse als sein Pendant besitzt, prägt er maßgeblich die Bewegung. Sein Schwingungsverlauf besitzt nahezu harmonische Gestalt. Der entsprechende Verlauf von Körper 2, welcher die delaminierte Schicht repräsentiert und sich außerhalb eines Resonanzfalles befindet, trägt infolge des Kontaktes deutlich nicht-harmonische Züge.

Der Zeitverlauf der Relativverschiebung $\Xi(\tau) \in \mathbb{R}_+$ (Bild 4.3 [b]) zeigt aufgrund der Bindungsunilateralität nur positive Zustandswerte. Bei genauerer Betrachtung dieses Verlaufes wird deutlich, daß sich die Kontaktphase in jeder Erregerperiode aus zwei Einzelstößen zusammensetzt, die durch die Berührungspunkte der Kurve mit der Zeitachse markiert werden. Ob diese Stoßfolge zu einer gemeinsamen Bewegung führt oder ausschließlich Momentankontakte beinhaltet, hängt von der Wahl der Relativgeschwindigkeitsschranke γ ab, wie die anschließende Parameterstudie zeigen wird. Mit Blick auf die Dauer einer Erregerperiode können die zwei Einzelkontakte in guter Näherung als *eine Kontaktphase* endlicher Dauer interpretiert werden. Zur Übersicht der Periodizität ist im unteren Teil des Diagrammes das Erregersignal $\zeta(\tau)$ notiert.

Hinsichtlich der Darstellung ist anzumerken, daß in den folgenden Diagrammen die Richtung der Verschiebungs- und Geschwindigkeitsachsen umgekehrt wird, um eine bessere Vergleichbarkeit zu den später gezeigten Ergebnissen aus den Experimenten und dem FE-Modell zu ermöglichen.

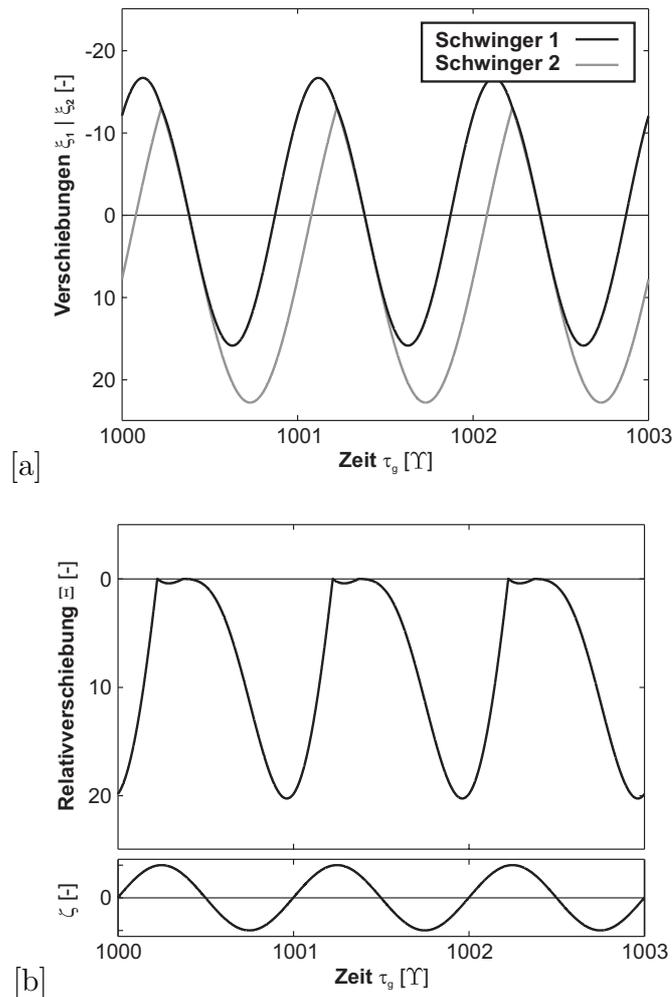


Bild 4.3: Zeitverlauf der Verschiebungen: [a] Verschiebungen der Teilsysteme $\xi_1(\tau)$, $\xi_2(\tau)$, [b] Relativverschiebung $\Xi(\tau)$, Erregung $\zeta(\tau)$.

Eine wesentlich sensitivere und kompaktere Darstellung der Schwingungsphänomene (hinsichtlich: Kontakt, Stationarität und Eindeutigkeit) liefert eine Betrachtung der Bewegung im *Phasenraum* (Ort-Impuls-Raum). Hierbei sind Ort ξ und Geschwindigkeit ξ' als allgemeine Koordinaten und die Zeit τ als Kurvenparameter zu betrachten. Eine Trajektorie im Phasenraum wird durch die Abbildung $\phi^\tau(\xi(\tau), \xi'(\tau))$ erhalten. Durch die differentielle Verknüpfung von Verschiebung und Geschwindigkeit ist der Umlaufsinn der Trajektorien als mathematisch negativ festgelegt.

Das Phasenportrait (Bild 4.4 [a]), welches ein Zeitintervall von 20 Erregerperioden beinhaltet, ergibt für jeden Schwinger eine geschlossene Trajektorie. Dies belegt die Stationarität und die Eindeutigkeit der Lösung. Deutlich sichtbar sind die beiden auftretenden Systemzustände: getrennte Bewegung und zwei momentane Stoßkontakte. Letztere können durch die Geschwindigkeitssprünge identifiziert werden. Vergleicht man das Phasenportrait eines ‚ungeschädigten Systems‘ (hier: linearer Einmassenschwinger) in Gestalt einer einfachen Ellipse mit der hier dargestellten Trajektorie des delaminierten Systems, zeigt sich eine beeindruckende schadensinduzierte Änderung der Gestalt des

Schwingungsverlaufes. Diese Eigenschaften, welche auf den schadensinduzierten Nicht-linearitäten basieren, können gezielt zur Schadenserkenkung genutzt werden.

Eine alternative Darstellung bietet das Phasendiagramm der Relativbewegung (Bild 4.4 [b]). In diesem ist ein Umlauf allerdings nicht notwendigerweise mit der Periodendauer verknüpft, sondern wird jeweils durch ein Kontaktereignis begonnen und beendet. Jeder Momentankontakt ist dabei als Sprung der Relativgeschwindigkeit Ξ' entlang der Ordinatenachse gekennzeichnet. Ein Zustand permanenten Kontaktes, der durch gleichzeitig verschwindende Relativverschiebung Ξ und -geschwindigkeit Ξ' ausgezeichnet ist, wird dementsprechend zu einem Punkt im Diagrammursprung kontrahiert. Im vorliegenden Fall können wieder die beiden Momentankontakte abgelesen werden. Die ausgeprägte Kontaktdissipation zeigt sich an dieser Stelle bereits durch die stark abnehmenden Sprünge der Relativgeschwindigkeit innerhalb der Stoßfolge.

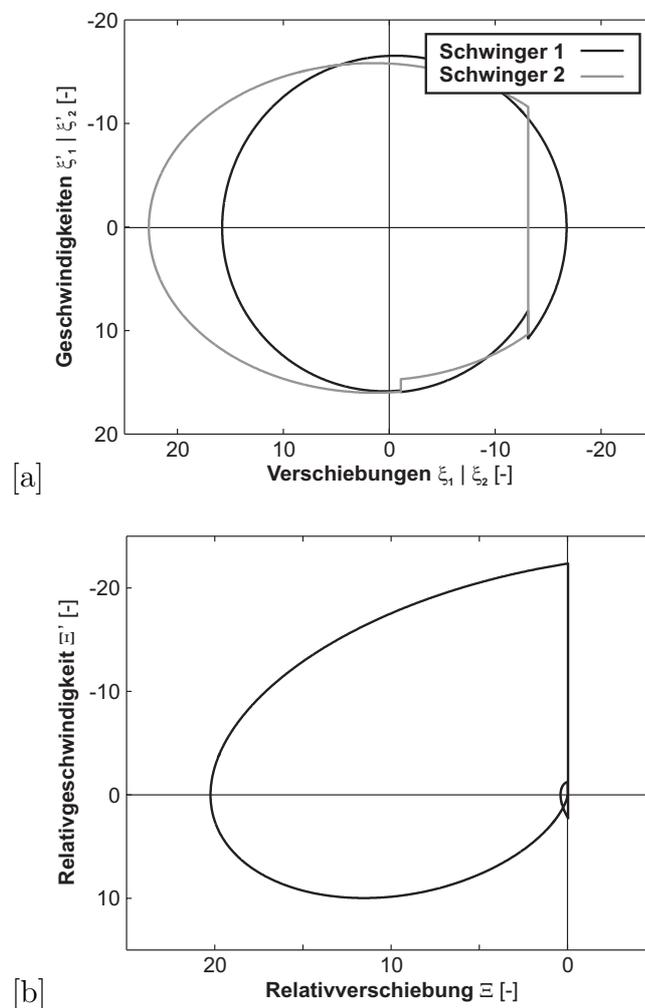


Bild 4.4: Phasenportrait: [a] Bewegung der einzelnen Teilsysteme, [b] Relativbewegung der Teilsysteme.

4.2.4 Ergebnisse der Parameterstudie

Im folgenden wird, ausgehend von der Parameterkonstellation der Tabelle 4.1, die Sensitivität der berechneten Lösung gegenüber den einzelnen Parametern untersucht.

Einfluß der Erregerfrequenz.

Für die Untersuchung delaminierter Strukturen sind nicht-verzweigte Bewegungstypen anzustreben (vgl. Abschnitt 3.3.3). Wie sich im vorangegangenen Abschnitt bereits gezeigt hat, darf im Falle einer resonanten Erregung des dominanten Teilschwingers (Schwinger 1, Restquerschnitt) eine ein-periodische Antwort erwartet werden. Um die Sensitivität der gezeigten Ergebnisse hinsichtlich einer Änderung der Erregerfrequenz zu untersuchen, wird die Lösungsstruktur in Nachbarschaften zu einer resonanten Erregung ($\eta = 1.0$) anhand eines Verzweigungsdiagrammes betrachtet. Hierbei wird als Kontrollparameter das Abstimmungsverhältnis η gewählt und in den Grenzen von $0.1 \leq \eta \leq 2.0$ mit der Schrittweite $\Delta\eta = 0.001$ variiert. Alle anderen physikalischen und numerischen Parameter bleiben unverändert. Die Resonanz des zweiten Teilschwingers liegt mit $\eta = 0.7$ innerhalb des betrachteten Bereiches der Erregerfrequenzen.

Mit Hilfe eines POINCARÈ-Schnittes (z.B. [56]) für jede Abstimmung η können Aussagen über die Periodizität der Lösung erhalten werden. Um diese Struktur zu erkennen, wird bei nicht-autonomen Systemen, deren Erregergröße $p(t)$ die Periode T besitzt, eine Datenreduktion durchgeführt, die auf erreger-periodischen Schnitten ($p(t) = p(t + T)$, $\forall t \in \mathbb{R}_+$) durch den Phasenraum basiert. Die Bewegung wird also stroboskopisch mit der Anregung synchronisiert betrachtet.

Im diskutierten Fall werden die Durchstoßpunkte des Orbits durch die Schnittebene anhand der Relativverschiebung $\Xi(nT)$, $n = 350(1)400$ registriert und im Verzweigungsdiagramm zusammengefaßt. Durch geschickte Wahl der jeweiligen initialen Anfangsbedingungen $\xi_{i,0}^{(0)}$, $\xi'_{i,0}^{(0)}$ für die Berechnung mit einem bestimmten, festen Wert η , kann man die maximale Dauer des Abklingens transienter Effekte auf ein Zeitintervall von $n = 350$ Erregerperioden abschätzen. Hierzu werden die Anfangsbedingungen für die Berechnung η aus der stationären Lösung von $\eta - \Delta\eta$ gewonnen. In vielen Fällen startet die Berechnung somit in einer Nachbarschaft des gesuchten Orbits.

Das Verzweigungsdiagramm (Bild 4.5) zeigt für das untersuchte System eine Vielzahl möglicher Bewegungsformen in Abhängigkeit von der Frequenz der Zwangserregung. Eine typische Charakteristik bildet der Wechsel von Bereichen irregulärer und hoch-periodischer Bewegungen mit Fenstern ein-periodischer Lösungen. Diese Eigenschaft wird durch das allgemeine Profil nicht-glatte Systeme mit Stoßkontakt gestützt (siehe Abschnitt 3.3.3), denen ein ausgeprägtes Verzweigungsszenario bis hin zu chaotischen Bewegungen zuzuschreiben ist. Bild 4.6 zeigt exemplarisch drei der möglichen Bewegungsformen anhand ihrer Phasenportraits, deren Lage im Verzweigungsdiagramm (Bild 4.5) zusätzlich gekennzeichnet ist. Hierfür wurden jeweils 20 Erregerperioden der stationären Schwingung erfaßt. Fall [a] zeigt eine periodische, nicht-verzweigte Lösung, die in unmittelbarer Nachbarschaft zur Resonanzfrequenz des ersten Teilschwingers ($\eta = 0.98$) aufgenommen wurde. Die Phasenkurven sind innerhalb einer Erregerperiode geschlossen und liegen deckungsgleich übereinander. Es tritt eine Kontaktphase in jeder Erregerperiode auf, welche sich in eine Folge von Einzelstößen und eine anschließende

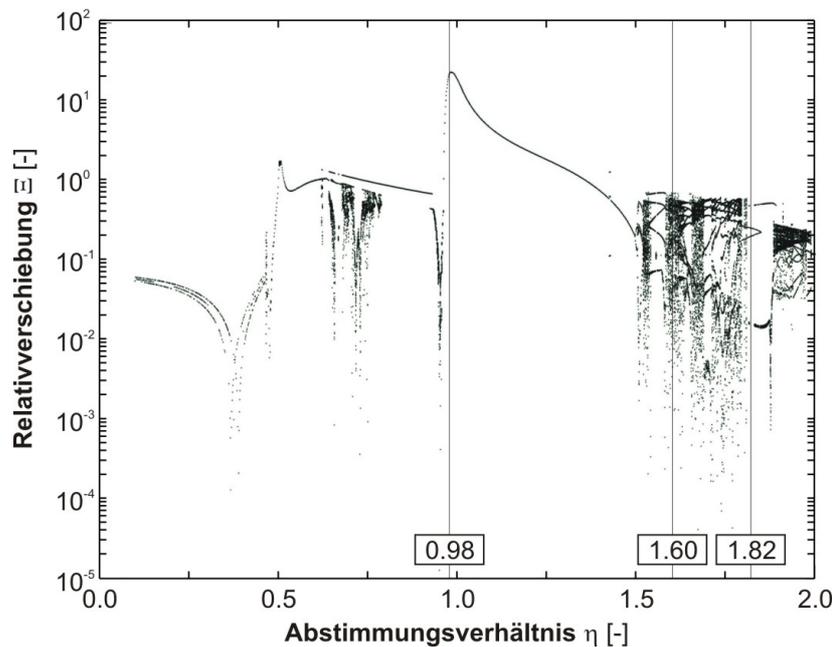


Bild 4.5: Verzweigungsdiagramm in Abhängigkeit des Abstimmungsverhältnisses η .

gemeinsame Bewegung gliedert. Im Bereich von Abstimmungsverhältnissen $\eta \geq 1.50$ werden irreguläre Bewegungsformen beobachtet. Bild 4.6 [b] dokumentiert aus diesem Bereich ($\eta = 1.60$) eine Schwingung, bei der sich nicht nur der Stoßzeitpunkt innerhalb der Periode verändert, sondern auch die Anzahl der Kontaktereignisse pro Erregerperiode wechselt. Bei weiterer Erhöhung der Erregerfrequenz werden in einem bestimmten Fenster subharmonische Bewegungen erhalten. Bild 4.6 [c] zeigt eine zwei-periodische Bewegung ($\eta = 1.82$), bei der in jeder zweiten Erregerperiode ein Stoßkontakt auftritt. Wird nun der Blick auf die unmittelbare Nachbarschaft der resonanten Erregung ($\eta = 1.0$) fokussiert, läßt sich feststellen, daß sich an dieser Stelle ein Fenster befindet in dem nur ein-periodische Lösungen auftreten. Die äußere, resonante Erregung trägt offensichtlich zum Abbau der Sensitivität gegenüber Anfangsbedingungen und Störungen bei. Diese Eigenschaft ist auch in den von VIELSACK [92] gezeigten Fällen zu beobachten. Sie stellt eine wichtige Voraussetzung für die angestrebte Vorgehensweise zur Schadenserkennung dar, da offensichtlich sichergestellt ist, daß im relevanten Frequenzbereich durchweg ein-periodische Bewegungen auftreten.

In der Darstellung des Verzweigungsdiagrammes in Bild 4.5 lassen sich keine Aussagen über die extremalen Amplituden während einer Erregerperiode gewinnen. Dies kann jedoch durch eine geänderte Darstellung des Verzweigungsdiagrammes im Sinne eines erweiterten Amplituden-Frequenz-Diagrammes erfolgen. Bild 4.7 zeigt über einen Zeitraum von 50 Erregerperioden der stationären Bewegung für jeden festen Wert η die minimale und die maximale Verschiebungsamplitude einer Erregerperiode. Verzweigungen der Bewegung werden wieder durch mehrere Maximal- bzw. Minimalamplituden für aufeinanderfolgende Perioden eines bestimmten Wertes η sichtbar. Somit kann diese Darstellung als modifizierter POINCARÈ-Schnitt angesehen werden. Als auffälligstes

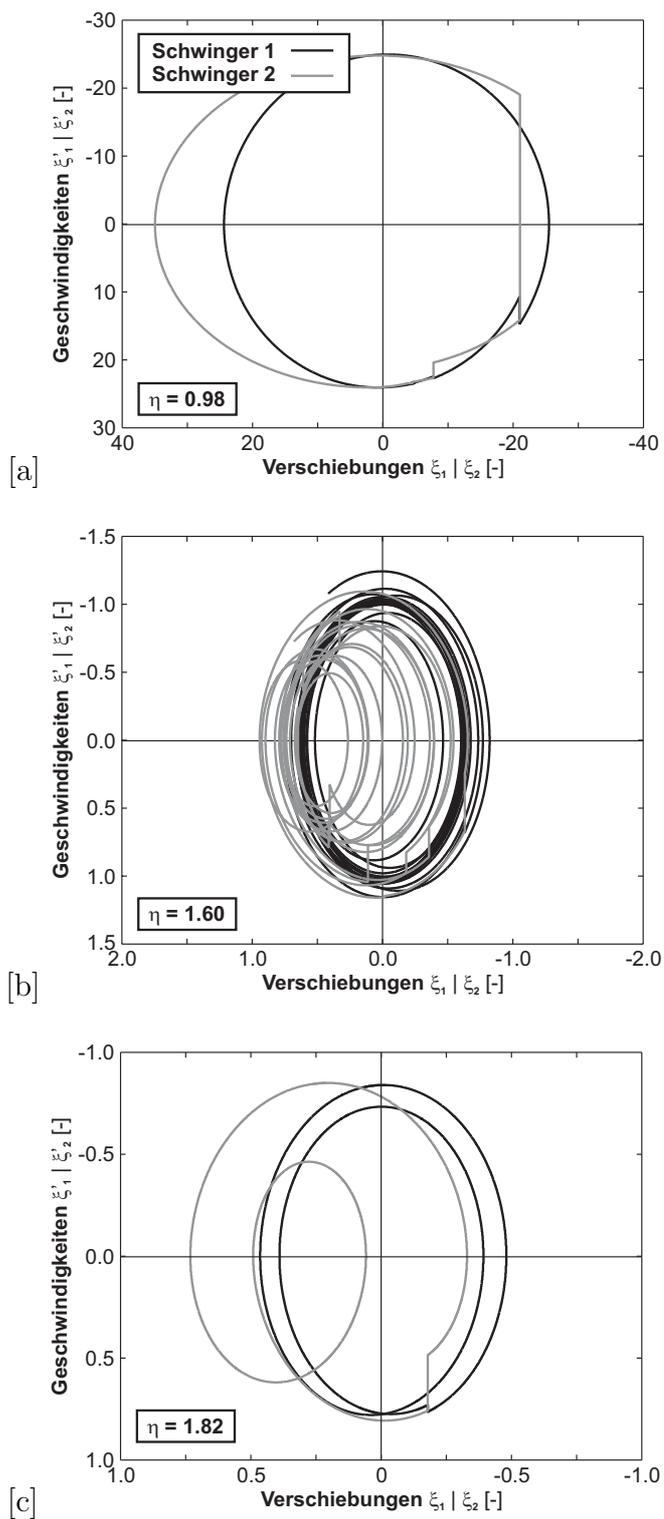


Bild 4.6: Phasenportraits dreier charakteristischer Schwingungstypen: [a] periodische, nicht-verzweigte Lösung, [b] irreguläre Lösung, [c] subharmonische Lösung.

Merkmal läßt sich ein resonanzartiger Peak bei $\eta \approx 0.98$ erkennen. Dieser Wert liegt in unmittelbarer Nachbarschaft zur Resonanzstelle $\eta = 1.0$ des ersten linearen Teilschwingers. Der geringe Abstand des Resonanzpeaks gegenüber der linearen Eigenfrequenz des ersten Schwingers kann für die praktische Auslegung der Erregungsfrequenz genutzt werden. Zur Erzielung eines resonanzartigen Zustandes ist es in der Regel ausreichend, die Eigenfrequenz des Restquerschnittes (erster Teilschwinger) als Erregerfrequenz zu verwenden. Infolge der Unilateralität des Kontaktes ergibt sich im Verlauf der Extremalamplituden eine Unsymmetrie zwischen der positiven und der negativen Koordinatenrichtung.

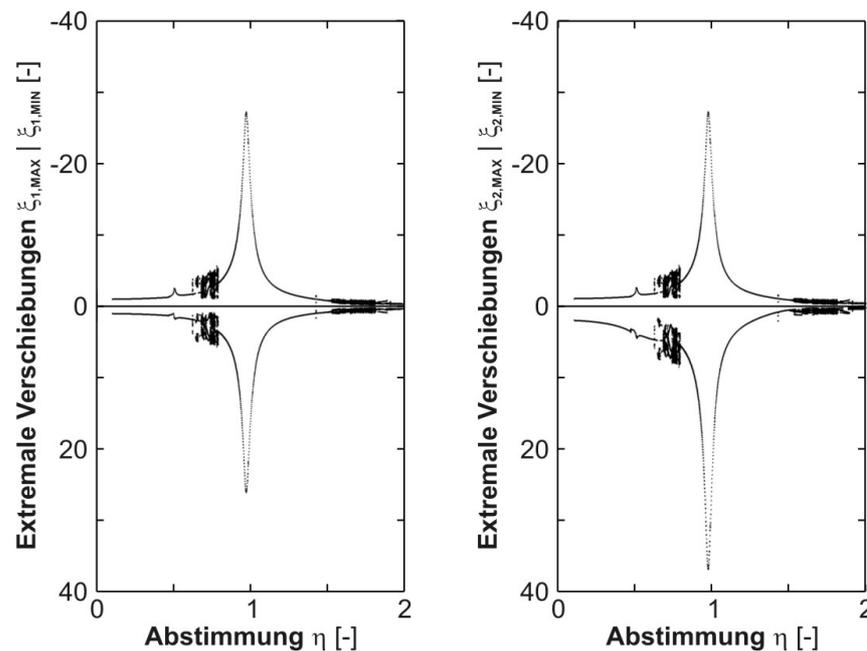


Bild 4.7: Erweitertes Amplituden-Frequenz-Diagramm der beiden Teilschwinger.

Einfluß der Stoßdissipation.

In den bisherigen Berechnungen wurde dem Stoßkoeffizienten e ein empirischer Wert von 0.1 zugewiesen. Von Interesse ist wiederum der Einfluß dieses Parameters auf die Struktur der berechneten Lösung. Bild 4.8 zeigt dazu ein Verzweigungsdiagramm, welches den Stoßkoeffizienten e als Kontrollparameter verwendet. Das Abstimmungsverhältnis bleibt konstant bei $\eta = 1.0$. Alle übrigen physikalischen und numerischen Parameter wurden der Tabelle 4.1 entnommen.

Ein Stoßkoeffizient in der Nähe eines ideal-plastischen Stoßes ($e = 0$) führt zu eindeutigen Lösungen. Eine Verringerung der Energiedissipation während des Stoßes, also eine Erhöhung des Stoßkoeffizienten e , führt zu einem Verzweigungsszenario. Fenster periodischer Lösungen und irregulärer Bewegungen wechseln sich ab.

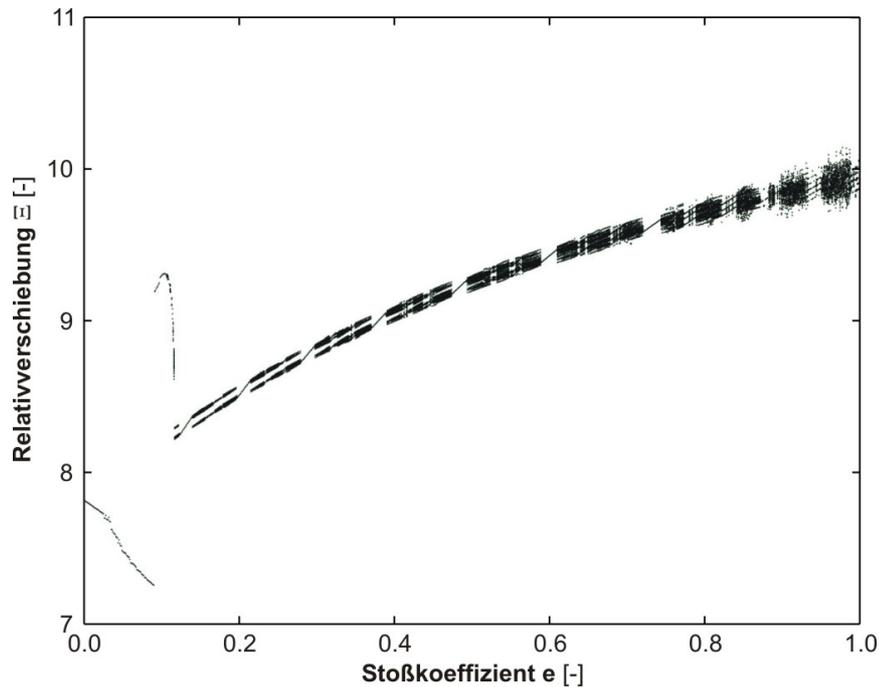


Bild 4.8: Verzweigungsdiagramm in Abhängigkeit des Stoßkoeffizienten e .

Ähnliche Resultate konnten an einem komplexeren Stoßschwinger in [66] nachgewiesen werden. Im Bereich geringer Stoßkoeffizienten ($e \leq 0.15$), welcher relevant für vorliegende Arbeit ist, besitzt die Wahl des Wertes e erwartungsgemäß Einfluß auf die Ausbildung der Kontaktphase. Die Größe des Stoßkoeffizienten entscheidet über die Anzahl und die Abfolge der verschiedenen Kontakt Ereignisse während einer Periode. Dennoch kann bei allen Bewegungen von einer makroskopischen Kontaktphase pro Erregerperiode gesprochen werden, deren zeitlicher Beginn nahezu unverändert eintritt. Die globalen Auswirkungen der Wahl des Stoßkoeffizienten $0 \leq e \leq 0.15$ (z.B. auf die Gestalt des Schwingungsverlaufes und die Amplitudengröße) sind begrenzt und aufgrund der unterschiedlichen Anzahl an Einzelstößen ohne eindeutige Tendenz in Bezug auf die einzelnen Schwingungsgrößen.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die Größe der Kontaktdissipation deutlichen Einfluß auf die Struktur der berechneten Lösung besitzt. Wie sich im folgenden noch zeigen wird, spielt der gefundene Zusammenhang insbesondere bei komplexeren Modellen (z.B. auf der Basis der Finite-Elemente-Methode) eine wichtige Rolle, da diese äußerst sensitiv auf die Wahl der Dämpfungsparameter reagieren. Nur bei hoher Kontaktdämpfung können mit großer Sicherheit ein-periodische Bewegungen erwartet werden.

Einfluß der Relativgeschwindigkeitsschranke.

Im Falle eines von Null verschiedenen Stoßkoeffizienten $e > 0$ wird anhand der NEWTONSchen Stoßhypothese nach dem Stoß immer eine nicht verschwindende, wenn auch beliebig kleine Relativgeschwindigkeit der beiden Stoßpartner erhalten. Dies kann theoretisch zu einer unendlichen Folge von Stoßkontakten mit abnehmender Intensität und

einem gegen Null gehenden Zeitabstand führen. Die Realität zeigt, daß eine solche Stoßfolge nach einigen Momentanstoßen in eine gemeinsame Bewegung der Kontaktpartner mündet. Hierzu stelle man sich einen elastischen Ball vor, der aus einer gewissen Höhe auf ein starres Hindernis fällt. Das sich gewöhnlich einstellende Verhalten führt zu einer Folge von Kollisionen mit einer immer kleiner werdenden Rücksprunghöhe. Die Erfahrung zeigt, daß der Ball nicht einer unendlichen Folge von Stößen unterliegt, sondern nach kurzer Zeit zur Ruhe kommt. Die Schranke, die diese Tatsache erfaßt, wird bei der Berechnung mit dem NEWTON-Stoß durch den Wert γ eingeführt.

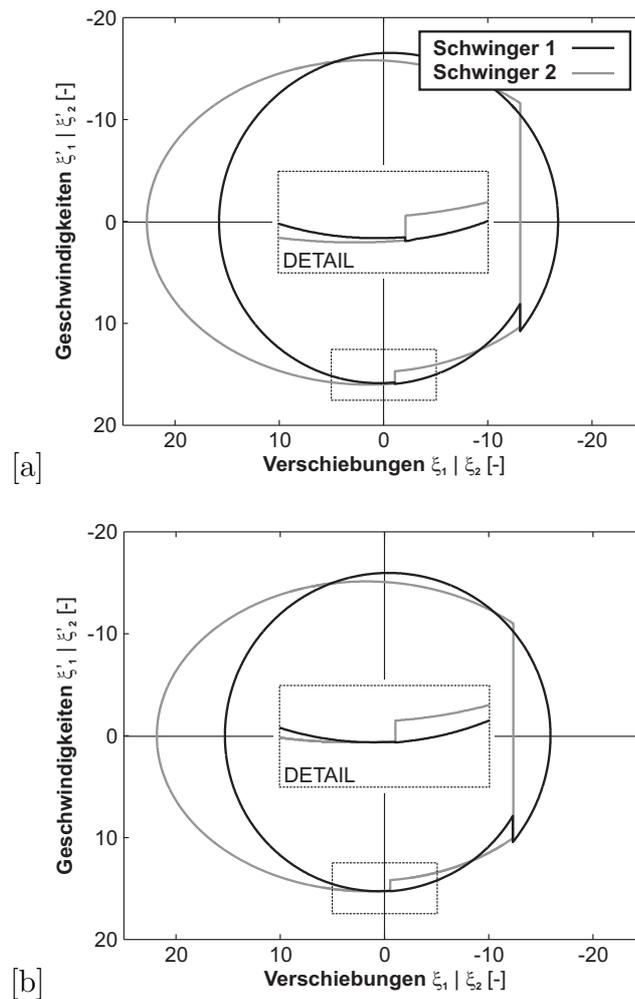


Bild 4.9: Einfluß der Geschwindigkeitsschranke γ auf die berechnete Kontaktphase:

$$[a] \gamma = 10^{-4} \cdot \max |\xi'_2 - \xi'_1|, [b] \gamma = 4 \cdot 10^{-1} \cdot \max |\xi'_2 - \xi'_1|.$$

Die Wahl einer Schranke für die Annahme des Beginns einer gemeinsamen Bewegung wirkt sich erwartungsgemäß auf die Ausbildung der berechneten Kontaktphase aus. In der Darstellung des Diagramms 4.9 [a] ist nochmals das aus Bild 4.4 [a] bereits bekannte Phasenportrait zu sehen, das infolge der Wahl einer kleinen Schranke $\gamma = 10^{-4} \cdot \max |\xi'_2 - \xi'_1|$ keine gemeinsame Bewegung beinhaltet. Für den betrachteten Bewegungstyp mit den Parametern aus Tabelle 4.1, müßte eine 4000-fach höhere

Schranke γ gewählt werden, um eine gemeinsame Bewegung im Anschluß an den zweiten Stoßkontakt zu erhalten (Bild 4.9 [b]). Diese Wahl ist zwar als unrealistisch zu bezeichnen, zeigt aber das Problem einer sinnvollen Abschätzung des Parameterwertes für γ . Im günstigsten Fall liegen Informationen über die zu erwartenden Relativgeschwindigkeiten vor, so daß hierdurch eine Schranke γ festgelegt werden kann.

Bei der späteren numerischen Simulation mit der FE-Methode wird durch die dort üblicherweise eingesetzten Regularisierungsmodelle eine enge Folge von Einzelstößen bei sinnvoller Parameterwahl im allgemeinen von vorneherein beseitigt. Das Problem der Wahl einer Geschwindigkeitsschranke γ stellt sich bei der klassischen Regularisierung damit nicht.

Einfluß der Delaminationsfuge.

Die Größe der Delaminationsfuge ist bei realen Delaminationsproblemen unbekannt. Experimentelle Untersuchungen (siehe Abschnitt 6.2) an den betrachteten Balkenstrukturen zeigen, daß Fugenweiten im Ruhezustand bis maximal 1.5mm als realistisch angesehen werden können, wobei dieser Wert erwartungsgemäß mit der Delaminationslänge verknüpft ist und kurze Schädigungen nahezu ohne Fuge auftreten. Die Delaminationsfuge wird im vorliegenden Starrkörpermodell durch den Kontaktabstand s erfaßt. Dieser Abstand bestimmt das ‚Wirksamwerden‘ der Bindungsunilateralität.

Eine sukzessive Veränderung des Kontaktabstandes s zeigt einen begrenzten Einfluß dieser Größe auf den Schwingungsverlauf. Bis auf den Abstandsparameter s wurden dabei alle sonstigen Größen entsprechend Tabelle 4.1 gewählt. Im betrachteten Parameterbereich ($s \leq 2.0\text{mm}$) treten ausschließlich ein-periodische Bewegungsformen auf. Die extremalen Amplituden der Schwingung werden nur geringfügig durch den Kontaktabstand beeinflusst (Bild 4.10 [a]). Auffällig ist wiederum der unterschiedliche Betrag von Maximal- und Minimalamplitude, der aus der einseitigen Bindung hervorgeht. Bei einem makroskopischen Blick auf den Verschiebungsverlauf wird in allen Fällen eine Kontaktphase pro Periode festgestellt. Bei genauerer Untersuchung können dennoch Unterschiede im zeitlichen Eintritt des Kontaktes innerhalb der Erregerperiode bei geändertem Kontaktabstand beobachtet werden. Sowohl die Anzahl der Einzelstöße als auch ihre zeitliche Abfolge werden durch den Parameter s beeinflusst. Bild 4.10 [b] dokumentiert die Anzahl der auftretenden Einzelstöße in jeder Erregerperiode und deren zeitliche Einordnung innerhalb der Periode Υ . Während sich im Falle einer verschwindenden Fugenweite ($s = 0.0\text{mm}$) die Kontaktphase aus 22 Einzelstößen zusammensetzt, wird bei einem großen Kontaktabstand ($s = 2.0\text{mm}$) lediglich ein einziger Stoß mit hoher Intensität registriert. Zweifelsfrei ist die Anzahl der in der Berechnung auftretenden Einzelstöße mit der Wahl der Geschwindigkeitsschranke γ verknüpft. Die qualitativen Aussagen (z.B. zwei Stoßfolgen bei kleiner Fuge s , eine Stoßfolge bei großem s) bleiben davon jedoch unberührt.

Insgesamt bleibt festzuhalten, daß dem Kontaktabstand s nur ein begrenzter Einfluß auf die erhaltene Schwingungsantwort zuzuordnen ist. Diese Tatsache kommt der praktischen Handhabung der Größe entgegen, da bei realen Delaminationsproblemen in der Regel nur die Größenordnung der Delaminationsfuge eingegrenzt werden kann.

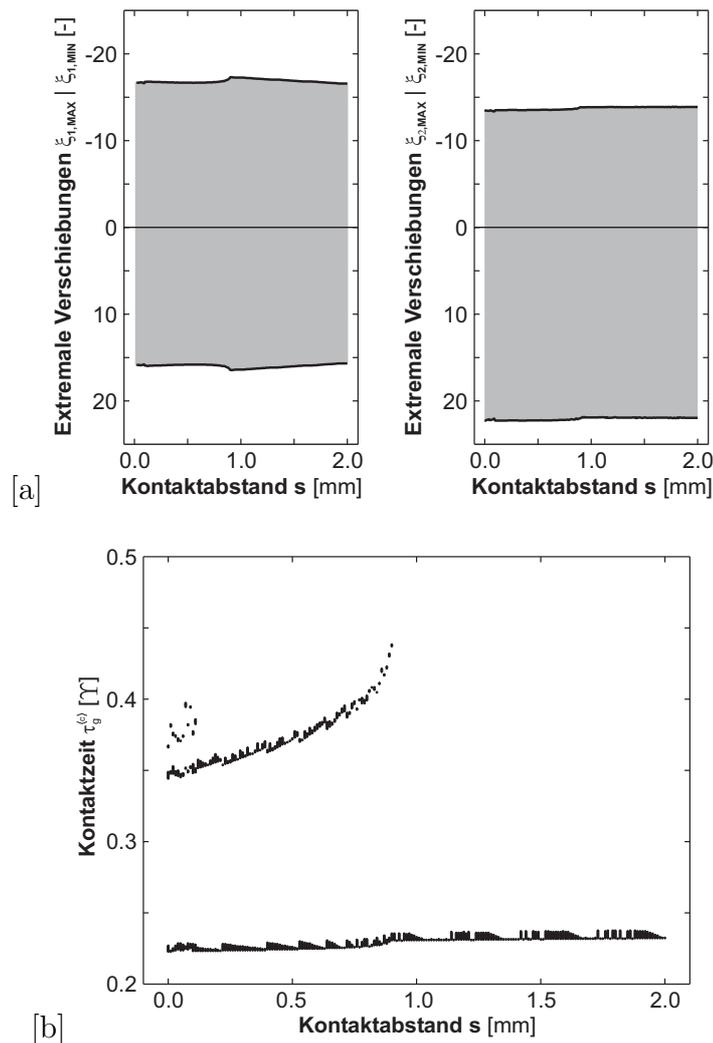


Bild 4.10: Einfluß des Kontaktabstandes s auf [a] die extremalen Verschiebungsamplituden der beiden Kontaktpartner und [b] das zeitliche Auftreten der Kontakt ereignisse innerhalb der Erregerperiode Υ .

Einfluß der Erregeramplitude.

Der betrachtete Stoßwinger stellt die größtmögliche Abstraktion eines realen Delaminationsproblems dar und bildet das zyklische Öffnen und Schließen der Delaminationsfuge anhand eines Einpunktkontaktes ab. Im Kontinuum kommt es zu einer kontinuierlichen Ausbildung des Kontaktzustandes entlang der Fuge, was durch das betrachtete Minimalmodell nicht erfaßt werden kann. Die Größe der Erregeramplitude \hat{y} besitzt ohne Zweifel Einfluß auf die Kontaktzustände entlang der Delaminationsfuge. Aus diesem Grund sind vom betrachteten Minimalmodell nur begrenzte, qualitative Aussagen über den Einfluß der Erregeramplitude zu erwarten. Für die Untersuchungen wurde ein Bereich von $0.01\text{mm} \leq \hat{y} \leq 2.00\text{mm}$ betrachtet.

Anhand des Starrkörpermodells kann gezeigt werden, daß in Abhängigkeit der Erregeramplitude verschiedene Bereiche der ‚Kontaktintensität‘ existieren. Bei sehr kleinen Erregeramplituden tritt kein Kontakt zwischen beiden Teilsystemen auf. In diesem

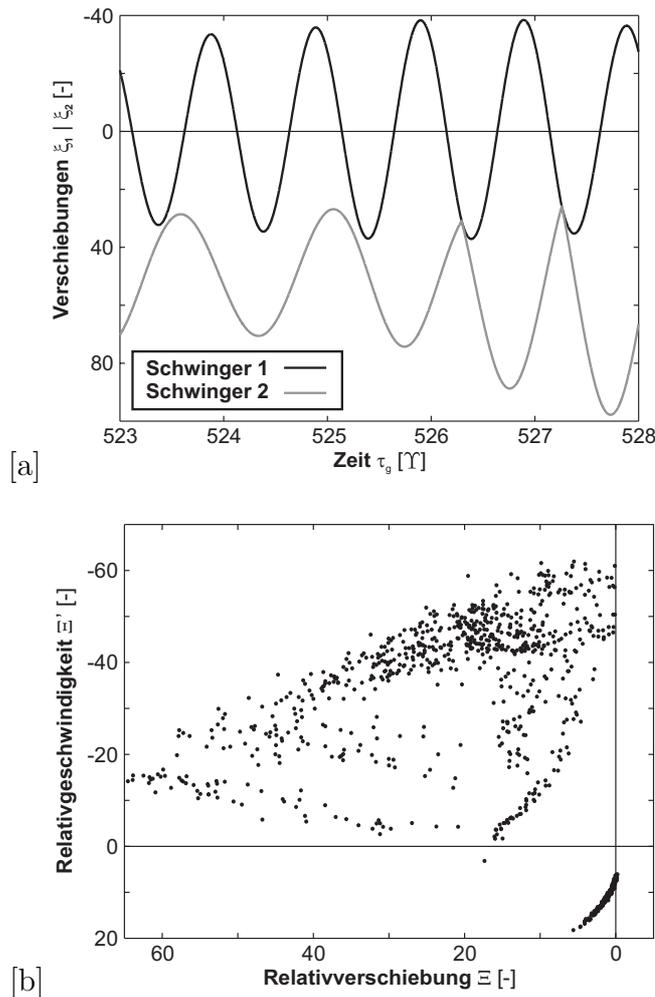


Bild 4.11: Bewegung mit zeitvarianten Kontaktphasen bei geringer Erregeramplitude $\hat{y} = 0.012\text{mm}$: [a] Zeitverlauf der Verschiebungen, [b] POINCARÈ-Schnitt.

Fall ist die einseitige Bindung unwirksam, so daß zwei entkoppelte, lineare Schwinger vorliegen. Aufgrund der fehlenden Kontaktdämpfung zeigt Schwinger 1, der sich in Resonanz befindet, große Amplituden. Da Schwinger 2 entkoppelt von der resonanten Schwingung der Masse 1 ist, besitzt er nur geringe Amplituden. Die Grenze dieses Bereiches wird durch die Größe des Abstandsparmeters s bestimmt. Bei Überschreitung dieser Grenze sind zunächst Bewegungstypen zu beobachten, bei denen entweder die Kontakte nur im Abstand mehrerer Perioden einsetzen oder nahezu regelmäßig auftretende Kontaktphasen plötzlich wieder abbrechen. Bild 4.11 [a] dokumentiert eine solche Übergangsbewegung von kontaktfreien Erregerperioden zu Perioden mit einer Kontaktphase anhand ihres Verschiebungs-Zeitverlaufes. Wird ein größerer Ausschnitt betrachtet, zeigt sich ein grundsätzlich quasi-periodischer Verlauf, bei dem sich intermittierend ein chaotisches Regime (hier: Kontaktabbruch) durchsetzt. Der zugehörige POINCARÈ-Schnitt (Bild 4.11 [b]) über 1000 Erregerperioden läßt eine solche Lösungsstruktur erkennen, welche im allgemeinen typisch für derartige Übergangsbereiche ist.

Bei weiterer Erhöhung der Erregeramplitudengröße \hat{y} erstreckt sich ein großer Parameterbereich, der Bewegungen beinhaltet, welche die bereits diskutierten Phänomene (eine Kontaktphase in jeder Erregerperiode) zeigen. Aufgrund der ausgeprägten Kontakt-dissipation werden hier nur geringe Unterschiede in den Antwortamplituden verzeichnet (Bild 4.12 [a]). Ab einer Amplitudengröße \hat{y} von 0.45mm liegen jeweils zwei zeitlich getrennte Stoßfolgen in einer Erregerperiode vor (Bild 4.12 [b]), während unterhalb dieses Wertes nur eine Stoßfolge auftritt. Aufgrund des geringen zeitlichen Abstandes zwischen den Stoßfolgen kann dennoch von einer einzigen Kontaktphase gesprochen werden.

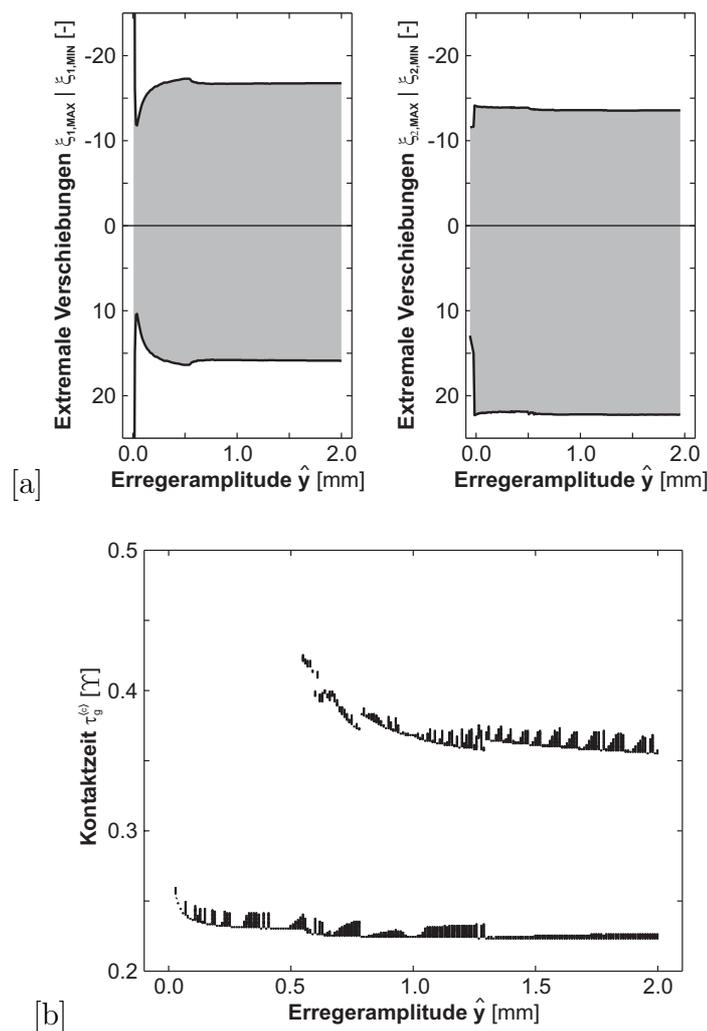


Bild 4.12: Einfluß der Erregeramplitude \hat{y} auf [a] die extremalen Verschiebungsamplituden der beiden Kontaktpartner und [b] das zeitlichen Auftreten der Kontakt ereignisse innerhalb der Erregerperiode Υ .

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, daß die Erregeramplitude Einfluß auf die Ausbildung und die Intensität möglicher Kontakte besitzt. Dies bedeutet, daß mit diesem Parameter die Größe der auftretenden Nichtlinearitäten maßgeblich gesteuert werden kann.

Einfluß permanenter numerischer und physikalischer Störungen.

In allen bisherigen Berechnungen wurden die Zustandsübergänge des nicht-glatten Systems mit der Wahl des sehr kleinen Zeitschrittes $\Delta\tau = \Upsilon/2000$ mit hoher Präzision bestimmt. Permanente numerische Störungen (siehe Abschnitt 3.2.2) traten in äußerst begrenztem Umfang auf, so daß von einer ungestörten Lösung gesprochen werden konnte.

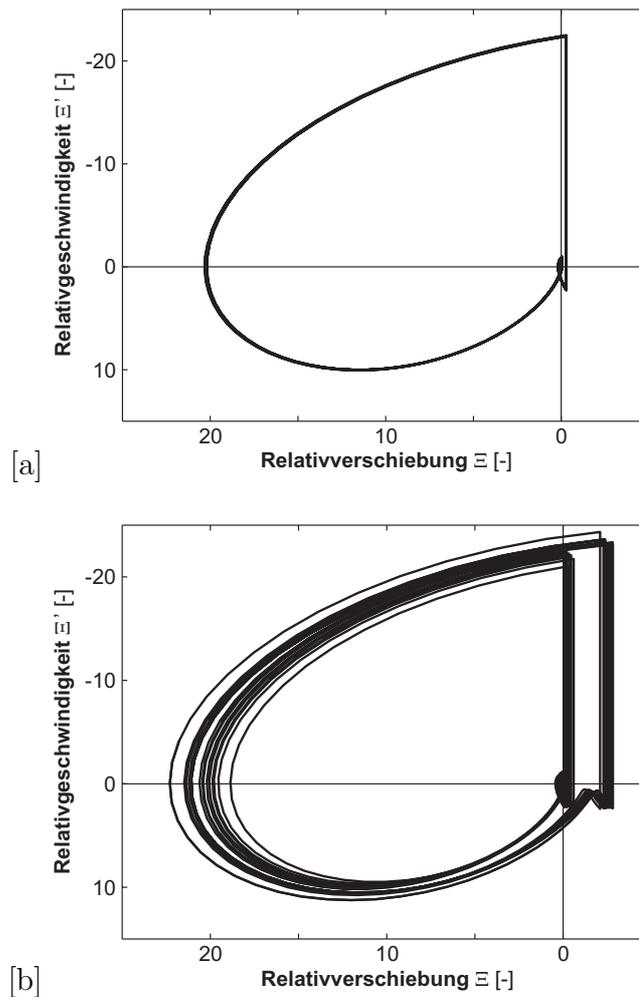


Bild 4.13: Einfluß permanenter numerischer Störungen auf die ein-periodische Bewegung $\eta = 1.00$: Zeitschrittweite mit ganzzahliger Periodenteilung [a] $\Delta\tau = \Upsilon/100$, [b] $\Delta\tau = \Upsilon/50$.

Im folgenden soll zunächst der Einfluß permanenter numerischer Störungen verdeutlicht werden. Hierfür wird die Bewegung mit den Parametern der Tabelle 4.1 unter Verwendung größerer Zeitschritte ($\Upsilon/100$ sowie $\Upsilon/50$) erneut berechnet. Die erhaltenen Lösungen (Bild 4.13) können mit der ungestörten Schwingung aus Bild 4.4 verglichen werden. Es zeigt sich, daß die ungestörte Lösung infolge der systematischen Fehler in einen quasi-periodischen Vorgang übergeht (Bild 4.13 [a]). Im Fall [b] treten zusätzlich strukturelle Fehler auf. Aufgrund der verspäteten Detektion der Zustandsübergänge kommt es zudem zu erheblichen Eindringungen der beiden Schwinger.

Um die vorteilhafte Wirkung einer Zeitschrittwahl anhand ganzzahliger Periodenteilungen ($\Delta\tau = \Upsilon/N$, $N \in \mathbb{N}$) zu unterbinden, werden nun irrationale Periodenteilungen ($\Delta\tau = \Upsilon/N$, $N \in \mathbb{R}_+$) vorgenommen. Die Untersuchungen basieren auf den Zeitschrittweiten $\Upsilon/(500\sqrt{2})$ sowie $\Upsilon/(200\sqrt{2})$. Erwartungsgemäß führt eine solche Zeitschrittwahl zu einer Verschärfung der Situation. Bereits bei ungefähr 3-facher Zeitschrittgröße (Bild 4.14 [a]) gegenüber der ungestörten Lösung ($\Delta\tau = \Upsilon/2000$) liegt eine deutlich quasi-periodische Struktur der Bewegung vor. Bei einer weiteren Vergrößerung des Zeitschritts (Bild 4.14 [b]) wird die Ausbildung einer quasi-periodischen Lösungsstruktur erheblich verstärkt.

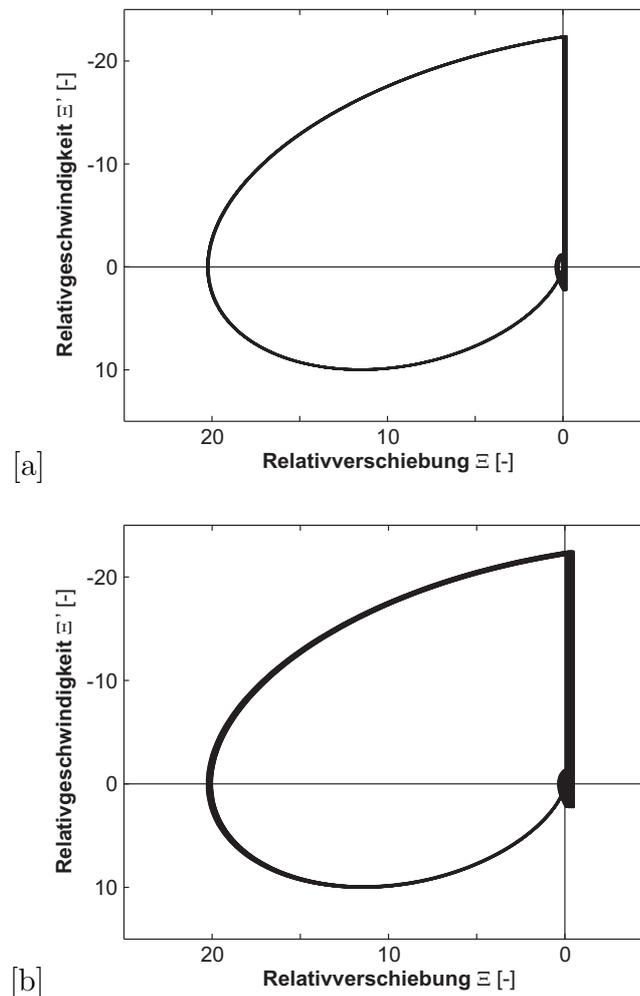


Bild 4.14: Einfluß permanenter numerischer Störungen auf die ein-periodische Bewegung $\eta = 1.00$: Zeitschrittweite mit irrationaler Periodenteilung [a] $\Delta\tau = \Upsilon/(500\sqrt{2})$, [b] $\Delta\tau = \Upsilon/(200\sqrt{2})$.

Permanente physikalische Störungen führen zu einer ähnlichen Entwicklung des Stabilitätsszenarios wie Störungen vom numerischen Typ [93]. Physikalische Störungen treten häufig bei der Analyse von Multi-Freiheitsgradsystemen mit Stoßkontakten in Form von zusätzlichen hochfrequenten Schwingungsanteilen auf. Diese können insbe-

sondere durch periodisch auftretende Stoßkontakte angeregt werden. Darüber hinaus kann in der experimentellen Praxis in der Regel keine perfekte harmonische Anregung sichergestellt werden (vgl. Abschnitt 6.2.4).

Zur Simulation permanenter physikalischer Störungen wird die Schwingung des gezeigten Starrkörpersystems im folgenden durch eine zusätzliche Erregung der Form

$$\tilde{\zeta}(\tau) = \tilde{\varepsilon} \sin(\tilde{\eta}(\tau + \tau_s^{(k)})) \quad (4.27)$$

gestört. Dabei werden kleine relative Erregeramplituden $\tilde{\varepsilon} \ll 1$ und eine hohe Abstimmung $\tilde{\eta} \gg 1$ für das Störsignal vorausgesetzt. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird $\tilde{\eta}$ eine zur Grundfrequenz η inkommensurable Abstimmung von $100\sqrt{2}$ zugewiesen. Die Wahl eines irrationalen Frequenzverhältnisses stellt sicher, daß keine gemeinsame Periode zwischen der ungestörten Erregung und dem Störsignals auftritt, was offensichtlich den ungünstigsten Fall einer derartigen physikalischen Störung darstellt.

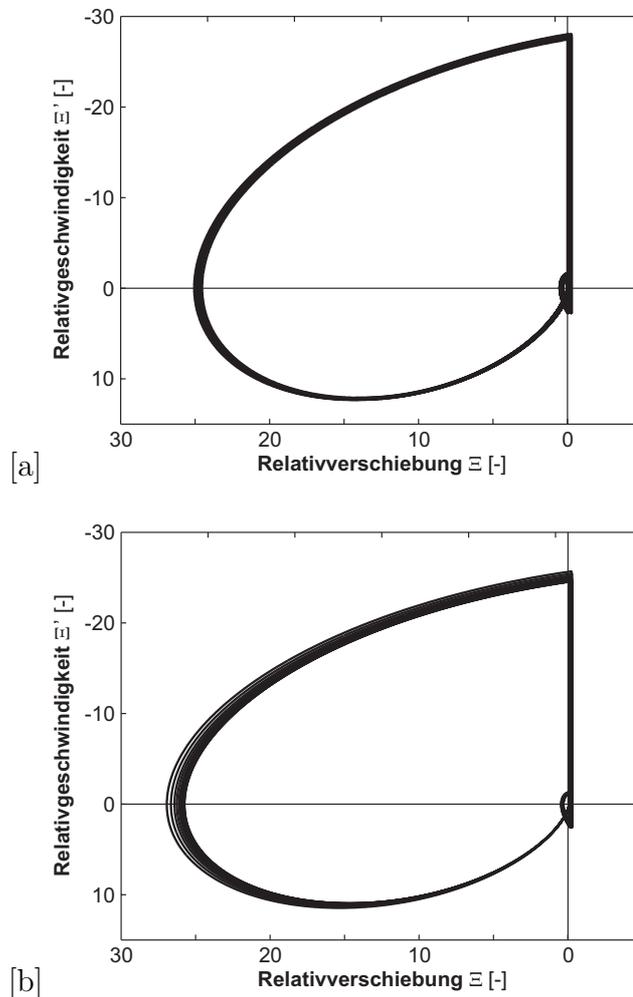


Bild 4.15: Einfluß permanenter physikalischer Störungen auf die ein-periodische Bewegung $\eta = 1.00$: [a] $\tilde{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3}$, $\tilde{\eta} = 100\sqrt{2}$, [b] $\tilde{\varepsilon} = 4 \cdot 10^{-2}$, $\tilde{\eta} = 100\sqrt{2}$.

Bild 4.15 zeigt die Auswirkung einer solchen Störung auf die berechnete Lösung. Es wird eine quasi-periodische Bewegung mit der gleichen Abfolge der Systemzustände

wie im ungestörten Fall erhalten. Bei einer zunehmenden Vergrößerung der relativen Amplitude $\tilde{\varepsilon}$ des Störsignals wird zunächst die Sequenz der Zustandsübergänge leicht geändert und schließlich die Struktur der Lösung zerstört.

Die Sensitivität der Lösung gegenüber permanenten Störungen wächst mit zunehmenden Verzweigungsgrad der Bewegung [93]. Dies soll am Beispiel einer zwei-periodischen Lösung dargestellt werden, die bereits durch ihr ungestörtes Phasenportrait aus dem Bild 4.6 [c] bekannt ist. Bild 4.16 [a] zeigt die zugehörige Phasenkurve in Relativkoordinaten. Die Schwingungsform weist in jeder zweiten Erregerperiode einen Stoßkontakt auf (vgl. Bild 4.6 [c]).

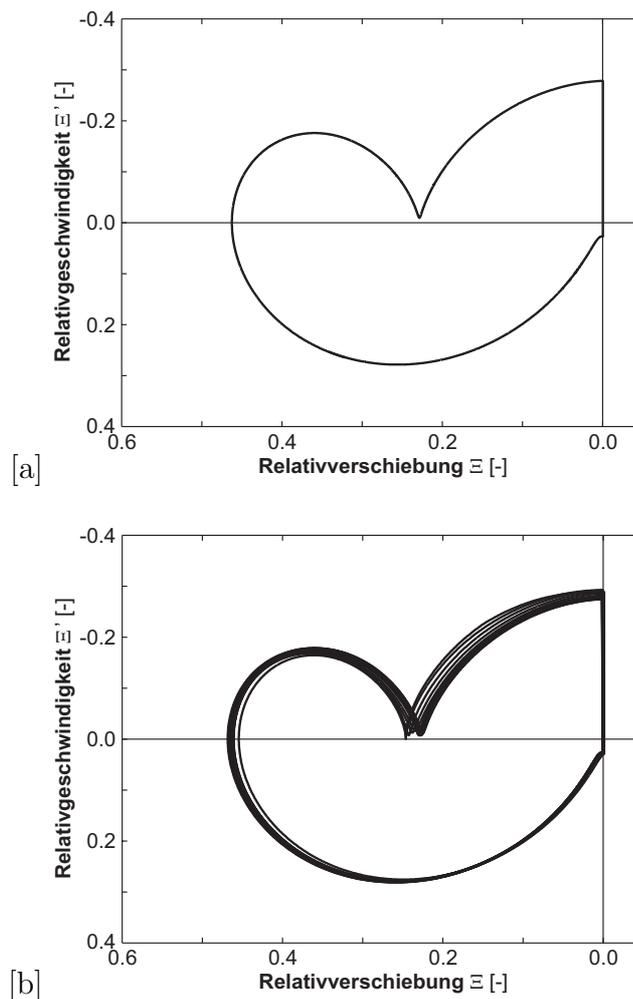


Bild 4.16: Einfluß permanenter numerischer Störungen auf die zwei-periodische Bewegung $\eta = 1.82$: [a] ungestörte Bewegung $\Delta\tau = \Upsilon/2000$, [b] $\Delta\tau = \Upsilon/(500\sqrt{2})$.

Exemplarisch für die Klasse der permanenten numerischen Störungen zeigt Bild 4.16 die durch eine Zeitschrittwahl $\Delta\tau = \Upsilon/(500\sqrt{2})$ stark gestörte Lösung, welche eine ausgeprägte quasi-periodische Struktur besitzt. Die Breite des aus den einzelnen Trajektorien entstehenden Bandes (Bild 4.16) gibt Auskunft über die Sensitivität der Lösung gegenüber einer bestimmten Störungsgröße. Vergleicht man die Breite des Trajekto-

rienbandes, auf die eine Zeitschrittwahl $\Delta\tau = \Upsilon/(500\sqrt{2})$ bei einer nicht-verzweigten Lösung führt (Bild 4.14 [a]), mit der Bandbreite die der gleiche Zeitschritt bei der verzweigten Lösung verursacht (Bild 4.16), so läßt sich zweifelsfrei eine erhöhte Sensitivität von höherperiodischen Lösungen gegenüber permanenten numerischen Störungen feststellen. Diese Sensitivität ist besonders ausgeprägt bei schwach gedämpften Systemen und Lösungsstrukturen mit mehrfachen Stößen in einer Periode.

Permanente physikalische Störungen wirken sich auf verzweigte Lösungsstrukturen in gleicher Weise aus. Auch für diesen Fall kann ein Vergleich der Sensitivität von ein-periodischer (Bild 4.15 [a]) und zwei-periodischer Lösung (Bild 4.17 [a]) vorgenommen werden. Allerdings ist dabei zu berücksichtigen, daß die Relation der Störungsamplitude $\tilde{\varepsilon}$ zu den Schwingungsantworten im Fall der zwei-periodischen Bewegung $\eta = 1.82$ größer ist, als bei der betrachteten ein-periodischen Bewegung. Das Verhältnis der Störungsamplitude zur Haupterregungsamplitude \hat{y} bleibt hingegen konstant.

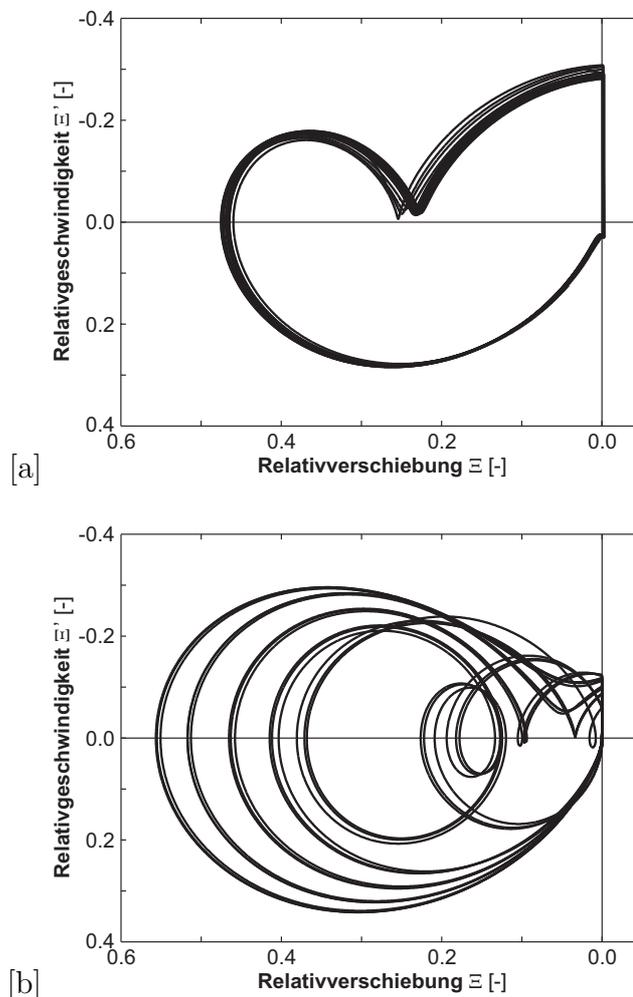


Bild 4.17: Einfluß permanenter physikalischer Störungen auf die zwei-periodische Bewegung $\eta = 1.82$: [a] $\tilde{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3}$, $\tilde{\eta} = 100\sqrt{2}$, [b] $\tilde{\varepsilon} = 4 \cdot 10^{-2}$, $\tilde{\eta} = 100\sqrt{2}$.

Eine relative Störungsamplitude von $\tilde{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-3}$ führt zu einer quasi-periodischen Lösung, bei der deutlich unterschiedliche Stoßzeitpunkte innerhalb der Antwortperiode auftreten (Bild 4.17 [a]). Dennoch bleibt bei der gestörten Bewegung die grundsätzliche Struktur der ungestörten Schwingung erhalten, so daß die Lösung als orbital stabil gegenüber der aufgetragenen Störung zu bezeichnen ist. Diese Situation ändert sich dramatisch bei einer Vergrößerung der Störungsamplitude auf $\tilde{\varepsilon} = 4 \cdot 10^{-2}$ (Bild 4.17 [b]). In diesem Fall geht die Struktur der ungestörten Lösung völlig verloren, da sich die Sequenz der Systemzustände ändert. Die gleiche Störungsgröße bewirkt bei der nicht-verzweigten Lösung nur die bekannte quasi-periodische Lösungsstruktur (Bild 4.15 [b]). Zusammenfassend bleibt festzuhalten, daß für die Untersuchung des betrachteten Delaminationsproblems unverzweigte Lösungen anzustreben sind, da solche Schwingungsformen eine geringe Sensitivität gegenüber permanenten Störungen begrenzten Ausmaßes zeigen.

4.3 Beurteilung der Antwort im Frequenzbereich

4.3.1 Gestalt der erhaltenen Spektren

In den vorangegangenen Abschnitten wurde gezeigt, daß für alle relevanten Parameter aufgrund der gewählten resonanten Anregung sowie der hohen Kontaktdissipation ausschließlich einperiodische Schwingungsantworten zu erwarten sind. Die Antwortperiode T entspricht also dem Reziprokwert der Erregerfrequenz $\Omega/2\pi$. Der Verlauf des zeitkontinuierlichen, periodischen Signals $q(t) = q(t + nT)$ läßt sich durch eine komplexe FOURIER-Reihe der Form

$$q(t) = q(t + nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{Q}_n e^{-jn\Omega t}, \quad \forall n \in [-\infty, \infty] \quad (4.28)$$

beschreiben. Die zugehörigen FOURIER-Koeffizienten $\bar{Q}_n \in \mathbb{C}$ können mit dem Ausdruck

$$\bar{Q}_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} q(t) e^{-jn\Omega t} dt, \quad \forall n \in [-\infty, \infty], \quad (4.29)$$

berechnet werden. Die für die folgenden Betrachtungen ausschließlich interessierenden Amplitudenbeträge Q_n ergeben sich damit aus der Beziehung

$$Q_n^2 = \Re(\bar{Q}_n)^2 + \Im(\bar{Q}_n)^2, \quad \forall n \in [-\infty, \infty]. \quad (4.30)$$

Die FOURIER-Reihe (4.28) zeigt, daß die periodische Funktion $q(t)$ durch ein diskretes Linienspektrum repräsentiert wird. Die Frequenzanteile der einzelnen harmonischen Funktionen besitzen einen Frequenzabstand der ein ganzzahliges Vielfaches der Erregerkreisfrequenz $n\Omega$, $\forall n \in [-\infty, \infty]$ ist. Wegen der Symmetrieeigenschaften der FOURIER-Koeffizienten [43] kann die Darstellung des zugehörigen diskreten Amplitudenspektrums auf den nicht-negativen Frequenzbereich ($n \geq 0$) beschränkt werden.

Neben dem Gleichanteil \bar{Q}_0 und der Grundschwingungsamplitude \bar{Q}_1 treten die höheren Harmonischen der Erregerfrequenz \bar{Q}_n , $\forall n \in [2, \infty]$ auf. Letztere werden als superharmonische Anteile bezeichnet.

Der Sonderfall einer harmonischen Antwort ist in der obigen Darstellung enthalten. Neben einem möglichen Gleichanteil \bar{Q}_0 tritt dann nur eine einzige Linie \bar{Q}_1 im (einseitigen) Amplitudenspektrum an der Stelle der Erregerfrequenz auf.

Infolge der Berechnung der Schwingungsantwort mit diskreten Zeitschritten oder der zeitdiskreten Abtastung eines Signals im Experiment wird die gezeigte FOURIER-Transformation eines periodischen Signals für diskrete Zeitreihen benötigt. Eine Periode T der zeitkontinuierlichen, periodischen Funktion $q(t) = q(t + nT)$ soll nun in $N \in \mathbb{N}$ gleichgroße Zeitintervalle $\Delta t = T/N$ unterteilt werden. Den Kehrwert der Zeitschrittgröße bzw. der Abtastzeit Δt bezeichnet die Abtastfrequenz f_A . Das zeitdiskrete, periodische Signal $q_i = q(t_i)$ entsteht also durch N Werte, die zu den Zeitpunkten $t_i = i\Delta t$, $\forall i \in [0, N-1]$ berechnet oder abgetastet wurden. Damit läßt sich das Integral der Gleichung (4.29) näherungsweise durch die Summe

$$\bar{Q}_n = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{N-1} q_i e^{-jn\Omega t_i} \Delta t = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} q_i e^{-jn i \frac{2\pi}{N}}, \quad \forall n \in [-\infty, \infty] \quad (4.31)$$

ausdrücken. Die Symmetrieeigenschaft der FOURIER-Koeffizienten bezüglich der Ordinatenachse bleibt erhalten. Allerdings tritt bei zeitdiskreten Funktionen zusätzlich eine periodische Wiederholung der Spektrallinien des Intervalls $-N/2 \leq n \leq N/2$ auf. Aus den N zeitdiskreten Funktionswerten können somit $N/2$ Amplitudenbeträge gewonnen werden, so daß sich praktische Spektraldarstellungen diskreter Zeitreihen zumeist auf den Bereich $0 \leq n \leq N/2$ beschränken. Die der Spektrallinie $N/2$ zugeordnete Frequenz wird als NYQUIST-Frequenz bezeichnet.

Die gezeigten Eigenschaften lassen sich im Amplitudenspektrum der in Bild 4.3 [a] dargestellten Verschiebungszeitverläufe wiederfinden. Es entstehen diskrete Linienspektren mit signifikanten superharmonischen Anteilen (Bild 4.18 [a]). Auch hier bestätigt sich der Eindruck, daß Schwinger 1 nahezu harmonisch schwingt, während Schwinger 2 eine Reihe von Oberschwingungen zeigt. Da sehr hochfrequente Anteile hier keine nennenswerten Amplituden aufweisen, wurden die Spektraldarstellungen in Bild 4.18 bereits deutlich unterhalb der NYQUIST-Frequenz abgebrochen. Bei den Amplitudenspektren der abgeleiteten Schwingungsgrößen (Geschwindigkeit, Beschleunigung) können erwartungsgemäß wesentlich ausgeprägtere superharmonische Anteile beobachtet werden (Bild 4.18 [b]). Diese Tatsache ist auf die Eigenschaft der FOURIER-Transformierten von differentiell verknüpften Signalen zurückzuführen (siehe auch [77]).

Die Grundschwingungsamplitude Q_1 wird durch die resonante, harmonische Zwangserregung geprägt. Die superharmonischen Anteile spiegeln hingegen die Nichtlinearität des Systems wider. Ihre spektralen Amplituden enthalten Informationen über die Schwingungseigenschaften der einzelnen Teilsysteme, die bei einer Schadenserkennung von Interesse sind. Diese Tatsache soll im folgenden anhand eines Beispiels demonstriert werden.

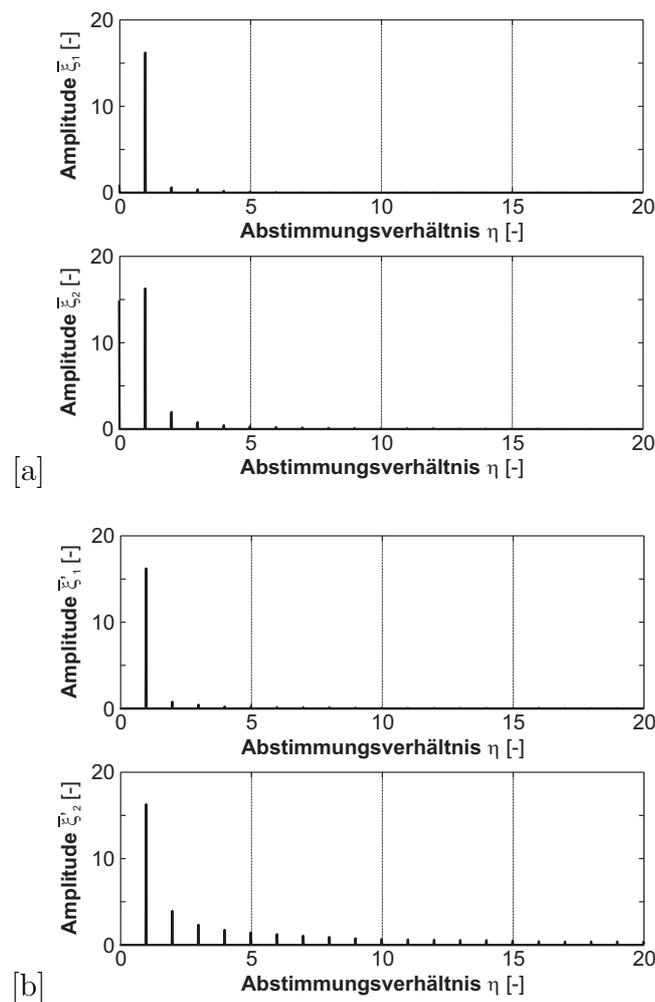


Bild 4.18: Amplitudenspektrum der beiden Teilschwinger: [a] Spektren der Verschiebungsantwort, [b] Spektren der Geschwindigkeitsantwort.

4.3.2 Repräsentation von Systemeigenschaften im Linienspektrum des geschädigten Systems

Aus den bisherigen Überlegungen ist zu entnehmen, daß die periodischen Schwingungsantworten harmonisch erregter Systeme mit Schädigung zu Linienspektren führen, die signifikante Oberschwingungsanteile aufweisen. Im folgenden ist die Frage zu stellen, welche Systemeigenschaften sich in der Gestalt des Linienspektrums wiederfinden und somit die Amplituden der höheren Harmonischen bestimmen.

Die Behandlung eines einfachen Beispiels genügt für eine solche Untersuchung. Hierzu kann die delaminierte Lamelle des betrachteten Modellproblems (vgl. Bild 2.4) als einfacher, gerader Balken angesehen werden, der durch Stoßbelastung angeregt wird.

Zunächst soll zur prinzipiellen Systemcharakterisierung angenommen werden, daß der Balken durch einen einzigen Schlag angeregt wird und anschließend frei ausschwingt. Vereinfachend sei im weiteren vorausgesetzt, daß der Balken durch drei Eigenfrequenzen repräsentiert wird. Es ist bekannt, daß aufgrund der spektralen Eigenschaften einer

solchen Schlägerregung die Schwingungsantwort im allgemeinen sämtliche Eigenschwingungsanteile enthält und damit die Eigenfrequenzen des Balkens im Spektrum sichtbar macht. Eine mögliche Beschleunigungsantwort im Zeitbereich kann somit zum Beispiel durch die Summe

$$a(t) = e^{-D_0 t} A_1 \sin(2\pi f_0 t) + e^{-D_{12} t} (A_2 \sin(2\pi f_1 t) + A_3 \sin(2\pi f_2 t)) \quad , \quad \forall t \in [0, \infty] \quad (4.32)$$

simuliert werden. Hierbei ist, den allgemeinen Beobachtungen folgend, eine langsam abklingende Grundeigenschwingung f_0 mit zwei schnell abklingenden höheren Eigenschwingungen f_1, f_2 überlagert. Die Dämpfungsmaße des Grundschwingungsanteils D_0 und der höheren Schwingungsanteile D_{12} unterscheiden sich im Beispiel um eine Zehnerpotenz. Die Größe der einzelnen Eigenfrequenzen wurde für das betrachtete Beispiel

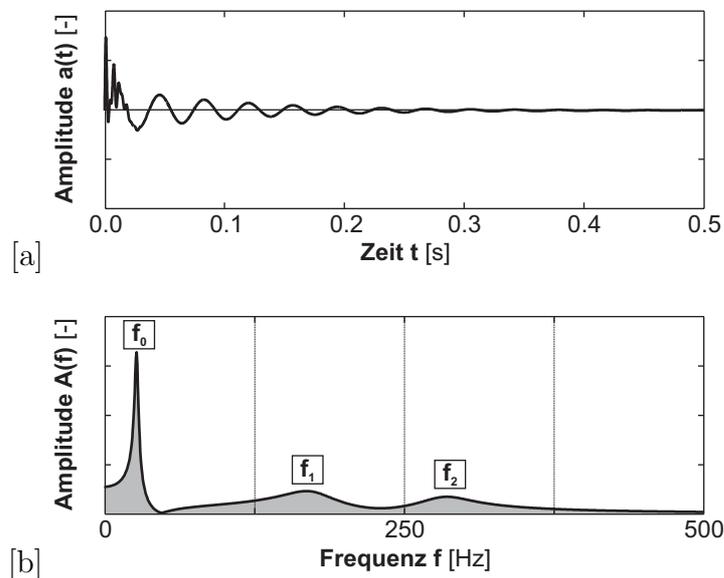


Bild 4.19: Ausschwingvorgang bei einmaligem Stoßkontakt: [a] Zeitverlauf, [b] Spektrum.

mit $f_0 = 27\text{Hz}$, $f_1 = \sqrt{3} \cdot 100\text{Hz}$, $f_2 = \sqrt{2} \cdot 200\text{Hz}$ willkürlich gewählt. Das irrationale Verhältnis zwischen den einzelnen Frequenzanteilen stellt sicher, daß keine gemeinsame Periodizität zwischen den Eigenschwingungen auftritt, was dem allgemeinen Fall entspricht, aber keine notwendige Voraussetzung darstellt. Die Phasenlage der einzelnen Anteile ist für das Untersuchungsziel ohne Bedeutung, so daß vereinfachend verschwindende Phasenwinkel vorausgesetzt werden. Bild 4.19 [a] zeigt als Resultat im Zeitbereich eine abklingende Gesamtschwingung mit starker Anfangsstörung. Das transiente Signal führt im Frequenzbereich auf ein kontinuierliches Spektrum, das erwartungsgemäß drei markante Peaks an den Stellen der Eigenfrequenzen aufweist Bild 4.19 [b]. Im nächsten Schritt erfolgt der Übergang auf die Situation eines geschädigten Systems. Hierbei erfolgt eine permanente harmonische Erregung des Systems, so daß ein periodisch auftretender Stoßkontakt vorliegt. Die niedrigste Eigenfrequenz f_0 soll nun im Sinne einer permanenten Erregung $f_E = f_0$ dauerhaft angeregt werden. Der periodische

Stoßkontakt führt in jeder Erregerperiode zu einer Störung des harmonischen Verlaufes, die infolge der hohen Kontaktdissipation schnell abklingt. In diesem Zusammenhang (vgl. Bild 4.19) darf ohne Zweifel vorausgesetzt werden, daß diese Störung innerhalb einer Periode völlig abgebaut wird. Der Funktionsverlauf einer Periode wird durch $q(t)$ beschrieben. Der gesamte Zeitverlauf der geschilderten Situation $\tilde{a}(t)$ besitzt damit die periodische Struktur

$$\tilde{a}(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \tilde{a}_0(t + nT) \quad \text{mit} \quad \tilde{a}_0(t) = \begin{cases} q(t) & \forall t \in (-T/2, T/2] \\ 0 & \forall t \notin (-T/2, T/2] \end{cases} . \quad (4.33)$$

Zunächst wird eine einzelne Periode der geschilderten Situation herausgelöst und als transientes Signal betrachtet, um die spektralen Eigenschaften der Funktion $\tilde{a}_0(t)$ zu untersuchen. Durch die hierbei herausgeschnittene Periode T , welche in ein ansonsten verschwindendes Signal eingebettet ist, entsteht wiederum ein kontinuierliches Spektrum. Die abgeschnittene Grundschwingung liefert dabei eine Amplitudenverteilung mit der Form eines Spaltsinus ($\sin(x)/x$). Dies führt im Vergleich zur obigen Darstellung im Bild 4.19 [b] zu einer Verbreiterung des zugehörigen Peaks (Bild 4.20 [b]) und zur Verringerung der entsprechenden Amplitude. Unverändert sind jedoch die Peaks der einzelnen involvierten Eigenfrequenzen f_0, f_1, f_2 im Spektrum (Bild 4.20 [b]) deutlich erkennbar.

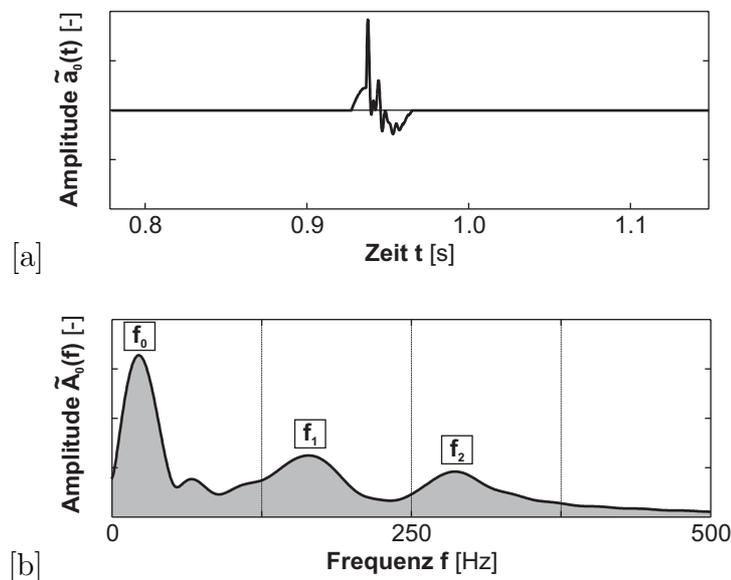


Bild 4.20: Herausgelöste Periode mit Stoßkontakt: [a] Zeitverlauf, [b] Spektrum.

Durch eine unendliche periodische Fortsetzung des Signals $q(t)$ entsteht entsprechend Gleichung (4.33) der Zeitverlauf der interessierenden periodischen Funktion. Diese Funktion kann äquivalent zu Gleichung (4.33) als Faltung der Funktion $\tilde{a}_0(t)$ mit einem T -periodischen, unendlichen Pulszug $s_T(t)$

$$\tilde{a}(t) = \tilde{a}_0(t) * s_T(t) \quad \text{mit } s_T(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \tilde{\delta}(t + nT) \quad (4.34)$$

geschrieben werden [76]. Mit Kenntnis der FOURIER-Transformierten $\mathbf{S}_\Omega(\omega) \leftrightarrow s_T(t)$ eines solchen Pulszuges

$$\mathbf{S}_\Omega(\omega) = \Omega s_\Omega(\omega) , \quad (4.35)$$

die wiederum die Form eines Pulszuges mit dem Frequenzlinienintervall Ω trägt, ist auch die Gestalt des Spektrums von $\tilde{a}(t)$ bekannt. Das FOURIER-Integral $\tilde{\mathbf{A}}_0(\omega)$ für die nicht-periodische Funktion $\tilde{a}_0(t)$ kann mit

$$\tilde{\mathbf{A}}_0(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{a}_0(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-T/2}^{T/2} \tilde{a}(t) e^{-j\omega t} dt \quad (4.36)$$

angeschrieben werden. Bekanntermaßen bildet die Faltung im Zeitbereich das Analogon zur Multiplikation im Frequenzbereich, so daß mit der Beziehung (4.34) für das gesuchte FOURIER-Integral $\tilde{\mathbf{A}}(\omega)$ der Ausdruck

$$\tilde{\mathbf{A}}(\omega) = \tilde{\mathbf{A}}_0(\omega) \mathbf{S}_\Omega(\omega) \quad (4.37)$$

entsteht. Durch Einführung der FOURIER-Summe $\mathbf{S}_\Omega(\omega)$ des Pulsammes

$$\tilde{\mathbf{A}}(\omega) = \tilde{\mathbf{A}}_0(\omega) \Omega \sum_{i=-\infty}^{\infty} \tilde{\delta}(\omega - n\Omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{A}}_0(n\Omega) \tilde{\delta}(\omega - n\Omega) \quad (4.38)$$

zerfällt das FOURIER-Integral $\tilde{\mathbf{A}}(\omega)$ in eine FOURIER-Summe. Die zugehörigen Koeffizienten \tilde{A}_n können anhand von Gleichung 4.29 mit

$$\tilde{A}_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \tilde{a}(t) e^{-jn\Omega t} dt = \frac{\tilde{\mathbf{A}}_0(n\Omega)}{T} , \quad \forall n \in [-\infty, \infty] \quad (4.39)$$

angegeben werden. Dies bedeutet, daß die gesuchten Amplituden des diskreten Linienspektrums der Funktion $\tilde{a}(t)$ proportional zum Verlauf $\tilde{\mathbf{A}}_0$ des kontinuierlichen Spektrums sind und sich an betreffender Stelle nur durch den Faktor $1/T$ unterscheiden. Somit wird durch das diskrete Linienspektrum $\tilde{\mathbf{A}}$ der periodischen Funktion $\tilde{a}(t)$ das kontinuierliche Spektrum $\tilde{\mathbf{A}}_0$ an diskreten äquidistanten Frequenzpunkten abgetastet. Folglich sind die Eigenschaften des Grundsystems auch qualitativ im Linienspektrum $\tilde{\mathbf{A}}$ enthalten. Durch die diskrete Abtastung werden allerdings die Amplitudenspitzen der einzelnen Eigenfrequenzen nicht exakt reproduziert, sondern sind nur schemenhaft zu erkennen und nicht zur genauen Bestimmung einzelner Maxima geeignet. In diesem

Zusammenhang ist die Tatsache offensichtlich, daß solche Eigenfrequenzen, die unterhalb der Erregerfrequenz f_E liegen, durch das Raster der diskreten Abtastung mit $n f_E$ fallen und im Linienspektrum nicht wiedergegeben werden.

Alle aufgezeigten Aspekte können anhand des Linienspektrums der betrachteten Schwingung mit periodischem Stoßkontakt nachvollzogen werden (Bild 4.21 [b]). Zum Vergleich wird zusätzlich das mit $1/T$ normierte kontinuierliche Spektrum aus Bild 4.20 [b] angegeben.

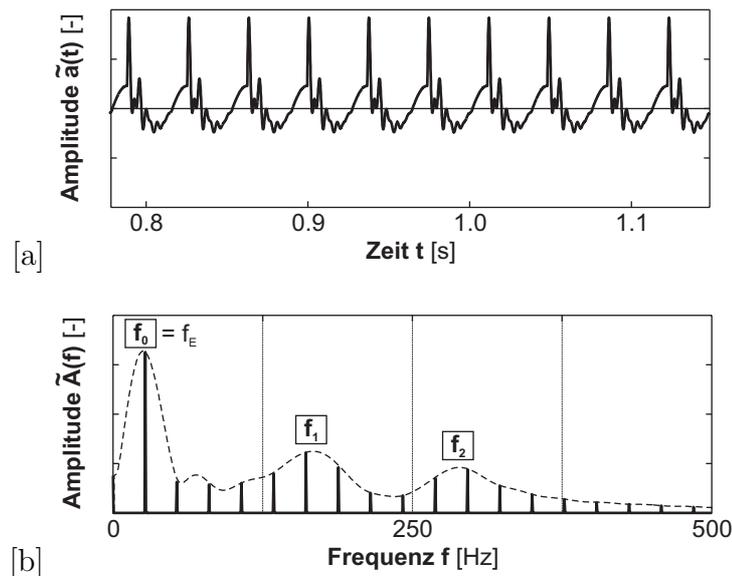


Bild 4.21: Schwingung mit periodischem Stoßkontakt: [a] Zeitverlauf, [b] Spektrum.

Abschließend bleibt festzuhalten, daß die periodischen Antwortsignale delaminierter Strukturen zu superharmonischen Anteilen in den zugehörigen Spektren führen. Die Amplitudenbeträge der Oberschwingungsanteile sind mit den Schwingungseigenschaften (Resonanzfrequenzen) der Teilschwinger verknüpft, welche qualitativ und diskret abgetastet im Linienspektrum der Antwort enthalten sind. Ohne Zweifel ist das behandelte Beispiel nur zum grundsätzlichen Verständnis geeignet, es zeigt jedoch in eindrucksvoller Weise, wie sich der ‚Fingerabdruck‘ einzelner Systemeigenschaften in den nichtlinearen Schwingungsantworten wiederfindet.

4.4 Bewertung der Linearitätsabweichung von Strukturschwingungen

Wie sich bereits gezeigt hat, reagieren Systeme der betrachteten Problemklasse auf eine harmonische Zwangserregung mit nicht-harmonischen Schwingungsantworten im stationären Zustand. Die Wirkung ihres nichtlinearen Charakters führt also zu einer signifikanten Änderung der Schwingungsantwort gegenüber einem linearen System. Eine Nichtlinearitätsanalyse verfolgt im allgemeinen zwei Ziele: (1) die Nichtlinearität eines Systems aufzudecken und (2) zu quantifizieren. Auf dem Gebiet der mechanischen

Schwingungen haben solche Indikatoren bislang kaum Eingang gefunden. Da dieser Gesichtspunkt gerade im Hinblick auf die Verbesserung von Modellgenauigkeiten sowie die Auslegung experimenteller Versuche erhebliche Bedeutung besitzt, sind in jüngster Zeit verstärkte Aktivitäten in diesem Forschungsbereich zu beobachten, welche in erster Linie auf Standardschwingversuche abzielen (z.B. [27]).

Indikatoren hinsichtlich der Linearitätsabweichungen können prinzipiell nach *direkten* und *indirekten Teststrategien* unterschieden werden. Direkte Indikatoren gewinnen die Informationen über die Linearitätsabweichung unmittelbar aus den jeweiligen Schwingungsdaten (z.B. HILBERT-Transformation). Dem gegenüber nutzen indirekte Strategien sogenannte Linearitätstests (z.B. Superpositions- und Reziprozitätstests) und überprüfen, inwieweit die vorausgesetzte Linearität durch das Strukturverhalten verletzt wird. Darüber hinaus können die Nichtlinearitätsindikatoren hinsichtlich des benötigten Typs des Erregersignals klassifiziert werden.

Im vorliegenden Fall wird eine harmonische Zwangserregung des Systems vorgesehen. Wie in den vorangegangenen Abschnitten gezeigt wurde, können bei delaminierten Systemen in der Regel periodische Antworten erwartet werden, deren FOURIER-Transformierte damit superharmonische Anteile aufweisen. Oft ist es nicht praktikabel periodische Schwingungen anhand ihrer Spektren direkt zu vergleichen, sondern im Sinne einer Datenreduktion auf ein ‚verschmiertes‘ Nichtlinearitätsmaß zurückzugreifen. Ein solches Maß bietet der aus der Elektrotechnik bekannte *Klirrfaktor* [80], der im folgenden auf mechanische Schwingungen übertragen werden soll.

Klirrfaktor.

Der Klirrfaktor bietet ein robustes Maß für die Abweichung einer periodischen Zeitreihe gegenüber einem harmonischen (sinusförmigen) Signal. Für eine entsprechende Analyse wird lediglich die FOURIER-Transformierte der periodischen Zeitreihe benötigt. Der Klirrfaktor ist in die Klasse der direkten Nichtlinearitätsindikatoren einzuordnen. Er gestattet sowohl die Erkennung als auch die zahlenmäßige Quantifizierung der Nichtlinearität. Als Voraussetzung für seine Anwendung muß eine harmonische Strukturantwort vorliegen. Der Ausdruck

$$\mathbf{d} = \sqrt{\frac{\sum_{i=2}^m A_i^2}{A_1^2}}, \quad \mathbf{d} \in \mathbb{R}_+ \quad (4.40)$$

gestattet die Berechnung des Klirrfaktors \mathbf{d} („distortion factor“). Dabei werden die Amplituden der superharmonischen Anteile A_i , $\forall i \in [2, \infty]$ der Grundschwingungsamplitude A_1 gegenübergestellt. Eine harmonische Antwort wird offensichtlich durch einen verschwindenden Klirrfaktor $\mathbf{d} = 0$ angezeigt. Für praktische Belange kann zu meist eine Berücksichtigung von $m = 20$ Superharmonischen als ausreichend betrachtet werden.

Wird die Berechnungsvorschrift (4.40) auf die Spektren der Verschiebungsantwort aus Bild 4.18 [a] angewendet, ergeben sich Klirrfaktoren von $\mathbf{d}_1 = 2.26\%$ für Schwingung der Masse 1 sowie von $\mathbf{d}_2 = 13.52\%$ für die Bewegung der zweiten Masse. Die entsprechenden Nichtlinearitätsmaße für die Geschwindigkeitsverläufe (Bild 4.18 [b]) betragen

$d_1 = 4.75\%$ und $d_2 = 36.05\%$. Die Vermutungen aus Abschnitt 4.3 hinsichtlich der Nichtlinearitätsverteilung zwischen den beiden Schwingern werden hiermit quantitativ bestätigt. Darüber hinaus zeigt sich die Anhebung des Nichtlinearitätspegels bei Betrachtung der abgeleiteten Schwingungsgrößen, zum Beispiel der Geschwindigkeiten.

4.5 Erweitertes Stoßschwingermodell

Die durch einen Schaden induzierte Nichtlinearitätsursache besitzt äußerst lokalen Charakter. Geschädigte Strukturen sind also dadurch gekennzeichnet, daß räumlich begrenzte Teile des Systems eine hohe Nichtlinearität hervorbringen, während die übrigen Teile essentiell lineares Verhalten aufweisen.

Von Interesse für die Schadenserkennung anhand der Strukturnichtlinearität ist die Auswirkung der nichtlinearen Phänomene im Schadensbereich auf die Schwingungsantworten der ungeschädigten Strukturteile. Das Vorhandensein und die Detektierbarkeit einer solchen Auswirkung ist Voraussetzung für eine Schadensprognose auf Systemebene (globale Schadenserkennung).

Für diesen Zweck wird das vorgestellte Mehrkörpermodell im folgenden um einen ungeschädigten Bereich erweitert. Auch hier soll die Anzahl der Freiheitsgrade auf ein Minimum beschränkt werden. Die Diskussion dieses Systems soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit nur auf die Grundzüge der gegenüber dem Zwei-Massen-System neu hinzukommenden Phänomene beschränkt werden.

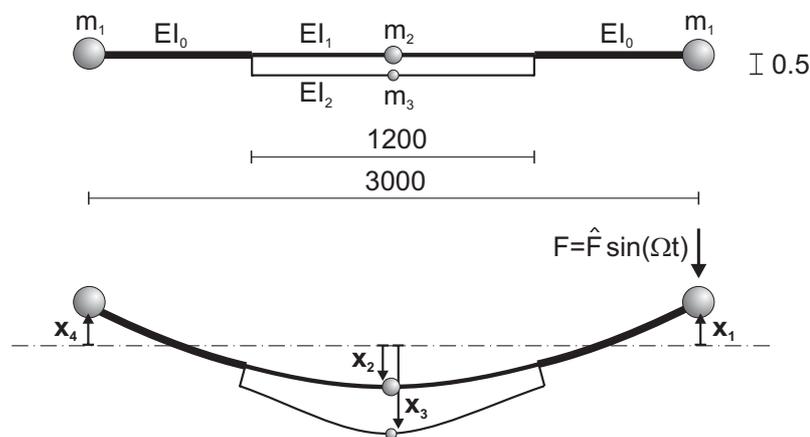


Bild 4.22: Erweitertes Minimalmodell für Schwingungen delaminierter Strukturen.

Das Modell basiert auf 4 konzentrierten Massen, die durch elastische Steifigkeiten anhand der dargestellten Balkenstruktur miteinander verknüpft sind. Die Querschnittsverhältnisse entsprechen wieder den realen Vorgaben des delaminierten Balkens aus Bild 2.4. Die Massen m_1 repräsentieren den nicht-geschädigten Teil, während die Massen m_2, m_3 das Delaminationsszenario abbilden. Die dynamischen Eigenschaften wurden derart gewählt, daß die niedrigsten (linearen) Eigenfrequenzen des Restquerschnitts

und der delaminierten Schicht mit den entsprechenden Werten des realen Modellbalkens übereinstimmen und somit auch dem Frequenzverhältnis ω_1/ω_2 des bisherigen Modells genügen. Am Ort der Koordinate x_1 wird das System durch eine harmonische Vertikalkraft $F(t) = \hat{F} \sin(\Omega t)$ angeregt, deren Kreisfrequenz Ω die Größe der niedrigsten Eigenkreisfrequenz des Restquerschnitts besitzt. Im Sinne von freien Randbedingungen ist das System nur (näherungsweise) in den Knotenpunkten der zugehörigen Eigenform in Ruhe und kann dort, mit Blick auf spätere Experimente, als gehalten betrachtet werden. Insgesamt stellt das Modell somit eine konsequente Erweiterung des oben diskutierten Zwei-Massen-Problems dar.

4.5.1 Mechanisch-mathematische Beschreibung des erweiterten Modells

Die mathematische Beschreibung führt wieder zur Problematik der Integration eines Systems mit veränderlicher Struktur und zeitvarianter Koordinatenanzahl. Grundsätzlich bleiben die möglichen Systemzustände ($\mathcal{Z}_{1,3}$: getrennte / gemeinsame Bewegung im delaminierten Bereich, \mathcal{Z}_2 : Stoß) sowie die zugehörigen Indikator- und Übergangsfunktionen gegenüber dem zuvor erläuterten System (Abschnitt 4.2) unverändert und gestatten eine analoge Verwendung für das erweiterte Modell. Lediglich die mathematische Beschreibung der beiden zeitlich nicht-singulären Bewegungszustände (\mathcal{Z}_1 : getrennte Bewegung / \mathcal{Z}_3 : Bewegung mit permanentem Kontakt im delaminierten Bereich) muß geändert werden.

Die beiden genannten Systemzustände können mit 4 (\mathcal{Z}_1) bzw. 3 (\mathcal{Z}_3) unabhängigen Koordinaten dargestellt werden. Infolgedessen läßt sich die Schwingung jeweils durch ein System von n , ($n = 3 \vee 4$) linearen, gekoppelten Bewegungsgleichungen in Form einer Vektordifferentialgleichung

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (4.41)$$

mathematisch beschreiben. Die Massenmatrix \mathbf{M} kann in Abhängigkeit von der Systemstruktur mit

$$\mathbf{M} = \begin{cases} \text{diag}[m_1, m_2, m_3, m_1] & : \mathcal{Z}_1 \\ \text{diag}[m_1, m_2 + m_3, m_1] & : \mathcal{Z}_3 \end{cases} \quad (4.42)$$

angeben werden. Die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} läßt sich aus den Nachgiebigkeiten der Balkenstruktur des Modells gewinnen. Diese Matrix ist voll besetzt und weist analog zur Massenmatrix \mathbf{M} eine veränderliche Größe in Abhängigkeit des Systemzustandes auf. Die Materialdämpfung wird durch den Ansatz einer proportionalen Dämpfung (RAYLEIGH-Dämpfung) erfaßt. Die Dämpfungsmatrix wird hierbei aus einer Linearkombination von Steifigkeits- und Massenmatrix

$$\mathbf{D} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (4.43)$$

gebildet. Die Konstanten α , β können aus dem Dämpfungsgrad (siehe Tabelle 4.1) der ersten beiden Eigenformen bestimmt werden [77]. Dabei bietet sich die Möglichkeit die

in der Regel stärkere Dämpfung von höheren Eigenformen [24] in α und β zu berücksichtigen. Üblicherweise wird von einer Verdopplung des Dämpfungsgrades zwischen zwei aufeinanderfolgenden Eigenschwingungen ausgegangen [77].

Der Erregerkraftvektor besitzt analog zu der Größe der Systemmatrizen 4 bzw. 3 Komponenten

$$\mathbf{F} = \begin{cases} \left[\hat{F} \sin(\Omega t), 0, 0, 0 \right]^T & : \mathcal{Z}_1 \\ \left[\hat{F} \sin(\Omega t), 0, 0 \right]^T & : \mathcal{Z}_3 \end{cases} . \quad (4.44)$$

Die Integration der Bewegungsgleichungen (4.41) erfolgt durch eine modale Zerlegung. Voraussetzung hierfür ist die Kenntnis der Eigenlösung des zu (4.41) gehörigen homogenen Gleichungssystems. Falls die Dämpfung bei der Bestimmung der Eigenlösung vernachlässigt wird, ergibt sich das homogene System

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{0} . \quad (4.45)$$

Ein Exponentialansatz liefert das polynomiale Eigenwertproblem

$$(\lambda \mathbf{M} + \mathbf{K}) = (-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) = \mathbf{0} . \quad (4.46)$$

Die Gesamtheit der den Eigenwerten ω_i zugeordneten Eigenvektoren φ_i ergibt die Modalmatrix Φ mit

$$\Phi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n] . \quad (4.47)$$

Angemerkt sei an dieser Stelle, daß jeder der beiden Bewegungszustände $\mathcal{Z}_1, \mathcal{Z}_3$ eine zugehörige Modalmatrix Φ besitzt.

Die Orthogonalitätseigenschaften der Eigenvektoren φ_i erlauben eine Entkopplung des Systems der Bewegungsgleichungen (4.41) mit Hilfe des Produktansatzes

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i q_i(t) = \Phi \mathbf{q}(t) , \quad n = 4 \vee 3 \quad (4.48)$$

durch eine Transformation in den Modalraum (siehe auch Abschnitt 6.2.2.1). Hierbei wird $\mathbf{q}(t)$ als modale oder generalisierte Antwort bezeichnet. Über den Ansatz (4.48) wird die reale Schwingungsantwort $\mathbf{x}(t)$ an jedem Freiheitsgrad durch Superposition der Eigenformen φ_i gewonnen, die mit der jeweiligen modalen Antwort $q_i(t)$ gewichtet sind. Mit Hilfe der Annahme der RAYLEIGH-Dämpfung (4.43) wird die Möglichkeit einer modalen Entkopplung der Dämpfungsmatrix \mathbf{D} sichergestellt. Hiermit entstehen n unabhängige Differentialgleichungen der Form

$$\check{m}_i \ddot{q}(t) + \check{d}_i \dot{q}(t) + \check{k}_i q(t) = \check{f}_i(t) . \quad (4.49)$$

Darin sind $\check{m}_i, \check{d}_i, \check{k}_i$ Elemente der modalen Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix

$$\check{\mathbf{M}} = \Phi^T \mathbf{M} \Phi , \quad \check{\mathbf{D}} = \Phi^T \mathbf{D} \Phi , \quad \check{\mathbf{K}} = \Phi^T \mathbf{K} \Phi , \quad (4.50)$$

die jeweils Diagonalform besitzen. Der Vektor der modalen Erregerkräfte $\check{\mathbf{F}}$ entsteht aus der Transformation

$$\check{\mathbf{F}} = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{F} . \quad (4.51)$$

Die modalen entkoppelten Differentialgleichungen sind äquivalent zu den Bewegungsgleichungen eines entsprechenden linearen Einmassenschwingers. Die modale Schwingungsantwort für die einzelnen modalen Freiheitsgrade i während des k -ten Bewegungsabschnittes kann durch die bekannte analytische Lösung der zugehörigen inhomogenen Differentialgleichung mit

$$q_i^{(k)}(t) = \check{a}_i \sin \left(\check{\Omega}(t_s^{(k)} + t) - \check{b}_i \right) + e^{-\check{D}_i \omega_i t} \left(\check{\alpha}_i^{(k)} \cos(\check{\nu}_i \omega_i t) + \check{\beta}_i^{(k)} \sin(\check{\nu}_i \omega_i t) \right) \quad (4.52)$$

angegeben werden. Die Größe $t_s^{(k)}$ markiert den Startzeitpunkt des k -ten Systemzustandes, welcher mit der lokalen Zeit $t = 0$ beginnt. Die zeitinvarianten Konstanten der partikulären Lösung können mit

$$\check{a}_i = \frac{\check{f}_i}{\sqrt{(\check{k}_i - \check{m}_i \Omega^2)^2 + (\check{d}_i \Omega)^2}} \quad \text{sowie} \quad \tan(\check{b}_i) = \frac{\check{d}_i \Omega}{\check{k}_i - \check{m}_i \Omega^2} \quad (4.53)$$

angeschrieben werden. Im übrigen gelten die Abkürzungen

$$\check{D}_i = \frac{\check{d}_i}{2\check{m}_i \omega_i} \quad \text{und} \quad \check{\nu}_i = \sqrt{1 - \check{D}_i^2} . \quad (4.54)$$

Schließlich müssen die für den k -ten Bewegungsabschnitt gültigen Konstanten der homogenen Lösung $\check{\alpha}_i^{(k)}$, $\check{\beta}_i^{(k)}$ aus den modalen Anfangsbedingungen $q_{i,0}^{(k)}$, $\dot{q}_{i,0}^{(k)}$ bestimmt werden. Dabei gilt analog zu Gleichung (4.48)

$$\mathbf{x}_0^{(k)} = \mathbf{\Phi} \mathbf{q}_0^{(k)} \quad \text{sowie} \quad \dot{\mathbf{x}}_0^{(k)} = \mathbf{\Phi} \dot{\mathbf{q}}_0^{(k)} . \quad (4.55)$$

4.5.2 Ergebnisse des erweiterten Stoßschwingermodells

Zunächst sei angemerkt, daß alle grundsätzlichen Phänomene aus dem zuvor betrachteten Zwei-Massen-Modell auch im erweiterten System wiedergefunden werden. Dies stellt somit eine Bestätigung der bisher gewonnenen Resultate dar. Einzelne Ergebnisse eines Sonderfalls des erweiterten Modells sind in [68], [66] nachzulesen.

Im folgenden soll das Augenmerk ausschließlich auf das Verhältnis der Nichtlinearität zwischen den Schwingungsantworten der einzelnen Koordinaten gerichtet werden. Anhand des Zwei-Massen-Modells wurde bereits nachgewiesen, daß die Schwingungsantworten in unmittelbarer Umgebung einer Schädigung deutlich von denen einer ungeschädigten Struktur abweichen. Als nächstes ist die Frage zu beantworten, ob die lokal auftretenden nichtlinearen Phänomene derart dominant sind, daß sie sich signifikant auf den globalen Bewegungsablauf (auch im ungeschädigten Strukturbereich) auswirken. Verallgemeinert man diese Fragestellung, so ist zu untersuchen, ob eine lokale

Nichtlinearitätsquelle das essentiell lineare Verhalten einer Struktur zu stören vermag, so daß dieses weit außerhalb der Quelle detektierbar ist. Eine solche Charakteristik ist notwendige Voraussetzung für die angestrebte Schadenserkennung auf Systemebene. Der Nachweis dieser Eigenschaft gelingt mit dem betrachteten Vier-Massen-Modell (Bild 4.22). Bild 4.23 zeigt die Größe der Nichtlinearitäten (Klirrfaktoren \mathbf{d}_i), die anhand der Geschwindigkeitsantwort $\dot{\mathbf{x}}$ an den 4 Koordinaten erhalten werden. Für die zugrundeliegende Berechnung wurden alle physikalischen und numerischen Parameter analog zu Tabelle 4.1 gewählt.

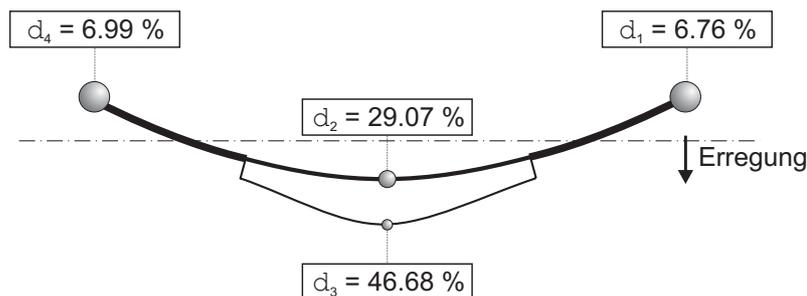


Bild 4.23: Klirrfaktoren für die Geschwindigkeitsantwort im geschädigten ($\mathbf{d}(\dot{X}_2)$, $\mathbf{d}(\dot{X}_3)$) und ungeschädigten Strukturbereich ($\mathbf{d}(\dot{X}_1)$, $\mathbf{d}(\dot{X}_4)$).

Offenbar werden an allen Freiheitsgraden nichtlineare Schwingungsantworten erhalten. Da der Restquerschnitt eine wesentlich größere Masse (m_2) als die delaminierte Schicht (m_3) besitzt, liegen an der Koordinate x_3 Schwingungsantworten mit einem wesentlich ausgeprägteren Nichtlinearitätsmaß vor. Die im geschädigten Bereich induzierten Nichtlinearitäten pflanzen sich auf den ungeschädigten Bereich fort. Auch dort werden deutlich nichtlineare Schwingungsantworten verzeichnet, wenngleich das zugehörige Nichtlinearitätsmaß geringer ist. Die erhaltenen Spektren betonen dieselben superharmonischen Anteile, wie die Schwingungsantworten der Koordinate x_2 des geschädigten Bereiches. Dies ist mit den Überlegungen zum periodischen Stoßkontakt aus dem Beispiel des Abschnitts 4.3 zu begründen.

Durchgriff der Nichtlinearität.

Die Beeinflussung der Schwingungsantworten durch die schadensinduzierte Nichtlinearität kann durch die Einführung des Koeffizienten \mathbf{D} quantifiziert werden, der als Durchgriff bezeichnet wird. Diese Größe stellt ein grobes Maß für globale Schadensauswirkung dar. Hierzu wird der Klirrfaktor \mathbf{d}_0 der Schwingungsantwort an der Schadensstelle dem Klirrfaktor \mathbf{d}_i an der zu charakterisierenden Stelle anhand des Ausdrucks

$$\mathbf{D}_{(0 \rightarrow i)} = \frac{\mathbf{d}_i}{\mathbf{d}_0}, \quad \mathbf{D}_{(0 \rightarrow i)} \in \mathbb{R}_+ . \quad (4.56)$$

gegenübergestellt. Für diese Betrachtung erscheint es sinnvoll die Antwort des Restquerschnittes in Delaminationsmitte (repräsentiert durch die Koordinate x_2 : $\mathbf{d}_0 = \mathbf{d}_2$) als Schadensquelle zu definieren. Besteht kein Einfluß der schadensinduzierten Nichtlinearität auf einen ausgewählten Testpunkt i wird ein verschwindender Durchgriffkoeffizient $\mathbf{D}_{(0 \rightarrow i)} = 0$ erhalten. Im betrachteten Fall (siehe Bild 4.23) ist erwartungsgemäß

ein starker Durchgriff des Schadensereignisses auf die Antworten im ungeschädigten Bereich zu beobachten. Die entsprechenden Durchgriffskoeffizienten können mit $D_{(0 \rightarrow 1)} = 22.9\%$ für die Stelle der Koordinate x_1 und $D_{(0 \rightarrow 4)} = 24.0\%$ für x_4 berechnet werden.

Anhand der vorgefundenen Größenordnung des Durchgriffs darf im weiteren eine globale Auswirkung einer Delaminationsschädigung auf das Schwingungsverhalten sicher vorausgesetzt werden. Die tatsächliche Größe des Durchgriffs wird ohne Zweifel von den Gegebenheiten des jeweils betrachteten Systems abhängen (vgl. [72]). Hierbei spielt neben der eingestellten Schwingungsform (z.B. Phasenlage zwischen den Bewegungen der delaminierten Teile) insbesondere das Querschnittsverhältnis von delaminierter Schicht und Restquerschnitt sowie die Delaminationstopologie eine wichtige Rolle. Dagegen darf erwartet werden, daß der Stoßkoeffizient bei verschiedenen Delaminationsszenarien nahezu invariant ist und somit keine wesentlichen Änderungen des Durchgriffs verursacht. Die Einflußgrößen werden anhand experimenteller Untersuchungen im Abschnitt 6.2.3 noch weiter beleuchtet.

4.6 Schlußfolgerungen aus den theoretischen Untersuchungen an Minimalmodellen

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß die Berücksichtigung des als ‚clapping‘-Phänomen bezeichneten Schadensmechanismus in nicht-glatten mechanischen Modellen zu einer deutlichen Änderung der Gestalt des Schwingungsverlaufes gegenüber einem ungeschädigten System führt. Aufgrund der Bindungsunilateralität sowie der sich während einer Schwingung einstellenden Stoßvorgänge wird bei delaminierten Systemen ein stark nichtlineares Schwingungsverhalten beobachtet. Hierbei erweist sich eine resonante, harmonische Anregung des Systems als wirksamer Erregermechanismus für die gezielte Einstellung der schadensbezogenen Nichtlinearitäten. Die an der Schadensstelle generierten Phänomene besitzen einen durchdringenden Charakter, so daß auch im ungeschädigten Strukturbereich deutliche Abweichungen vom zu erwartenden linearen Systemverhalten registriert werden können. Eine Schadensdiagnose auf Systemebene ist damit möglich. Als quantitatives Maß für die Linearitätsabweichung einer Schwingungsantwort wurde der Klirrfaktor eingeführt. Dieser kann im weiteren zur Bewertung des Systemzustandes genutzt werden. Für die folgenden komplexeren Strukturmodelle ist daher die Erfassung der aufgezeigten Nichtlinearitäten von zentraler Bedeutung, da diese offensichtlich den Schädigungszustand repräsentieren.

Nicht-glatte Systeme mit Stößen zeigen ein ausgeprägtes Verzweigungsszenario. Abhängig von den physikalischen (z.B. Erregerfrequenz) und numerischen Parametern (z.B. Zeitschrittgröße) tritt eine Vielfalt unterschiedlicher Bewegungstypen auf. Dies können sowohl einperiodische als auch subharmonische oder hochperiodische Lösungen sein. Die angestellten Parameterstudien zeigen indes, daß aus dieser Menge für alle praktisch relevanten Parameterbereiche ausschließlich einperiodische Lösungen mit einer Kontaktphase in jeder Erregerperiode zu erwarten sind. Diese Tatsache wird im

weiteren auch die Experimente (siehe Kapitel 6) bestätigt. In den beiden bisher betrachteten Minimalmodellen konnten die dominanten Schwingungsphänomene in guter Übereinstimmung beobachtet werden, so daß insgesamt von einem robusten Systemverhalten hinsichtlich der schadensinduzierten Phänomene ausgegangen werden kann.

Analyse schwingender Kontinua mit Stoßkontakt auf der Basis der Finite Elemente Methode

Im vorliegenden Kapitel werden nach einem kurzen allgemeinen Einblick in die Grundlagen der Finite Elemente Methode die zur Berechnung schwingender Kontinua mit Stoßkontakt vordergründig interessierenden Problemkreise der numerischen Zeitintegration sowie der Kontaktformulierung diskutiert. Nach einem Überblick über die klassischen Verfahren zur Erfassung von Kontaktnebenbedingungen wird die Erweiterung der Penalty-Regularisierung für dynamische, dissipative Kontakte vorgestellt. Anhand eines Starrkörpersystems werden anschließend die Einflüsse der Regularisierungsparameter und der zeitlichen Diskretisierung auf den berechneten Lösungstyp analysiert. Abschließend wird der beim Delaminationsproblem auftretende linienhafte Querstoßkontakt anhand einer realistischen Modellsituation untersucht. Zur numerischen Abbildung dieses speziellen Kontakttyps wird eine Kontaktformulierung entwickelt, welche hauptsächlich die Eigenschaften des Newton-Stoßes nutzt und sich als robuste Alternative zum Penalty-Verfahren mit viskosem Kontaktdämpfer erweist.

5.1 Grundlagen zur Anwendung der Finite Elemente Methode für dynamische Kontaktprobleme

Eine Vielzahl konkreter Problemstellungen aus den ingenieurwissenschaftlichen Disziplinen (z.B der Festkörper- oder Strömungsmechanik) führt bei ihrer mathematischen Formulierung auf partielle Rand- und Anfangswertprobleme. In nur wenigen Fällen gelingt es für solche Probleme eine analytische Lösung zu finden, da insbesondere die Erfüllung der Randbedingungen mit Schwierigkeiten verbunden ist. Zur Lösung konkre-

ter Probleme, beschrieben durch partielle Differentialgleichungen, werden verschiedene Näherungsverfahren eingesetzt. Seitdem leistungsfähige Rechner zur Verfügung stehen, hat sich in diesem Zusammenhang die *Finite Elemente Methode* (FEM) zum wichtigsten Verfahren für die numerische Approximation von Lösungen partieller Rand- und Anfangswertprobleme entwickelt. Die FEM stellt ein flexibles Verfahren dar, das es in vielen Anwendungsbereichen ermöglicht, anspruchsvollere und damit aussagekräftigere mathematische Modelle einzusetzen.

Als grundlegende Idee der FEM kann die Approximation des Gesamtverhaltens einer komplexen Struktur angesehen werden, die durch Einführung einfacher Ansätze auf Teilgebieten, den *Finiten Elementen*, gelingt. Aus Analogiegründen sei an das RITZsche Verfahren [83], [30], [8] zur numerischen Lösung von Randwertaufgaben erinnert.

Zur Umsetzung des Finite-Elemente-Konzeptes sind im allgemeinen verschiedene Näherungen notwendig. Zum einen wird das zu beschreibende, beliebig berandete Gebiet durch eine Menge Finiten Elemente approximiert. Zum anderen treten die Feldgrößen (z.B. Verschiebungen) nur als Näherung auf. Schließlich können die erhaltenen Integralausdrücke für die einzelnen Elemente häufig nicht mehr exakt, sondern nur mittels numerischer Integration berechnet werden, die unter Umständen zu weiteren Fehlern führt.

Im folgenden wird nur soweit auf Grundlagen der Methode eingegangen, wie sie für die Entwicklung der vorliegenden Arbeit benötigt werden. Eine detaillierte Darstellung mit unterschiedlichen Schwerpunkten findet sich z.B. in den Arbeiten von BATHE [4], HUGHES [42], LINK [52], WRIGGERS [101] und ZIENKIEWICZ & TAYLOR [105].

Für zahlreiche Problemstellungen kann bei der Anwendung der FEM auf fundierte Grundlagen zurückgegriffen werden. In anderen Anwendungsfeldern ist dagegen die Entwicklung keineswegs als abgeschlossen zu betrachten. Dies trifft zum Beispiel auf die zuverlässige Simulation stationärer, nicht-glatte Schwingungen zu, wie sich auch im weiteren noch zeigen wird.

5.1.1 Schwache Form des Gleichgewichts und räumliche Diskretisierung

Entsprechend den vielfältigen Anwendungen wird die FEM ganz unterschiedlich realisiert, so daß im folgenden nur ihre Grundidee im Hinblick auf Probleme der Elastodynamik skizziert werden soll. Zunächst wird die schwache Form des Gleichgewichts dargestellt und anschließend die Gebietszerlegung, die zu den Finiten Elementen führt, besprochen.

Die schwache Form des Gleichgewichts.

Voraussetzung für die Formulierung einer FE-Methode ist die Überführung des Gleichgewichts in die sogenannte *schwache Form*. Dies kann zum Beispiel mittels der GALERKIN-Methode erfolgen, die als Sonderfall aus der *Methode der gewichteten Residuen* hervorgeht. Für die schwache Form eines Anfangs-Randwertproblems wird die lokale Impulsbilanz

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{p} = \rho \ddot{\mathbf{x}}, \quad (5.1)$$

worin $\boldsymbol{\sigma}$ die CAUCHY-Spannungen, $\varrho \ddot{\mathbf{x}}$ die Trägheit und $\varrho \mathbf{p}$ die eingepprägten Volumenkräfte bezeichnen, mit einer Testfunktion $\delta \mathbf{u}$ skalar multipliziert und anschließend über das Gebiet \mathcal{U}_0 integriert. Durch Anwendung der partiellen Integration und unter Beachtung der kinematischen Beziehungen (siehe z.B. [101]) wird letztlich die schwache Form der Differentialgleichung

$$\int_{\mathcal{U}_0} \varrho_0 \ddot{\mathbf{x}} \cdot \delta \mathbf{u} \, dV + \int_{\mathcal{U}_0} \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} \, dV - \int_{\mathcal{U}_0} \varrho_0 \mathbf{p} \cdot \delta \mathbf{u} \, dV - \int_{\Gamma_N} \mathbf{t}_0 \cdot \delta \mathbf{u} \, d\Gamma = \mathbf{0} \quad (5.2)$$

erhalten. Hierin bezeichnet \mathbf{S} den zweiten PIOLA-KIRCHHOFF-Spannungstensor, \mathbf{E} den GREEN-LAGRANGE-Verzerrungstensor, \mathbf{t}_0 die Randspannungen auf dem Randbereich Γ_N und ϱ_0 die Massendichte in der Referenzkonfiguration. Die Impulsbilanz und die natürlichen Randbedingungen werden nach der Beziehung (5.1) nur schwach, d.h. nicht an jedem materiellen Punkt sondern nur im integralen Mittel des betrachteten Gebietes \mathcal{U} erfüllt. Die Verschiebungsgrößen stellen die Primärvariablen des Problems dar.

Räumliche Diskretisierung.

Bei der räumlichen Diskretisierung des Gebietes \mathcal{U}_0 wird eine Unterteilung $\mathcal{U}_0 \rightarrow \mathcal{U}_0^{(h)}$ in n_e einfach zu beschreibende Teilgebiete, die Finiten Elemente, vorgenommen:

$$\mathcal{U}_0 \approx \mathcal{U}_0^{(h)} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \mathcal{U}_e . \quad (5.3)$$

Die assemblierten Elemente müssen die Geometrie stetig approximieren. Es dürfen also weder Freiräume noch Überdeckungen im Gebiet \mathcal{U} auftreten.

Aus der kontinuierlichen schwachen Form (5.2) wird durch Einführung lokaler Ansatz- und Testfunktionen auf Elementebene das zu lösende diskrete Finite-Elemente-Problem erhalten. Wird hierfür das BUBNOV-GALERKIN-Verfahren verwendet, entstammen Ansatz- und Testfunktionen aus dem selben Funktionenraum [105]. Grundsätzlich kann also die Lösung im Element durch eine Linearkombination der n Ansatzfunktionen \mathbf{N}_I und der diskreten Knotenwerte \mathbf{u}_I mit

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}) = \sum_{I=1}^n \mathbf{N}_I(\mathbf{X}) \mathbf{u}_I \quad (5.4)$$

angenähert werden. An die Ansätze sind gewisse Anforderungen zum Beispiel hinsichtlich ihrer Stetigkeit zu stellen. Durch Assemblierung der einzelnen Elemente gehen die lokalen Beziehungen auf Elementebene in die globalen Beziehungen auf Systemebene über. Im Endergebnis der räumlichen Diskretisierung entsteht ein semi-diskretes System (raumdiskret, zeitkontinuierlich) gewöhnlicher Vektordifferentialgleichungen der bekannten Form

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t) . \quad (5.5)$$

Die zugehörigen Systemmatrizen \mathbf{M} , \mathbf{K} sind durch den elementweisen Zusammenbau des globalen Gleichungssystems im allgemeinen dünn besetzt und besitzen in Abhängigkeit des Diskretisierungsgrades eine beachtliche Größe. Die Güte der Approximation

steigt im allgemeinen mit der Erhöhung der Elementanzahl. Das ursprüngliche Kontinuumsproblem reduziert sich damit auf ein diskretes System mit einer endlichen Anzahl an Freiheitsgraden.

Nach dem Abschluß des Schrittes der räumlichen Diskretisierung sowie der anschließenden Aufstellung der Systemmatrizen liegen die konstitutiven Gleichungen des ursprünglichen partiellen Anfangs-Randwertproblems als System gewöhnlicher Bewegungsgleichungen in der Zeit vor. Auf deren numerische Lösung anhand von numerischen Zeitintegrationsverfahren, welche die gewöhnlichen Differentialgleichungen durch eine zeitliche Diskretisierung schließlich in algebraische Gleichungen überführen, wird im folgenden Abschnitt näher eingegangen.

5.1.2 Numerische Zeitintegration

Im vorangegangenen Abschnitt wurden die semi-diskreten Bewegungsgleichungen mit der schwachen Form der Impulsbilanz hergeleitet. Durch die Erweiterung der Bewegungsgleichungen (5.5) mit einem geschwindigkeitsproportionalen Dämpfungsterm folgt die allgemeine örtlich diskrete und zeitlich kontinuierliche Form

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{D} \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t) . \quad (5.6)$$

Ziel ist nun die Bestimmung des zeitlichen Verlaufes der durch die räumliche Diskretisierung festgelegten Knotenzustandsgrößen¹ mittels zeitlicher Integration der Gleichungen (5.6). Hierzu wird eine zeitliche Diskretisierung mit in der Regel konstanter Schrittweite $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ im zu integrierenden Zeitintervall $\mathcal{T} = [t_0, t_e]$ vorgenommen. Die Knotengrößen \mathbf{u} , $\dot{\mathbf{u}}$ und $\ddot{\mathbf{u}}$ im Zeitschritt $i + 1$ werden dabei aus Größen des Zeitpunktes t_i berechnet [99], [42].

Es sind mehrere Typen von Zeitschrittverfahren zu unterscheiden. Zunächst kann eine Klassifikation nach der Ordnung der im Zeitschrittverfahren auftreten Differentialgrößen getroffen werden. Für die Verwendung eines Integrators für Differentialgleichungssysteme erster Ordnung (z.B. RUNGE-KUTTA-Typ) müssen die ursprünglichen Differentialgleichungen zweiter Ordnung in Systeme erster Ordnung überführt werden. Durch den damit verbundenen erhöhten Speicherbedarf sind diese Art der Integrationsverfahren im Einsatzbereich der Strukturodynamik zumeist speziellen Anwendungen vorbehalten. Im folgenden werden nur Zeitintegrationsverfahren für Systeme zweiter Ordnung betrachtet.

Eine weitere Unterscheidung wird in *Einschritt-* und *Mehrschrittverfahren* getroffen. Bei ersteren werden ausschließlich die Zustandsgrößen des Zeitpunktes t_i verwendet, um die Größen zum Zeitpunkt t_{i+1} zu ermitteln. Werden hingegen zusätzliche Zustandsgrößen von weiteren Zeitpunkten (z.B. t_{i-1}) genutzt, liegt ein Mehrschrittverfahren vor (z.B. PARK-Verfahren [42]). Solche Verfahren besitzen jedoch einen höheren Speicherbedarf als Einschrittverfahren und erfordern separate Startprozeduren für die

¹ Unter dem Begriff der Zustandsgröße sollen, in Erweiterung der Definition aus der Systemtheorie, im folgenden Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zusammengefaßt werden.

Berechnung der ersten Zeitschritte. Trotz des Nachteils einer im allgemeinen geringeren Genauigkeitsordnung wird aus den genannten Gründen den Einschrittverfahren für Anwendungen in der Strukturmechanik häufig der Vorzug gegeben.

In den weiteren Kapiteln der Arbeit werden zwei Typen von Integratoren zur Berechnung verwendet, die sogenannten *impliziten* und *expliziten Zeitintegrationsverfahren*. Bei letzteren werden die Bewegungsgleichungen ausschließlich zum Zeitpunkt t_i , also zu Beginn des Zeitschrittes, in das Verfahren eingebracht, um die Lösung zur Zeit t_{i+1} zu erhalten. Besonders effizient laufen diese Verfahren ab, wenn die Massenmatrix \mathbf{M} eine Diagonalstruktur (Einzelmassenmatrix) besitzt. Nachteilig sind eventuell die zumeist erforderlichen kleinen Schrittweiten, welche durch eine Schranke für die numerische Stabilität des Verfahrens vorgegeben werden. Das Anwendungsfeld der expliziten Verfahren liegt daher bei der Simulation von Kurzzeitprozessen bzw. bei Fragestellungen mit hohem Diskretisierungsgrad. Bei impliziten Verfahren werden die Zeitableitungen sowohl durch Größen am Zeitpunkt t_i als auch durch Werte eines späteren Zeitpunktes $t > t_i$ repräsentiert. Für jeden Zeitschritt fällt dabei die Lösung eines Gleichungssystems mit der Größe der Systemmatrizen an. Der Vorteil impliziter Verfahren liegt in der Möglichkeit deutlich größere Zeitschritte Δt als bei expliziten Integratoren zu wählen. Die impliziten Verfahren können so konstruiert werden, daß sie numerisch unbedingt stabil sind.

Detaillierte Beschreibungen einzelner Integrationsverfahren sind z.B. in [99], [42], [4] zu finden. Im folgenden sollen zwei spezielle Verfahren, die in der weiteren Abhandlung eine Rolle spielen, näher betrachtet werden.

Das Zentrale Differenzenverfahren.

Als häufigstes explizites Integrationsverfahren kommt in der Strukturmechanik das *Zentrale Differenzenverfahren* zum Einsatz. Sein Schema soll im folgenden dargestellt werden. Die praktische Umsetzung in einer Programmierung kann in einigen Punkten abweichen.

Beim Zentralen Differenzenverfahren werden die Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{u}}_i$ und die Beschleunigungen $\ddot{\mathbf{u}}_i$ zum Zeitpunkt t_i durch eine Finite-Differenzen-Approximation der Form

$$\dot{\mathbf{u}} = \frac{1}{2\Delta t} (\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_{i-1}) , \quad \ddot{\mathbf{u}} = \frac{1}{\Delta t^2} (\mathbf{u}_{i+1} - 2\mathbf{u}_i + \mathbf{u}_{i-1}) \quad (5.7)$$

ersetzt. Werden diese Beziehungen in die Bewegungsgleichungen (5.6) zum Zeitpunkt t_i eingesetzt, folgt nach kurzer Zwischenrechnung der Ausdruck

$$\left(\mathbf{M} + \mathbf{D} \frac{\Delta t}{2} \right) \mathbf{u}_{i+1} = \Delta t^2 (\mathbf{F}(t) - \mathbf{K} \mathbf{u}_i) + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{D} \mathbf{u}_{i-1} + \mathbf{M} (2\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_{i-1}) . \quad (5.8)$$

Liegen die Systemmatrizen \mathbf{M} , \mathbf{D} in Diagonalform vor, so entkoppelt sich das Gleichungssystem, so daß eine Invertierung von $\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{D}$ entfällt und die Auswertung durch einfache Vektoroperationen durchzuführen ist. Im allgemeinen liegt die Dämpfungsmatrix \mathbf{D} jedoch nicht in Diagonalform vor. Um dennoch die genannten Vorteile des expliziten Verfahrens zu nutzen, wird in der praktischen Umsetzung häufig der Dämpfungsterm nachgezogen (vgl. [5], [32]).

Offensichtlich werden zu Beginn des Verfahrens die Verschiebungen zum Zeitpunkt t_{0-1} benötigt. Diese können mit einem speziellen Startverfahren anhand einer TAYLOR-Entwicklung mit

$$\mathbf{u}_{0-1} = \mathbf{u}_0 - \Delta t \dot{\mathbf{u}}_0 + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{u}}_0 \quad (5.9)$$

berechnet werden. Das zentrale Differenzenverfahren ist numerisch bedingt stabil. Nur die Wahl einer Zeitschrittweite Δt , die unterhalb eines kritischen Wertes Δt_{krit} liegt, gewährleistet die numerische Stabilität des Verfahrens. Die Größe des kritischen Zeitschrittes Δt_{krit} ist mit den Massen- und Steifigkeitseigenschaften der gesamten Elemente-Gruppierung verknüpft (siehe z.B. [4], [42], [105]) und bedarf bei nichtlinearen Problemen besonderer Aufmerksamkeit [4], [34].

Das Verfahren erreicht eine Genauigkeitsordnung $\mathcal{O}(\Delta t^2)$ [101]. Somit kann aus einer Halbierung der Zeitschrittgröße Δt eine Reduktion des Integrationsfehlers um mindestens den Faktor vier erwartet werden.

Das Newmark-Verfahren.

Als eine Erweiterung der linearen Beschleunigungsmethode kann der NEWMARK-Algorithmus angesehen werden, der selbst im verallgemeinerten α -Verfahren aufgeht. Für die Darstellung und Programmierung des Newmark-Verfahrens sind verschiedene Varianten gebräuchlich [4], [99], [42], von denen in der folgenden Beschreibung ein anschaulicher Zugang gewählt wird.

Das NEWMARK-Verfahren beruht auf einer Approximation der Verschiebungen \mathbf{u}_{i+1} und Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{u}}_{i+1}$ zum Zeitpunkt t_{n+1} . Die Näherung für die genannten Zustandsgrößen wird mit den Ausdrücken

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{i+1} &= \mathbf{u}_i + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_i + \Delta t^2 \left(\left(\frac{1}{2} - \beta_N \right) \ddot{\mathbf{u}}_i + \beta_N \ddot{\mathbf{u}}_{i+1} \right) , \\ \dot{\mathbf{u}}_{i+1} &= \dot{\mathbf{u}}_i + \Delta t \left((1 - \gamma_N) \ddot{\mathbf{u}}_i + \gamma_N \ddot{\mathbf{u}}_{i+1} \right) \end{aligned} \quad (5.10)$$

erhalten. Offensichtlich hängen diese Approximationen neben Zustandgrößen zum Zeitpunkt t_i auch von den Beschleunigungen $\ddot{\mathbf{u}}_{i+1}$ des Zeitpunktes t_{i+1} ab. Die Parameter $\beta_N \in [0, \frac{1}{2}]$, $\gamma_N \in [0, 1]$ bestimmen das Verhalten des NEWMARK-Algorithmus. Zur übersichtlicheren Darstellung können die aus dem Zeitschritt t_i bekannten Größen in Gleichung (5.10) zu den Prädiktoren \mathbf{u}_{i+1}^P , $\dot{\mathbf{u}}_{i+1}^P$ mit der Beziehung

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{i+1}^P &= \mathbf{u}_i + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_i + \Delta t^2 \left(\left(\frac{1}{2} - \beta_N \right) \ddot{\mathbf{u}}_i \right) , \\ \dot{\mathbf{u}}_{i+1}^P &= \dot{\mathbf{u}}_i + \Delta t (1 - \gamma_N) \ddot{\mathbf{u}}_i \end{aligned} \quad (5.11)$$

zusammengefaßt werden. Damit lassen sich die Näherungen (5.10) in die Ausdrücke

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{u}}_{i+1} &= \frac{1}{\beta_N \Delta t^2} (\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_{i+1}^P) , \\ \dot{\mathbf{u}}_{i+1} &= \dot{\mathbf{u}}_{i+1}^P + \frac{\gamma_N}{\beta_N \Delta t} (\mathbf{u}_{i+1} - \mathbf{u}_{i+1}^P) \end{aligned} \quad (5.12)$$

überführen. Durch Einsetzen der Beziehungen (5.12) in die Bewegungsgleichungen (5.6) für den Zeitpunkt t_{i+1} wird das Gleichungssystem

$$\left(\frac{1}{\beta_N \Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\gamma_N}{\beta_N \Delta t} \mathbf{D} + \mathbf{K} \right) \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{F}_{i+1} + \frac{1}{\beta_N \Delta t^2} \mathbf{M} \mathbf{u}_{i+1}^P + \mathbf{D} \left(\frac{\gamma_N}{\beta_N \Delta t} \mathbf{u}_{i+1}^P - \dot{\mathbf{u}}_{i+1}^P \right) \quad (5.13)$$

erhalten. Üblicherweise wird hierbei die Dämpfungsmatrix als Linearkombination von Steifigkeits- und Massenmatrix in Form der RAYLEIGH-Dämpfung nach Gleichung (4.43) dargestellt. Zur Bestimmung der unbekanntenen Verschiebungen \mathbf{u}_{i+1} ist also ein Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{K}^* \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{F}_{i+1}^* \quad (5.14)$$

zu lösen. Hierbei bezeichnet \mathbf{K}^* die sogenannte effektive Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{K}^* = \frac{1}{\beta_N \Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\gamma_N}{\beta_N \Delta t} \mathbf{D} + \mathbf{K} \quad (5.15)$$

und \mathbf{F}_{i+1}^* den effektiven Lastvektor

$$\mathbf{F}_{i+1}^* = \mathbf{F}_{i+1} + \frac{1}{\beta_N \Delta t^2} \mathbf{M} \mathbf{u}_{i+1}^P + \mathbf{D} \left(\frac{\gamma_N}{\beta_N \Delta t} \mathbf{u}_{i+1}^P - \dot{\mathbf{u}}_{i+1}^P \right). \quad (5.16)$$

Werden die Zeitschrittweite Δt , die NEWMARK-Parameter β_N , γ_N sowie die räumliche Diskretisierung (einschließlich möglicher Kontaktzustände) nicht verändert, so bleibt auch die effektive Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}^* konstant. Die einmal invertierte oder faktorisierte Matrix kann in diesen Fällen fortlaufend genutzt werden. Der effektive Lastvektor \mathbf{F}_{i+1}^* ist hingegen für jeden Zeitschritt neu aufzustellen.

Die Wahl der NEWMARK-Parameter $2\beta_N = \gamma_N = \frac{1}{2}$ führt zum Standard-NEWMARK-Verfahren mit einer konstanten mittleren Beschleunigung im Zeitintervall $(t_i, t_{i+1}]$. Diese Variante des NEWMARKschen Integrationsverfahrens enthält keine numerische Dämpfung. Bei der Anwendung auf lineare Problemstellungen läßt sich die numerische Stabilität und die Genauigkeitsordnung analysieren. Es zeigt sich [99], daß das Standard-NEWMARK-Verfahren numerisch unbedingt stabil ist und eine Genauigkeit der Ordnung $\mathcal{O}(\Delta t^2)$ erreicht. In der vorliegenden Arbeit wird das NEWMARK-Verfahren ausschließlich in der beschriebenen Variante $2\beta_N = \gamma_N = \frac{1}{2}$ verwendet.

Das NEWMARK-Verfahren stellt ein implizites Zeitschrittverfahren dar. Im Parameterfall $\gamma_N = 0$ entartet das Verfahren und geht in das zuvor betrachtete Zentrale Differenzenverfahren über.

Durch die Anwendung eines der beschriebenen numerischen Zeitintegrationsverfahren wird die Lösung der gewöhnlichen Vektordifferentialgleichung (5.6) in sukzessive zu berechnende algebraische Gleichungssysteme überführt. Durch diesen Lösungsschritt wird eine zusätzliche Näherungscharakteristik in die Finite Elemente Methode für strukturdynamische Probleme eingebracht.

5.1.3 Klassische Kontaktformulierungen für Normalkontakt und Erweiterung für dynamische Stoßkontakte

Im folgenden wird die Berücksichtigung von Nebenbedingungen, die sich durch die Unilateralität von Normalkontakten einstellen, im Kontext der Finite-Elemente-Methode diskutiert. Zunächst sollen die drei gebräuchlichsten klassischen Verfahren zur Kontaktformulierung (Verfahren der LAGRANGESchen Multiplikatoren, Penalty-Verfahren, Augmented-LAGRANGE-Verfahren) kurz skizziert werden. Ausführliche Darstellungen lassen sich z.B. in den Arbeiten von VU VAN [96], SCHERF [84], WRIGGERS [102] und LAURSEN [48] finden.

Im Anschluß wird eine Erweiterung des klassischen Penalty-Verfahrens für dynamische Stoßkontakte nach der Arbeit von ENGLEDER [14] dargestellt. Die grundsätzlichen Schwierigkeiten bei der Anwendung dieses Verfahrens auf die konkrete Problemstellung werden anhand eines numerischen Beispiels im Abschnitt 5.3 ausführlich untersucht. Bei der Kontaktformulierung wird die Lösung eines Extremalproblems gesucht, wobei zusätzlich die gestellten Nebenbedingungen zu erfüllen sind. Ausgehend von einem Gesamtpotential Π muß dessen Größe unter Beachtung einer zusätzlichen Ungleichung, welche die Nebenbedingung enthält, mit

$$\Pi(\mathbf{x}) \rightarrow \text{MIN} , \quad \mathbf{g}_N(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0} \quad (5.17)$$

bezüglich der Lösungen \mathbf{x} minimiert werden. Die Größe \mathbf{g}_N beinhaltet die Abstände in Normalenrichtung. Zur Darstellung der Kontaktkinematik sei hierzu auf das Kapitel 3 verwiesen. Aus der geometrischen Zwangsbedingung des Nichteindringens $\mathbf{g}_N(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0}$ entstehen die sogenannten LAGRANGE-Parameter $\boldsymbol{\lambda}_N$ als zusätzliche unbekannte Größen. Die Lösung des Problems (5.17) kann mit

$$\begin{aligned} \delta\Pi(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}_N^T \delta\mathbf{g}_N(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} , \\ \mathbf{g}_N(\mathbf{x}) &\geq \mathbf{0} , \\ \boldsymbol{\lambda}_N &\leq \mathbf{0} , \\ \boldsymbol{\lambda}_N^T \mathbf{g}_N(\mathbf{x}) &= 0 \end{aligned} \quad (5.18)$$

über die sogenannten KUHN-TUCKER-Bedingungen (5.18b-d) formuliert werden. Hierbei stellt Gleichung (5.18a) die Gleichgewichtsaussage dar. Der Ausdruck (5.18c) enthält die Kontaktkräfte. Die Bedingung (5.18d) gewährleistet, daß jeweils eine der Variablen $\lambda_{N,i}$, $g_{N,i}$ eines Kontaktpunktes i verschwindet. Dies markiert zum einen den Fall, daß kein Kontakt vorhanden ist ($\lambda_{N,i} = 0$, $g_{N,i} > 0$) und somit eine verschwindende Kontaktkraft vorliegt. Im anderen Fall ist der Kontaktabstand $g_{N,i} = 0$ und Kontaktkräfte $\lambda_{N,i} < 0$ treten auf. Im Falle eines kontinuierlichen Kontaktes ergibt sich die Potentialerweiterung der Gleichung (5.18a) als Integralausdruck über den Kontaktbereich (vgl. [48], [35]). Da für die im folgenden verwendete Modellierung der kontinuierliche Kontakt in eine enge Folge von Punktkontakten (Knoten-Knoten-Kontakt) aufgelöst wird (siehe Abschnitt 5.2), kann die Darstellung und Implementierung gemäß Gleichung (5.18) erfolgen.

Die Lösung des Gleichungssatzes (5.18) ist in der Praxis wegen der Ungleichungsbedingungen mit Schwierigkeiten verbunden, so daß zumeist die sogenannte *active set*

strategy' implementiert wird [96], [11]. Hiernach werden die Nebenbedingungen aktiv gesetzt, wenn in den Ausdrücken (5.18b), (5.18c) der Fall einer Gleichheit eintritt. Die folgenden Darstellungen der klassischen Verfahren zur Erfassung eines Normalkontaktes innerhalb der FE-Methode basieren deshalb nur auf einer entsprechend aktivierten Nebenbedingung (5.18b).

Verfahren der LAGRANGESchen Multiplikatoren.

Ausgehend von der besprochenen ‚active set strategy‘ wird, durch die Erweiterung des Gesamtpotentials für die kontaktierenden Knoten, die Lösung der LAGRANGESchen Gleichungen

$$\begin{aligned}\delta\Pi(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}_N^T \delta\mathbf{g}_N(\mathbf{x}) &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{g}_N(\mathbf{x}) &= \mathbf{0}\end{aligned}\tag{5.19}$$

gesucht. Bei erfüllter Nebenbedingung (5.19b) verschwindet erwartungsgemäß die Potentialerweiterung. Eine Lösung der Gleichungen (5.19) kann auf der Basis eines Iterationsverfahrens erhalten werden. Bei der numerischen Umsetzung tritt unter Umständen die Schwierigkeit auf, daß bei Kontaktproblemen zunächst die Zahl der aktiven Kontaktpunkte unbekannt ist. Es ist also jede denkbare Konfigurationskombination zu untersuchen, was schließlich auf ein kombinatorisches Problem führen kann. Als weiterer Nachteil erweist sich bei der Organisation der Lösungsprozedur die veränderliche Größe des zu lösenden Gleichungssystems. Hierbei steigt die ursprüngliche Größe des Systems um die Anzahl der jeweils aktiven LAGRANGE-Multiplikatoren.

Die Vorteile des Verfahrens sind in der exakten Erfüllung der Kontaktbedingung ($\mathbf{g}_N = \mathbf{0}$) sowie in der direkten Verfügbarkeit der Kontaktkräfte zu sehen.

Penalty-Verfahren.

Anschaulich entsteht das Penalty-Verfahren durch Aufgabe der Forderung nach einer exakten Erfüllung der Zwangsbedingung ($\mathbf{g}_N = \mathbf{0}$) und kommt damit einer Regularisierung der KUHN-TUCKER-Bedingungen gleich. Infolgedessen kann bei der Potentialerweiterung aus Gleichung (5.19a) der Parameter $\boldsymbol{\lambda}_N$ durch den Ausdruck

$$\boldsymbol{\lambda}_N = c_k \mathbf{g}_N(\mathbf{x})\tag{5.20}$$

ersetzt werden. Damit werden die folgenden Gleichungen

$$\delta\Pi(\mathbf{x}) + c_k \mathbf{g}_N(\mathbf{x})^T \delta\mathbf{g}_N(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\tag{5.21}$$

mit der veränderten Potentialerweiterung erhalten. Das Gleichungssystem hängt nun ausschließlich von den Unbekannten \mathbf{x} ab. Wie leicht zu ersehen ist, entspricht die Erweiterung dem Potential linearer Einzelfedern. Dieses Vorgehen entspricht anschaulich der Konstruktion eines Kraftgesetzes für die Kontaktkräfte. Hierbei wird im Sinne einer Regularisierung die ursprünglich als Zwangskraft zu bestimmende Kontaktkraft in eine eingeprägte Kraft mit zugehörigem Kraftgesetz umgewandelt. Die konstitutiven Beziehungen für die Bestimmung der Kontaktkraft liefert der Ausdruck (5.20). Die Potentialerweiterung in Gleichung (5.21) verschwindet demnach nur bei exakt erfüllter

Nebenbedingung. In der Regel wird diese Bedingung beim Penalty-Verfahren jedoch nur näherungsweise erfüllt, wobei die Größe des Fehlers von der Wahl der sogenannten Penalty-StEIFigkeit c_k abhängt. Wie sich auch in den folgenden Kapitel noch zeigen wird, ist die Wahl der Konstante c_k für die berechneten Ergebnisse von großer Bedeutung. Die Wahl eines zu kleinen Penalty-Parameters c_k führt infolge einer stark gelockerten Zwangsbedingung zu großen Penetrationen der beteiligten Kontaktkörper. Demgegenüber darf c_k im Hinblick auf die Konditionierung des zu lösenden Gleichungssystems nicht zu groß gewählt werden. Bei dynamisch ablaufenden Kontakten sind zusätzliche Fehler zu erwarten, die im Abschnitt 5.3 genauer beleuchtet werden. Da sich im allgemeinen eine Penetration zwischen den Kontaktkörpern einstellt, kann es bei bestimmten Problemstellungen zu einer ‚Verschmierung‘ der Kontaktregion kommen.

Der Vorteil der Penalty-Methode liegt in der Tatsache, daß die ursprüngliche Größe des zu lösenden Gleichungssystems erhalten bleibt, d.h. die Anzahl der Freiheitsgrade des Problems konstant gehalten wird. Darüber hinaus ist zumeist eine unkomplizierte Implementierung eines solchen Verfahrens möglich.

Augmented-LAGRANGE-Verfahren.

Das Augmented-LAGRANGE-Verfahren kombiniert die beiden erstgenannten Methoden miteinander. Es wird daher die Lösung der Variationsgleichung

$$\delta\Pi(\mathbf{x}) + {}^c\boldsymbol{\lambda}_N^T \delta\mathbf{g}_N(\mathbf{x}) + c_k \mathbf{g}_N(\mathbf{x})^T \delta\mathbf{g}_N(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (5.22)$$

gesucht. Die Parameter ${}^c\boldsymbol{\lambda}_N$ werden dabei nicht als Unbekannte geführt, sondern innerhalb einer Iterationsschrittweise geändert. So erfolgt nach jedem Iterationsschritt für \mathbf{x} ein lokales und in der Regel lineares ‚Update‘ für ${}^c\boldsymbol{\lambda}_N$ mit der Vorschrift

$${}^c\boldsymbol{\lambda}_N^{(j+1)} = {}^c\boldsymbol{\lambda}_N^{(j)} + \min \begin{cases} c_k \mathbf{g}_N(\mathbf{x}^{(j+1)}) \\ -{}^c\boldsymbol{\lambda}_N^{(j)} \end{cases} \quad \text{mit } {}^c\boldsymbol{\lambda}_N^{(0)} = \mathbf{0} \quad (5.23)$$

Während der Iterationsprozedur wird innerhalb des Updates (5.23) sichergestellt, daß keine Verletzung der Druckbedingung für die Kontaktkräfte (${}^c\boldsymbol{\lambda}_N \leq \mathbf{0}$) auftritt. Anschaulich läßt sich der Berechnungsablauf derart deuten, daß der erste Iterationsschritt ${}^c\boldsymbol{\lambda}_N^{(0)} = \mathbf{0}$ zunächst einer reinen Penalty-Darstellung entspricht. Durch sukzessive Umlagerung der Kontaktkräfte in die LAGRANGE-Multiplikatoren, entspricht der letzte Iterationsschritt einer nahezu reinen LAGRANGE-Multiplikator-Formulierung, da die im Penalty-Anteil enthaltenen Kräfte verschwinden ($c_k \mathbf{g}_N \approx 0$). Am Ende der Iteration ist die Nebenbedingung $\mathbf{g}_N = \mathbf{0}$ näherungsweise erfüllt, so daß die Potentialerweiterungen in der Gleichung (5.22) nahezu völlig herausfallen.

Mit dem Augmented-LAGRANGE-Verfahren können auch bei der Wahl eines kleinen Penalty-Parameters c_k gute Ergebnisse hinsichtlich der Erfüllung der Zwangsbedingung $\mathbf{g}_N = 0$ erzielt werden. Allerdings ist für eine derartige Wahl von c_k eine große Anzahl notwendiger Iterationsschritte zu erwarten.

Die wesentlichen Vorteile des Verfahrens ergeben sich aus der nahezu perfekten Erfüllung der Nebenbedingungen, auch bei Wahl von Penalty-Faktoren mäßiger Größe.

Dabei bleibt wie beim Penalty-Verfahren die Zahl der Freiheitsgrade des Systems konstant. Nachteilig wirkt sich der erhebliche, zusätzliche Rechenaufwand innerhalb der Iterationsprozedur aus. Darüber hinaus ist letztlich auch bei diesem Verfahren die Wahl des Penalty-Parameters mit Unsicherheiten verbunden.

5.1.4 Erweiterung des klassischen Penalty-Verfahrens für dynamische Stoßkontakte

Bei der Abbildung dynamischer Stoßkontakte ist die Erfassung der mit dem Stoßvorgang verbundenen Energiedissipation von zentraler Bedeutung. In diesem Zusammenhang erweist sich die Erweiterung der zuvor beschriebenen Penalty-Regularisierung um eine dissipative Komponente als effiziente Möglichkeit die Kontaktdissipation zu steuern. Letzteres ist bei den beiden anderen diskutierten Kontaktbeschreibungen nicht ohne weiteres möglich, da sich hier u.a. keine einfache Steuermöglichkeit der Kontaktdämpfung bietet. Aufgrund der stark dissipativen Eigenschaften, die den Schwingungen delaminierter Strukturen zuzuordnen sind, entfallen damit die LAGRANGE-Multiplikator-Formulierung und der Augmented-LAGRANGE-Algorithmus für die weiteren Betrachtungen.

Wird das im Abschnitt 5.1.3 vorgestellte Penalty-Verfahren in dieser Form auf ein Stoßproblem angewendet, wird keine Energie beim Stoß dissipiert. Im Sinne des NEWTONschen Stoßgesetzes ist also ein vollkommen elastischer Stoßverlauf ($e = 1.0$) zu erwarten. Die Anforderungen an die Abbildung eines realen Stoßkontaktes werden mit der herkömmlichen Penalty-Methode nicht erfüllt. In den Arbeiten von ENGLER [14, 15] wird in diesem Zusammenhang die zusätzliche Einführung eines viskosen Penalty-Dämpfers vorgeschlagen, der parallel zur Penalty-Feder angeordnet wird (Bild 5.1). Die Kontaktdämpfung wirkt proportional zur Relativgeschwindigkeit der Kontaktkörper. Diese bei der Beschreibung von Starrkörpersystemen gelegentlich verwendete Annahme [2] kann für die FE-Modellierung übernommen werden. Hierbei erscheint die Penalty-Dämpfung nicht im Potential, sondern es wird auf Systemebene ein lokales Penalty-Dämpfungselement analog zum Federelement hinzugefügt, so daß während eines Kontaktes die örtliche viskose Dämpfung stark erhöht ist. Die Vorgehensweise entspricht der Addition lokaler Submatrizen zur Systemdämpfungs- bzw. Systemsteifigkeitsmatrix. Mit der Einführung dieser Regularisierung wird der normalerweise als zeitlich singulär angesehene Stoßvorgang mindestens auf die Länge eines Zeitschrittes ausgedehnt und damit geglättet.

Neben der erforderlichen Wahl einer Penalty-Steifigkeit c_k wird nun zusätzlich die Wahl eines Parameters c_d für die Penalty-Dämpfung erforderlich. Da beide Parameter keine physikalischen Größen sind, ist die Suche geeigneter Parameterwerte mit besonderen Schwierigkeiten verbunden. Erschwerend kommt hinzu, daß diese Wahl nicht unabhängig voneinander erfolgen kann. Anschaulich kann diese gegenseitige Beeinflussung anhand einer Situation dargestellt werden, bei welcher die Kontaktsteifigkeit c_k verkleinert wird, während die Kontaktdämpfung c_d konstant bleibt. Die damit einhergehende Vergrößerung der Kontaktdauer führt zu einem größeren Maß an dissipierter

Energie während des Kontaktvorganges, so daß nun die eigentlich konstant gehaltene Kontaktdämpfung stärker in das Ergebnis einfließt (vgl. Abschnitt 5.3.4).

Wie im weiteren noch ausführlich anhand eines numerischen Beispiels diskutiert wird (siehe Abschnitt 5.3), ist die Wahl des Dämpfungsparameters sowohl von der Zeitschrittweite als auch von der eingesetzten Kontaktsteifigkeit abhängig und kann *a priori* nicht zuverlässig bestimmt werden. Eine Strategie zur sukzessiven Kalibrierung der Parameter wird im Abschnitt 5.3 vorgestellt.

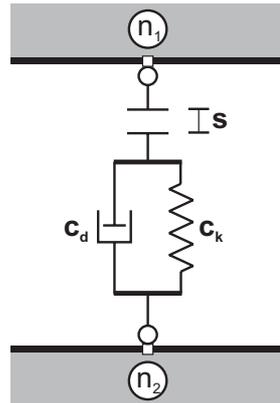


Bild 5.1: Schematische Darstellung eines Penalty-Kontaktelementes mit viskoser Dissipationseigenschaft und dem Kontaktabstand s .

Die nachfolgende Übersicht faßt die wichtigsten verfahrensbedingten Unterschiede zwischen der vorgestellten Penalty-Regularisierung und der bisher eingesetzten semi-analytischen Systembeschreibung zusammen.

Tabelle 5.1: Vergleich zwischen Penalty-Regularisierung und semi-analytischer Systembeschreibung.

	Penalty-Regularisierung	semi-analytische Beschreibung
Anzahl der Freiheitsgrade	konstante Anzahl an Freiheitsgraden und unveränderlicher Koordinatensatz	Anzahl der Freiheitsgrade und Koordinaten abhängig vom aktuellen Systemzustand
Systemzustände	Wegfall des Systemzustandes eines Momentankontaktes	getrennte Bewegung, Momentankontakt, permanenter Kontakt
Indikatorfunktionen	Vereinfachung der Schaltbedingungen, Steuerung ausschließlich anhand der Relativverschiebung	komplexere Indikatorfunktionen, Überwachung der Relativverschiebung und -geschwindigkeit sowie der Kontaktkraft
Zeitintegration	numerische Zeitschrittverfahren	diskrete Auswertung analytischer Teillösungen
Abbildung der Unstetigkeitsstellen	Glättung der Unstetigkeitsstellen infolge von Stoßkontakten	‚scharfe‘ Abbildung eines Stoßkontaktes mit einem Geschwindigkeitssprung

5.2 Anforderungen und Probleme bei der Abbildung nicht-glatte Schwingungen mit der FEM

Das Ziel der folgenden Schwingungsberechnungen auf Grundlage der FEM besteht darin, eine möglichst gute Approximation für die Lösung des nicht-glatte Anfangs-Randwertproblems zu finden. Gerade im Hinblick auf die angestrebte Entwicklung eines modellbasierten Schadensidentifikationsverfahrens, welches durch die erforderliche schrittweise Anpassung eines Rechenmodells („model update“) einen extrem hohen Rechenbedarf erwarten läßt, ist eine äußerst effiziente Formulierung des Problems von zentraler Bedeutung. Dieses Ziel liefert die wesentliche Entscheidungsgrundlage für die gewählte Modellierung, bei gleichzeitig realitätsnaher Abbildung der schadensbezogenen Phänomene (siehe Kapitel 4).

Räumliche Diskretisierung.

Für die beabsichtigte Anwendung stellt mit Blick auf die Geometrie (Modellproblem eines geraden, delaminierten Balkens) und die Größe der zu erwartenden Schwingungsamplituden die Verwendung von Balken-Strukturelementen mit der EULER-BERNOULLI-Kinematik eine adäquate und effiziente Modellierung dar. Neben dem Ebenbleiben der Querschnitte wird hierin vorausgesetzt, daß keine Schubverzerrungen auftreten. Daher wird auch von schubstarren Balkenelementen gesprochen.

Für derartige Balkenelemente mit zwei Knoten erweisen sich einfache Polynomansätze als zweckmäßig. Die Erfüllung der Stetigkeitsanforderungen führt zu Ansatzfunktionen auf der Basis kubischer Polynome, die als HERMITE-Polynome der Dimension 1 bezeichnet werden. Die vier benötigten Knotenwerte sind durch die zwei transversalen Verschiebungen w_I und die zwei Verdrehungen θ_I an den Elementknoten $I = 1(1)2$ bestimmt. Die Ansatzfunktionen sowie die zugehörige Elementsteifigkeits- und Massenmatrix \mathbf{K}_e , \mathbf{M}_e können z.B. in [52] nachgeschlagen werden. Eine numerische Integration auf Elementebene entfällt.

Über die Anzahl der zu verwendenden Balkenelemente wird für den jeweiligen Anwendungsfall im Rahmen einer Konvergenzuntersuchung entschieden.

Numerische Zeitintegration.

Die Zeitintegration nicht-glatte dynamischer Systeme erfordert die Wahl kleiner Zeitschritte zur genauen Erfassung der Zustandsübergänge in der zeitlichen Evolution der Systemdynamik (siehe Abschnitt 4.2.4). Aus Sicht der zweckmäßigen Auswahl eines numerischen Zeitschrittverfahrens (Abschnitt 5.1.2) kommen somit zwei grundsätzliche Strategien in Betracht:

- (1) Die *explizite Zeitintegration* zum Beispiel anhand des Zentralen Differenzenverfahrens: Hierbei erfordert die beschränkte numerische Stabilität der Methode ohnehin die Wahl sehr kleiner Zeitschrittweiten. Bei Verwendung einer Massen- und Dämpfungsmatrix mit Diagonalstruktur wird eine äußerst effiziente Zeitintegration möglich.

- (2) Eine *implizite Zeitintegration* (hier: Standard-NEWMARK-Verfahren) bei gleichzeitiger Implementierung eines Nachiterationsverfahrens (Abschnitt 3.2.3): Der Einsatz des impliziten Integrationsoperators gestattet die Verwendung verhältnismäßig großer Zeitschrittweiten. Mit diesen kann in den kontaktlosen Bewegungsphasen eine äußerst effiziente Integration erfolgen. Im Bereich der Kontaktphasen wird eine starke Verfeinerung der Integrationschritte anhand einer Nachiteration vorgenommen.

Ziel der numerischen Simulation ist die Berechnung stationärer Schwingungen. Im Falle eines nicht-glaten Systems erfordert dies eine Langzeitintegration über viele Erregerperioden bis zum Abklingen der Anfangsstörungen. Aus diesem Grund wird zunächst die zweite Strategie (implizite Integration mit Nachiteration) gewählt. Eine weitere Alternative bietet der Wechsel zwischen impliziter Integration mit großem Zeitschritt in kontaktfreien Bewegungsphasen und einer expliziten Integration mit kleinem Zeitschritt in den Kontaktphasen.

Kontaktdiskretisierung.

Bei der vorliegenden Problemklasse ist eine Zuordnung möglicher Kontaktpartner von vornherein möglich. Dies erlaubt den Einsatz der effizientesten aller Kontaktdiskretisierungen, eines sogenannten Knoten-Knoten-Kontaktes. Die Auswertung der Kontaktbedingung (5.18b) erfolgt hierbei an den jeweils gegenüberliegenden Knoten. Ein kontinuierlicher Linienkontakt wird in eine enge Folge von diskreten Punktkontakten aufgelöst. Hierzu ist anzumerken, daß die Kontaktbedingung zwischen den Knoten nicht in jedem Fall erfüllt wird. Beim betrachteten Problemkreis sind hierdurch jedoch nur äußerst geringe Fehler zu erwarten.

Kontaktbeschreibung durch Regularisierung.

Zur Beschreibung dynamischer Stoßkontakte, die während der zeitlichen Evolution einer stationären Schwingung auftreten, stellt die Einführung einer regularisierten Kontaktbeschreibung und die damit einhergehende Glättung der Unstetigkeitsstellen eine wichtige Voraussetzung für eine schnelle numerische Zeitintegration dar. Das hierfür eingesetzte Penalty-Verfahren mit Dissipationskomponente (Abschnitt 5.1.4) gewährleistet darüber hinaus eine konstante Anzahl an Freiheitsgraden. Das ursprüngliche nicht-glatte System mit seiner zeitlich wechselnden Struktur, kann infolge dieser relaxierten Kontaktbeschreibung durch einen unveränderlichen Koordinatensatz erfaßt werden. Zur Grundstruktur des zu lösenden semi-diskreten Gleichungssystems werden hierzu in Abhängigkeit des aktuellen Bindungszustandes die Penalty-Terme hinzugefügt oder wieder entfernt, wodurch es auch bei ansonsten linearem Verhalten indirekt zu einer Einführung von Nichtlinearitäten in die Systemmatrizen kommt.

Infolge der nur näherungsweise Erfüllung der Kontaktbedingung (Penetration) als prinzipielle Eigenart der Regularisierung kommt es neben einer ‚Verschmierung‘ des Kontaktbereiches auch zu zeitlich ungenauen Zustandsübergängen. Darüber hinaus können bestimmte Systemzustände ganz entfallen oder es werden andere Indikatorfunktionen für die Auslösung von Schaltentscheidungen gegenüber einer semi-analytischen Beschreibung angewendet. Zum Beispiel erfolgt die Detektion der Trennung eines per-

manenten Kontaktes bei der Penalty-Kontaktformulierung in der Regel über eine verschiebungsgesteuerte Entscheidung $g_N > 0$. Bei der semi-analytischen Beschreibung (Abschnitt 4.2) wurde für diesen Übergang die Größe der Kontaktkraft überwacht.

5.3 Untersuchung der Penalty-Regularisierung anhand eines dynamischen Einpunkt-Kontaktes

Für die Simulation stationärer, nicht-glatte Schwingungen mit flächenhaftem Stoßkontakt auf der Basis der FE-Methode ergeben sich einige zusätzliche problemspezifische Fragestellungen, die in den beiden folgenden Abschnitten untersucht werden sollen. Hierzu zählen Fragen nach dem Einfluß des eingesetzten Kontaktalgorithmus (Regularisierungsmethode) und der hierfür zu wählenden Parameter. Dabei ist insbesondere die Auswirkung auf den numerisch berechneten Lösungstyp im Vergleich zu einer semi-analytischen Referenz von Interesse. Einen weiteren Diskussionspunkt beinhaltet die Frage, inwieweit sich verschiedene Diskretisierungen auf die numerisch ermittelten Zustandsübergänge auswirken. Es ist zu erwarten, daß sich räumliche und zeitliche Diskretisierung gegenseitig beeinflussen, wie ein Beispiel in [90], [94] zeigt.

5.3.1 Benchmarkproblem für die regularisierte Kontaktbeschreibung

Trotz der Tatsache, daß die Simulation von Schwingungen auf der Basis der Finite-Elemente-Methode im allgemeinen auf Systeme mit einer großen Anzahl an Freiheitsgraden führt, kann die grundsätzliche Fragestellung der Wahl und des Einflusses der Regularisierungsparameter anhand eines einfachen Starrkörpersystems mit 2 Freiheitsgraden und punktförmigem Kontakt untersucht werden [71].

Benchmarkproblem für die folgenden Betrachtungen bildet das bereits diskutierte Zwei-Massen-System (siehe Abschnitt 4.2), das gleichzeitig eine Approximation für die Schwingungsphänomene des Delaminationsproblems darstellt. Die semi-analytische Beschreibung dieses Systems wurde eingehend diskutiert. Die mit diesem Verfahren erhaltenen Ergebnisse können im Rahmen der angestrebten Genauigkeit sicher als ‚exakte‘ Lösung bezeichnet werden. Die Resultate liefern eine Vergleichsmöglichkeit für die anhand der Regularisierung gewonnene Näherung.

Zunächst soll jedoch die Korrektheit der semi-analytischen Systembeschreibung nachgewiesen werden. Hierzu erfolgt eine experimentelle Validierung der Simulationsergebnisse anhand eines konkreten mechanischen Systems. Im Experiment wird das betrachtete Zwei-Massen-System (Bild 5.2 [a]) durch ein mechanisch äquivalentes System in Gestalt zweier physikalischer Pendel (Bild 5.2 [b]) ersetzt. Ein derartiges System führt bei den eingestellten kleinen Schwingungsamplituden auf dieselben konstitutiven Gleichungen (4.9) und besitzt dementsprechend äquivalente Schwingungseigenschaften. Es eignet sich aber besser für die experimentelle Nachbildung. Die anhand der folgenden

experimentellen Untersuchungen gewonnenen Kenngrößen für die Systemeigenschaften bilden die Grundlage für die semi-analytische Beschreibung und für die anschließende Penalty-Regularisierung.

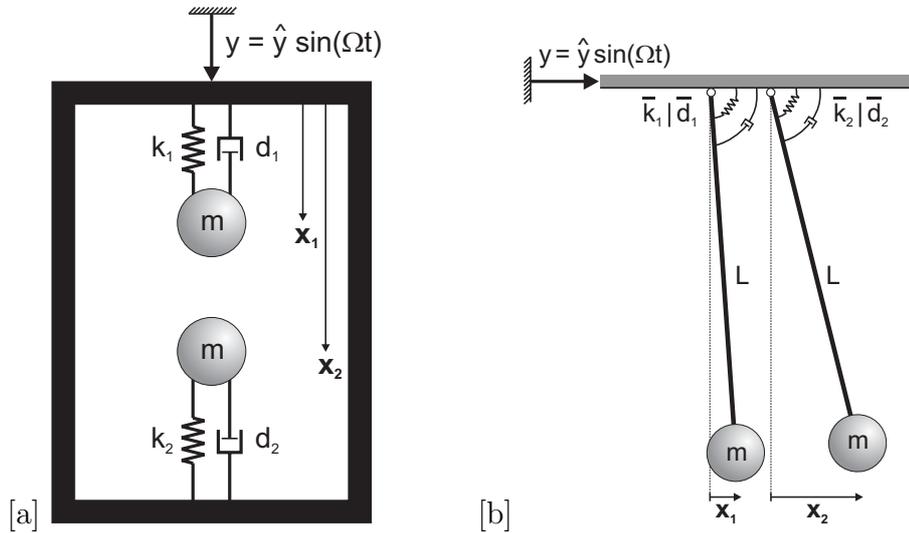


Bild 5.2: Betrachtetes Starrkörpermodell [a] und experimentelle Approximation durch zwei physikalische Pendel [b].

5.3.2 Experimentelle Bestätigung der semi-analytischen Ergebnisse

Die Korrektheit der semi-analytischen Systembeschreibung kann anhand des im Bild 5.3 dargestellten Versuchsaufbaus überprüft werden. Eine solche Validierung schafft die Möglichkeit die semi-analytischen Resultate im folgenden als Referenz für eine regularisierte Berechnung zu verwenden.

Die experimentelle Abbildung des Zwei-Massen-Systems (Bild 5.2 [a]) erfolgt durch zwei starr anzunehmende Pendel der Länge $L = 618\text{mm}$, welche an ihrem Fußpunkt horizontal elastisch gestützt sind. Das beschriebene System wird durch einen mit Schrittmotor betriebenen Shaker mit einer konstanten Maximalamplitude von $\hat{y} = 1.07\text{mm}$ harmonisch an der Basis angeregt. Die experimentelle Erfassung der Systemantwort erfolgt durch Messung der Absolutpositionen der Pendel mit optoelektrischen Positionssensoren. Die gemessene Verschiebung des Shaker-Kopfes liefert neben der Erregeramplitude auch die jeweils anliegende Erregerfrequenz Ω . Mit einem am Pendelkopf angebrachten Kontaktsensor werden Informationen über den Bewegungszustand des Systems erhalten, d.h. die Zustände getrennter oder gemeinsamer Bewegung können identifiziert werden.

Bei der semi-analytischen Systembeschreibung des Zwei-Massen-Systems (Bild 5.2 [a]) müssen drei verschiedene Bewegungszustände betrachtet werden, deren Abfolge im Bild 4.2 dargestellt ist. Die mathematische Formulierung des Problems kann un-

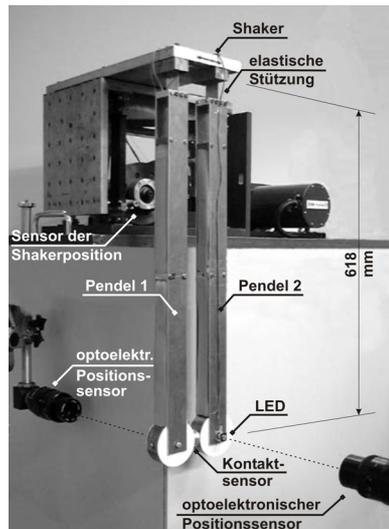


Bild 5.3: Versuchsaufbau.

verändert aus Abschnitt 4.2 übernommen werden. Die zugehörigen Systemeigenschaften liefern die experimentellen Untersuchungen des realen Objektes. Die beiden Teilsysteme besitzen unterschiedliche lineare Eigenfrequenzen ($\omega_1 = 1.00 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2 = 2.41 \text{ s}^{-1}$) und verschiedene innere, äquivalent viskose Dämpfungsmaße. Die Massen der beiden Teilschwinger sind gleich groß und liefern somit das Massenverhältnis $\mu = 1.00$. Für die angestrebte Untersuchung der Regularisierungseigenschaften ist die Einbeziehung eines Kontaktabstandes, welcher die Delaminationsfuge repräsentiert, entbehrlich. Unter diesem Gesichtspunkt sollen sich die beiden Pendel im Experiment in ihrer vertikalen Ruhelage spannungsfrei berühren. Entsprechendes gilt für die numerische Abbildung anhand des Zwei-Massen-Modells. Aus den experimentellen Untersuchungen konnte für den Stoßkoeffizienten e , der für die semi-analytische Beschreibung benötigt wird, eine Größe von 0.50 abgeleitet werden.

Zusammenfassend sind in Tabelle 5.2 alle im Versuch ermittelten dynamischen Eigenschaften aufgeführt. Mit den angegebenen Größen kann das System, wie im Abschnitt 4.2 ausführlich dargestellt, semi-analytisch berechnet werden. Es bleibt anzumerken, daß

Tabelle 5.2: Experimentell ermittelte Schwingungseigenschaften.

Parameter		
Eigenkreisfrequenz	ω_0	1.00 s^{-1}
Massenverhältnis	μ	1.00
Steifigkeitsverhältnis	κ	5.81
Strukturdämpfung	D_1	0.0033
	D_2	0.0120
	D_3	0.0330
Erregeramplitude	\hat{y}	1.07 mm
Kontaktabstand	s	0 mm
Stoßkoeffizient	e	0.5

die physikalischen Eigenschaften des Experiments in einigen Punkten von physikalischen Größen des zugeordneten Delaminationsproblems (siehe Tabelle 4.1) abweichen. Die grundsätzlichen Eigenschaften, die im Zusammenhang mit Benchmarkproblem von Interesse sind, bleiben gegenüber den Untersuchungen aus Abschnitt 4.2 unverändert. Trotz des einfachen Aufbaus des betrachteten Systems zeigt sich wieder eine große Vielfalt möglicher Bewegungsformen [71], welche der im Abschnitt 4.2 herausgestellten Charakteristik (z.B. Bild 4.5) des Zwei-Massen-Systems entspricht. Eine ausführliche Betrachtung der Schwingungseigenschaften des hier behandelten Systems ist in [71] nachzulesen.

Im folgenden werden die Untersuchungen trotz der großen Vielfalt möglicher Systemantworten auf 2 Schwingungsformen beschränkt, die mit Blick auf das zu betrachtende Delaminationsproblem von besonderem Interesse sind (vgl. Abschnitt 4.2). Dies sind nicht-verzweigte Bewegungen mit einer Stoßfolge und sich anschließender Bewegungsphase mit permanentem Kontakt ($\eta = 1.08$: Bild 5.4 [a]) sowie Bewegungen mit einem Einzelstoß hoher Intensität während einer Erregerperiode ($\eta = 2.76$: Bild 5.4 [b]).

Ergebnisse der semi-analytischen Vorgehensweise.

Die Ergebnisse der semi-analytischen Berechnung für die beiden ausgewählten Schwingungsformen basieren auf einer Zeitschrittweite $\Delta\tau = \frac{\Upsilon}{300}$, die auf die dimensionslose Periodendauer $\Upsilon = \frac{2\pi}{\eta}$ bezogen ist. Zusätzlich wird an den ermittelten Schaltstellen zur genaueren Erfassung der Unstetigkeiten eine Nachiteration mit Zeitschritten $\Delta\tau_0 = \frac{\Delta\tau}{10}$ durchgeführt. Der Beginn einer gemeinsamen Bewegung soll aus numerischen Gründen wieder beim Unterschreiten einer kleinen Relativgeschwindigkeitschranke $\gamma = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \max |\xi'_2 - \xi'_1|$ angenommen werden (vgl. Abschnitt 4.2).

Bild 5.4 zeigt die semi-analytisch berechneten Phasenportraits der stationären Schwingungen für die beiden betrachteten Bewegungsformen. Bei einem Frequenzverhältnis $\eta = 1.08$ (Fall [a]) liegt eine nicht-verzweigte Bewegung vor. Das zugehörige Phasenportrait (Bild 5.4 [a]) zeigt in einer Periode mehrere aufeinanderfolgende Stöße mit abnehmender Intensität, die schließlich in eine Bewegung mit permanentem Kontakt münden. Bei einer Erhöhung der Erregerfrequenz auf den Wert $\eta = 2.76$ liefert das System erneut eine nicht-verzweigte Antwort. In diesem Fall tritt ein einzelner, stark ausgeprägter Stoß in jeder Periode (Bild 5.4 [b]) auf.

Vergleich der experimentellen und der semi-analytischen Ergebnisse.

Eine Gegenüberstellung der stationären Schwingungsantwort in Form von Verschiebungs-Zeitverläufen für die beiden genannten Erregerfrequenzen zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der experimentellen mit den semi-analytisch berechneten Resultaten (Bild 5.5). Da die experimentellen Ergebnisse in realen Dimensionen vorliegen, die numerischen Ergebnisse hingegen in dimensionsfreier Form, kann hier lediglich ein qualitativer Vergleich der Resultate mit Blick auf Konformität der Verläufe erfolgen. Die Umrechnung der Daten auf dimensionsbehaftete Größen zeigt ebenfalls eine gute Übereinstimmung. Damit kann ohne Zweifel die semi-analytische Lösung als Referenz für die folgende regularisierte Berechnung angesehen werden.

Eine zusätzliche Bestätigung der rechnerischen Ergebnisse liefert der Verlauf der Kontaktkraft (Berechnung) bzw. der Kontaktinformation (Experiment), welcher

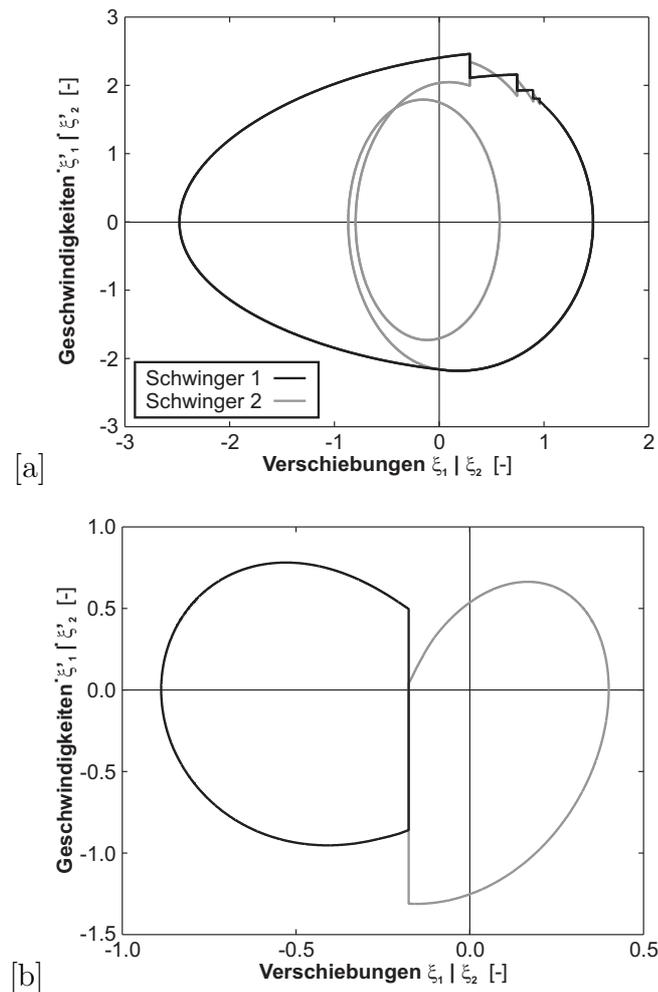


Bild 5.4: Semi-analytisch berechnete Phasenportraits für die beiden ausgewählten Schwingungsformen: [a] $\eta = 1.08$, [b] $\eta = 2.76$.

jeweils unterhalb des zugehörigen Verschiebungsverlaufes im Bild 5.5 dargestellt ist. Deutlich erkennbar treten im ersten Fall ($\eta = 1.08$: Bild 5.5 [a1], [a2]) Mehrfachstöße sowie eine Bewegungsphase mit permanentem Kontakt der beiden Pendel auf. Hierbei ist ein abnehmender zeitlicher Abstand zwischen vier aufeinanderfolgenden Stößen ersichtlich, wobei die Bewegung nach dem vierten Stoß schließlich in eine gemeinsame Bewegung übergeht. Der zweite Fall zeigt erwartungsgemäß in jeder Periode einen einzigen Stoß hoher Intensität ($\eta = 2.76$: Bild 5.5 [b1], [b2]).

5.3.3 Beschreibung des Systems mit einer Penalty-Regularisierung

Die Einführung von regularisierten Kontaktbedingungen führt zur Glättung der Unstetigkeiten des Systems. Im Gegensatz zur vorher betrachteten semi-analytischen Methode bleibt die Zahl der Freiheitsgrade beim regularisierten System während der gesam-

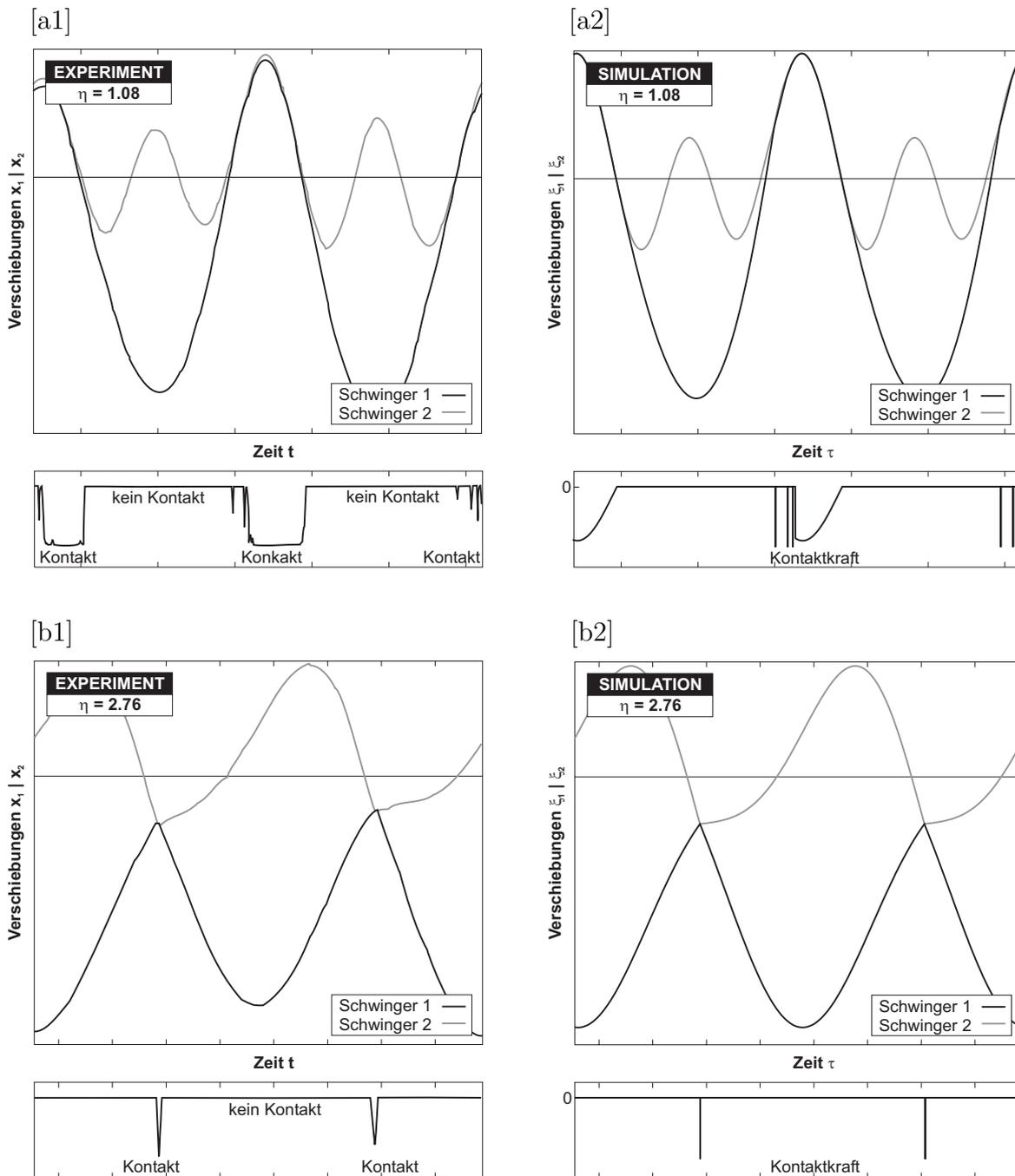


Bild 5.5: Vergleich der stationären Verschiebungs-Zeitverläufe und Kontaktkraftverläufe: [a1], [b1] Experiment, [a2], [b2] semi-analytische Berechnung.

ten Berechnung konstant und ermöglicht somit eine schnelle numerische Integration. Als Zeitintegrationsmethode wird das Standard-NEWMARK-Verfahren (siehe Abschnitt 5.1.2) eingesetzt.

Wie Bild 5.6 zeigt, existieren bei der regularisierten Beschreibung nur noch zwei verschiedene Bewegungszustände - eine Bewegung ohne Kontakt (\mathcal{Z}_1^*) sowie eine Bewegung

mit Kontakt zwischen den Pendeln (\mathcal{Z}_2^*). Der Stoßvorgang, als zeitlich singuläres Ereignis, entfällt. Im Bewegungszustand ohne Kontakt \mathcal{Z}_1^* bleibt das System unverändert, verglichen mit dem bisher betrachteten Modell (Bild 4.2). Im Falle des Eintretens eines Kontaktes (\mathcal{Z}_2^*), also einer verschwindenden oder negativen Relativverschiebung $\xi_2 - \xi_1$, wird dem Ausgangssystem eine Penalty-Feder der Steifigkeit c_k hinzugefügt (Bild 5.6 [b]). Zusätzlich wird eine viskose Dämpfung c_d eingeführt, welche die Stoßdissipation erfaßt. Beide rheologische Modelle basieren auf linearen Kontaktkraftverläufen (siehe Abschnitte 5.1.3, 5.1.4).

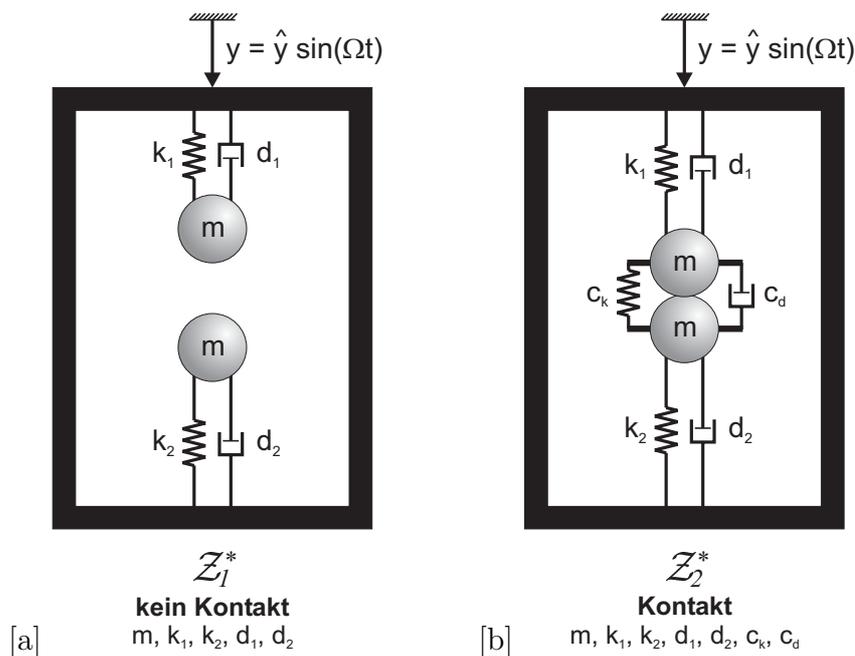


Bild 5.6: Bewegungszustände bei regularisierter Berechnung des Systems: [a] \mathcal{Z}_1^* : kein Kontakt, [b] \mathcal{Z}_2^* : Kontakt.

Nach Einführung einer dimensionsfreien Darstellung der Penalty-Terme

$$\varsigma_k = \frac{c_k}{m\omega_0^2} \quad \text{sowie} \quad \varsigma_d = \frac{c_d}{2m\omega_0} \quad (5.24)$$

können die Bewegungsgleichungen für beide Zustände des Systems in dimensionsloser Form angegeben werden (Bild 5.7). Betrachtet man zunächst die mathematische Beschreibung der kontaktfreien Bewegung, so liegen zwei voneinander entkoppelte lineare Bewegungsgleichungen vor. Tritt ein Kontakt auf, werden die beiden linearen Gleichungen, wie Bild 5.7 zeigt, durch die dimensionslose Penalty-StEIFigkeit ς_k und die dimensionslose Penalty-Dämpfung ς_d verbunden. Offensichtlich besteht die Nichtlinearität des regularisierten Systems lediglich im fortlaufenden Wechsel zweier Bewegungszustände. Neben der bereits erwähnten Tatsache, daß die Zahl der Freiheitsgrade des Systems während der Berechnung konstant bleibt, ist als zweiter erheblicher Vorteil die Vereinfachung der Schaltbedingungen zu nennen. Die beide benötigten Schaltbedingungen können ausschließlich durch die Relativverschiebungen der Pendel $\xi_2 - \xi_1$

charakterisiert werden, wogegen beim semi-analytischen Vorgehen zusätzlich zur Relativverschiebung $\xi_2 - \xi_1$ die Relativgeschwindigkeit $\xi'_2 - \xi'_1$ sowie die Kontaktkraft f_c überwacht werden müssen. Bei Systemen mit einer großen Anzahl an Freiheitsgraden wären beim semi-analytischen Vorgehen sehr viele unterschiedliche Systemzustände Z_i mit ihren zugehörigen Indikatorfunktionen \mathcal{I}_i zu betrachten, so daß eine analytische Schaltstellensuche praktisch nicht umgesetzt werden kann.

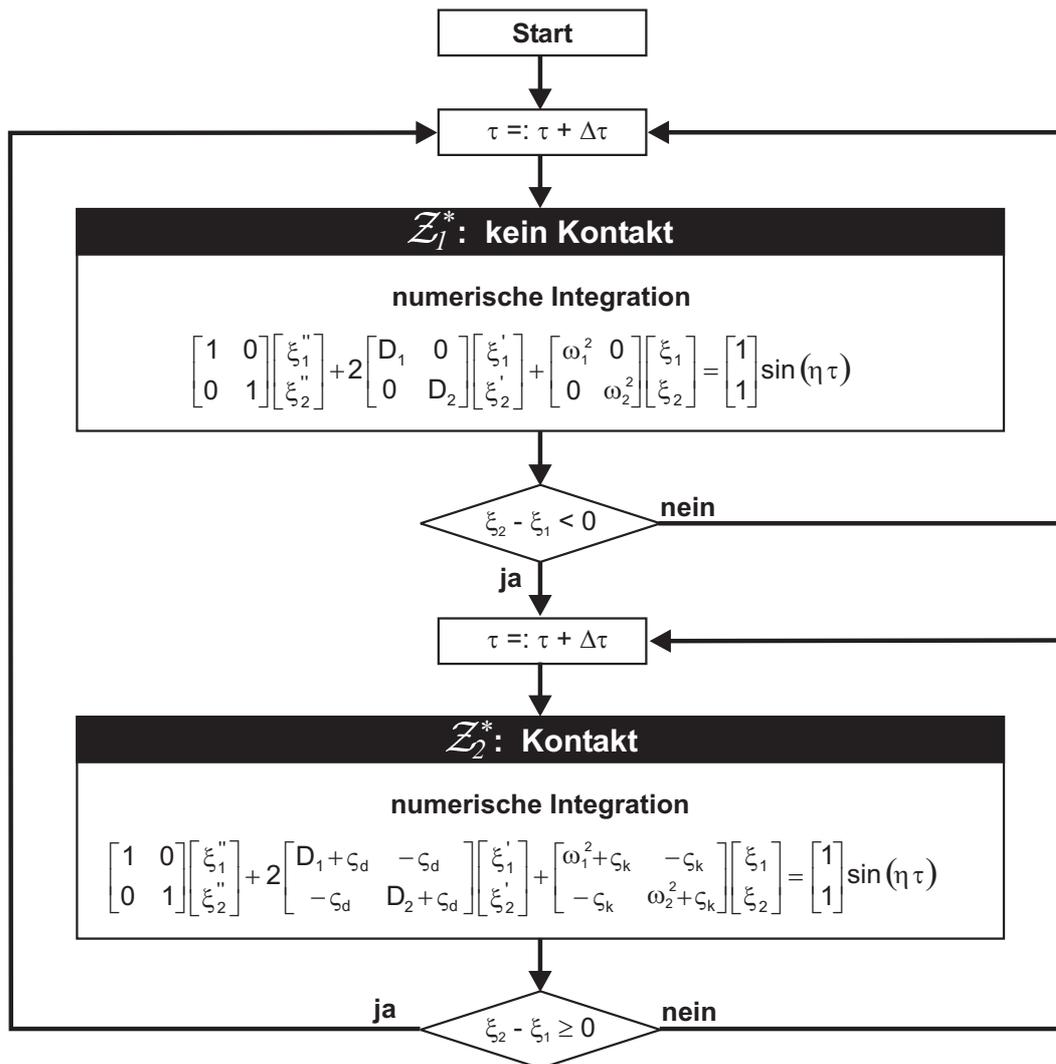


Bild 5.7: Bewegungsschema für das regularisierte System.

Ein grundlegendes Problem der Penalty-Regularisierung besteht in der entsprechenden Wahl der Penalty-Parameter ζ_k und ζ_d (bzw. c_k und c_d) für die jeweilige Art der Bewegung, da die Parameter keine realen physikalischen oder mechanischen Größen repräsentieren. Neben den Penalty-Parametern ζ_k , ζ_d ist mit dem Zeitschritt $\Delta\tau$ für die numerische Integration ein weiterer Parameter zu wählen. Wie im folgenden gezeigt wird, kann eine korrekte Wahl von ζ_k , ζ_d und $\Delta\tau$ nur anhand einer Referenz erfolgen,

die zum Beispiel experimentelle Untersuchungen liefern. Im vorliegenden Fall sollen die bereits experimentell bestätigten Resultate der semi-analytischen Lösung als Referenz herangezogen werden.

Im weiteren wird nun die Wahl der drei Parameter ς_k , ς_d und $\Delta\tau$ für die beiden ausgezeichneten Bewegungsformen bei $\eta = 1.08$ und $\eta = 2.76$ untersucht.

Bewegung mit einer Phase permanenten Kontakts: $\eta = 1.08$.

Zunächst wird für die Größe des Zeitschritts $\Delta\tau$ der numerischen Zeitintegration ein konstanter Wert $\frac{\tau}{3000}$ festgelegt. Damit sind nunmehr die Kontaktsteifigkeit ς_k und die Dämpfung ς_d frei zu wählen.

In Bild 5.8 werden die Phasenportraits zweier unterschiedlicher Parametersets ([a] $\varsigma_k = 100$, $\varsigma_d = 50$ sowie [b] $\varsigma_k = 2300$, $\varsigma_d = 4$) verglichen und der semi-analytischen Referenzlösung gegenübergestellt. Dabei zeigt sich, daß die Penalty-Parameter im Fall [b] die von der exakten Lösung vorgegebene Bewegung gut wiedergeben. Wird statt dessen die Parameterkonstellation [a] gewählt, liefert die regularisierte Berechnung ein komplett abweichendes Systemverhalten, das mit der korrekten Lösung keine Ähnlichkeit besitzt.

Ohne vorhandene Informationen über die zu erwartende Bewegung ist offenbar keine Entscheidung möglich, welche Penalty-Parameter zur richtigen Lösung führen. Besonders im Hinblick auf die Vielfalt der auftretenden Bewegungsformen, die vom Verzweigungsdiagramm (Bild 4.5) eindrucksvoll dokumentiert wird, ist die Notwendigkeit einer Referenzlösung offensichtlich.

Die Bestimmung von geeigneten Penalty-Parametern kann anhand der grundlegenden Eigenschaften der Referenz-Antwort erfolgen. Hierbei können der Bewegungstyp (verzweigt / nicht-verzweigt, periodisch / quasi-periodisch) sowie die Anzahl und der Zeitpunkt auftretender Stöße Anhaltspunkte für die systematische Kalibrierung der Parameter bieten.

Im Hinblick auf das nächste Beispiel bleibt festzustellen, daß im betrachteten Fall schon relativ geringe Werte der Regularisierungsparameter – vor allem bei der Dämpfung – zu einem qualitativ befriedigenden Ergebnis führen. Dies ändert sich dramatisch im nächsten Beispiel, bei Betrachtung einer anderen Bewegungsform. Hier tritt ein einziger Stoß in jeder Erregerperiode auf, so daß innerhalb der sehr kurzen Stoßdauer durch den Penalty-Dämpfer ein extrem hohes Maß an Energie dissipiert werden muß.

Bewegung mit einem Stoß pro Periode ohne permanenten Kontakt: $\eta = 2.76$.

Zunächst wird der bisher gewählte Zeitschritt $\Delta\tau = \frac{\tau}{3000}$ für die folgenden Untersuchungen beibehalten. Die Bestimmung von geeigneten Penalty-Parametern ς_k , ς_d soll im folgenden durch sukzessive Eingrenzung des Parameterbereiches erfolgen. Im ersten Schritt wird die einfachste Information genutzt, welche die bekannte Referenzlösung für den vorliegenden Fall $\eta = 2.76$ (Bild 5.4 [b]) bietet: das Vorliegen einer nicht-verzweigten, periodischen Bewegung. Bild 5.9 zeigt die erhaltenen Phasenportraits für drei unterschiedliche Parameterkonstellationen. Hierbei führen die in den Beispielen [a] und [c] gewählten Größen auf verzweigte Bewegungen, während im Fall [b] ($\varsigma_k = 3000$, $\varsigma_d = 50$) eine periodische Antwort entsteht.

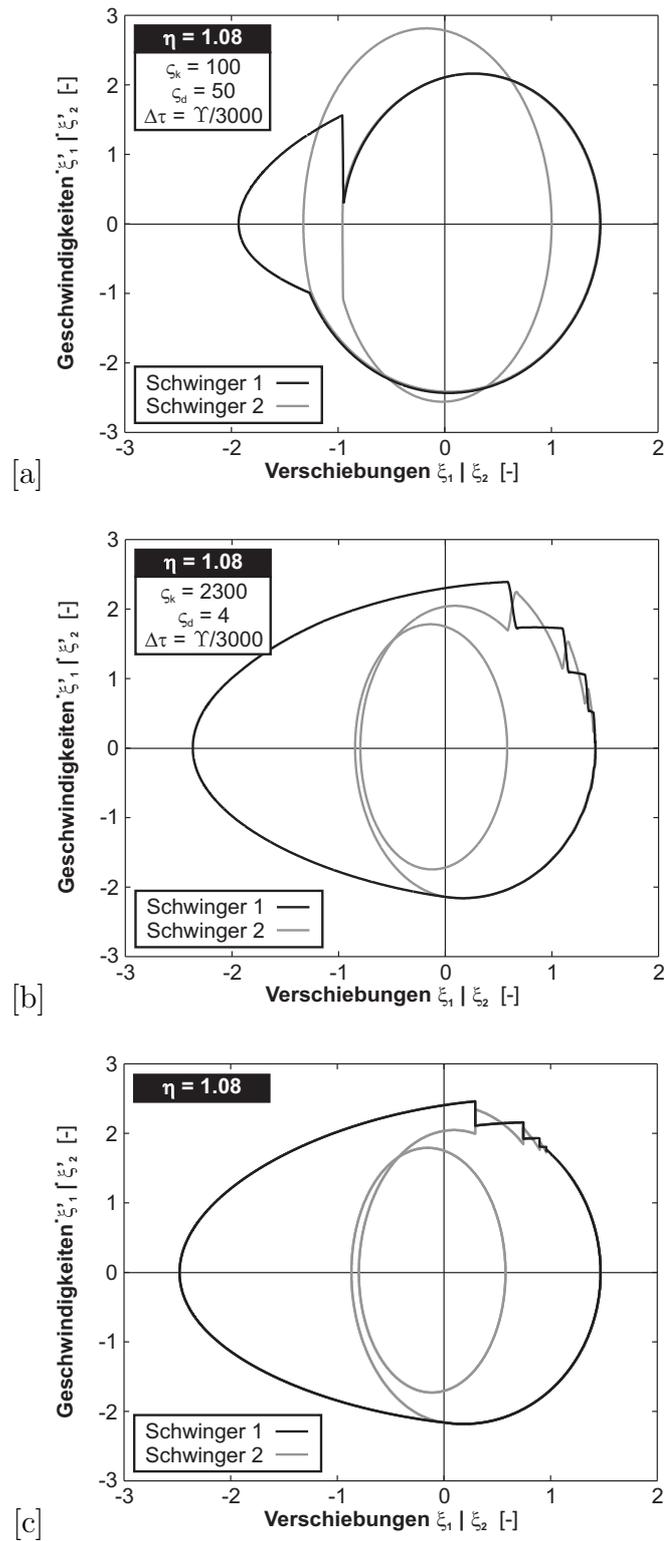


Bild 5.8: Berechnungsergebnisse mit verschiedenen Penalty-Parametern [a], [b] im Vergleich mit dem korrekten (semi-analytischen) Ergebnis [c].

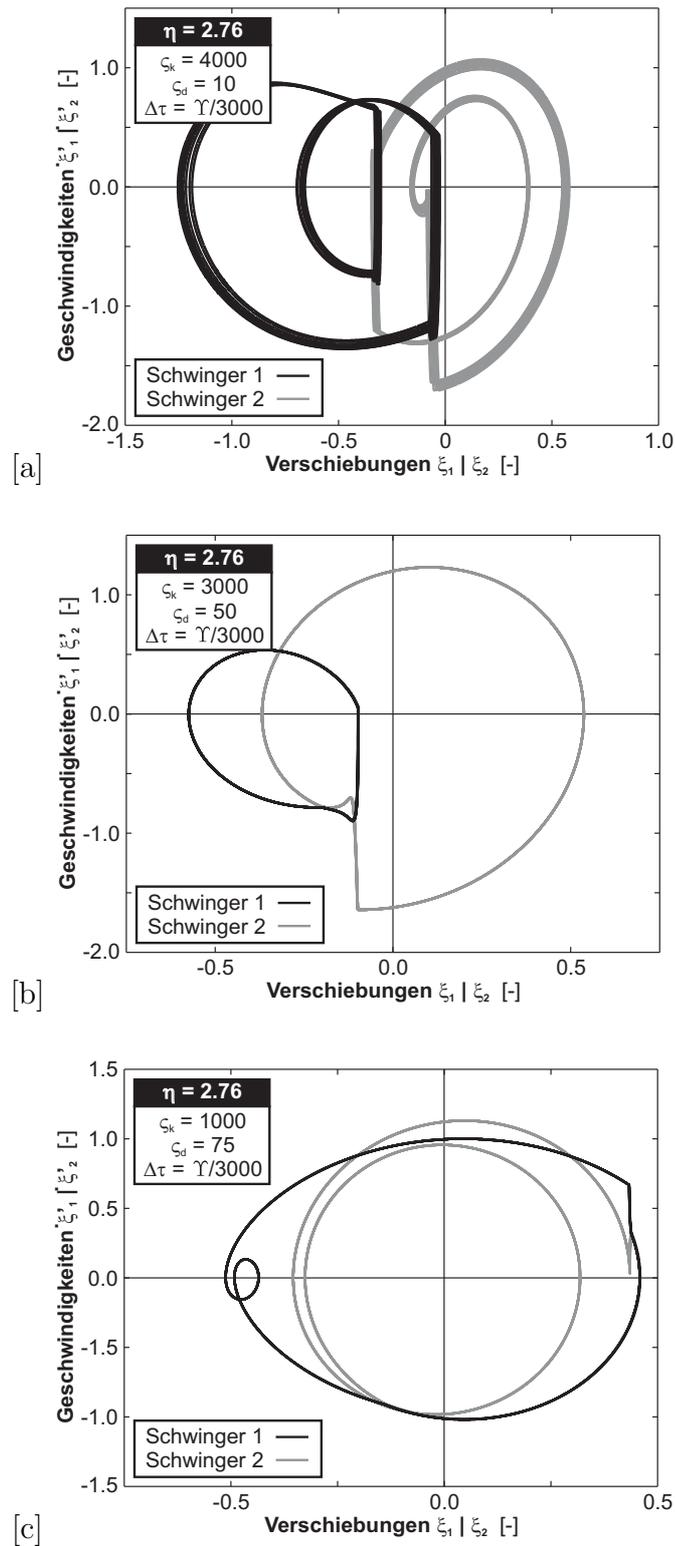


Bild 5.9: Einfluß der Wahl der Regularisierungsparameter ζ_k , ζ_d auf den berechneten Lösungstyp, $\eta = 2.76$: [a], [c] verzweigte Lösung, [b] nicht-verzweigte Lösung.

Anhand einer systematischen Parametervariation für ζ_k und ζ_d lassen sich alle Konstellationen ausschließen, die zu höher-periodischen Antworten führen. Werden diese Informationen zusammengefaßt, läßt sich die im Bild 5.10 dargestellte Parameterebene konstruieren. Dabei führen alle Punkte innerhalb des schraffierten Bereiches zu verzweigten Bewegungen und sind damit im weiteren nicht mehr von Interesse. Die im Bild 5.9 betrachteten Beispiele ergeben die Punkte [A], [B] und [C] des Bildes 5.10.

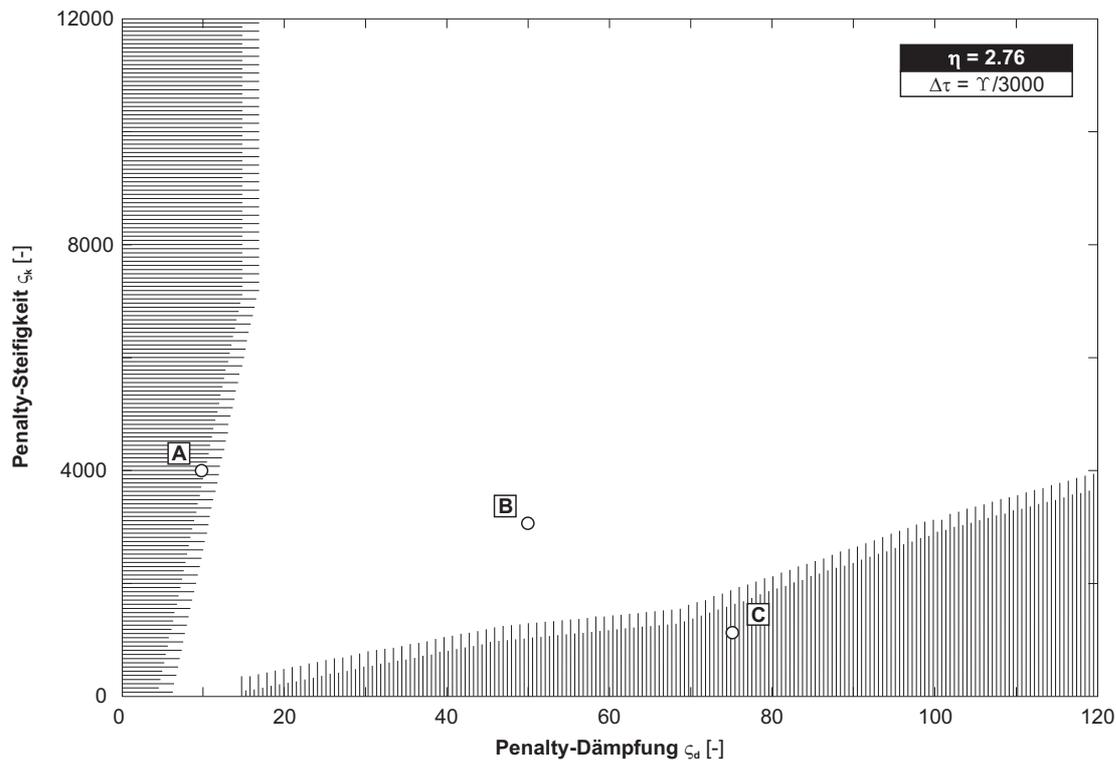


Bild 5.10: Parameterebene für Konstellationen von ζ_k und ζ_d , die zu verzweigten (schraffiert) oder nicht-verzweigten Bewegungen (weiß) führen.

Eine Verbesserung der gewählten Penalty-Parameter ermöglicht die Einbeziehung einer weiteren Eigenschaft der Referenzlösung. Detailliertere Informationen über die zu erwartende Bewegung ergeben sich aus der Kenntnis der Stoßanzahl und den Phasen gemeinsamer Bewegungen je Erregerperiode. Im betrachteten Beispiel ($\eta = 2.76$) tritt jeweils ein Stoß in einer Erregerperiode auf. Eine Regularisierung durch die Penalty-Methode erlaubt keine Abbildung eines plötzlichen Stoßes. Stoßkontakte werden deshalb durch eine kurzzeitige gemeinsame Bewegungen der Teilsysteme modelliert. Im folgenden wird daher ein ‚plötzlicher‘ Stoß als gemeinsame Bewegung definiert, die weniger als 50 Zeitschritte $\Delta\tau = \frac{\Upsilon}{3000}$ andauert. Diese willkürliche Annahme reduziert den Bereich für mögliche Werte für ζ_k und ζ_d derart, daß eine veränderte Parameterebene (Bild 5.11) entsteht. Der Bereich geeigneter Parameterwerte wird gegenüber Bild 5.10 erheblich eingeschränkt.

Bild 5.12 dokumentiert anhand zweier Parameterkonstellationen für ζ_k und ζ_d , wie diese die berechnete stationäre Verschiebungsantwort hinsichtlich Kontaktzeitpunkt und

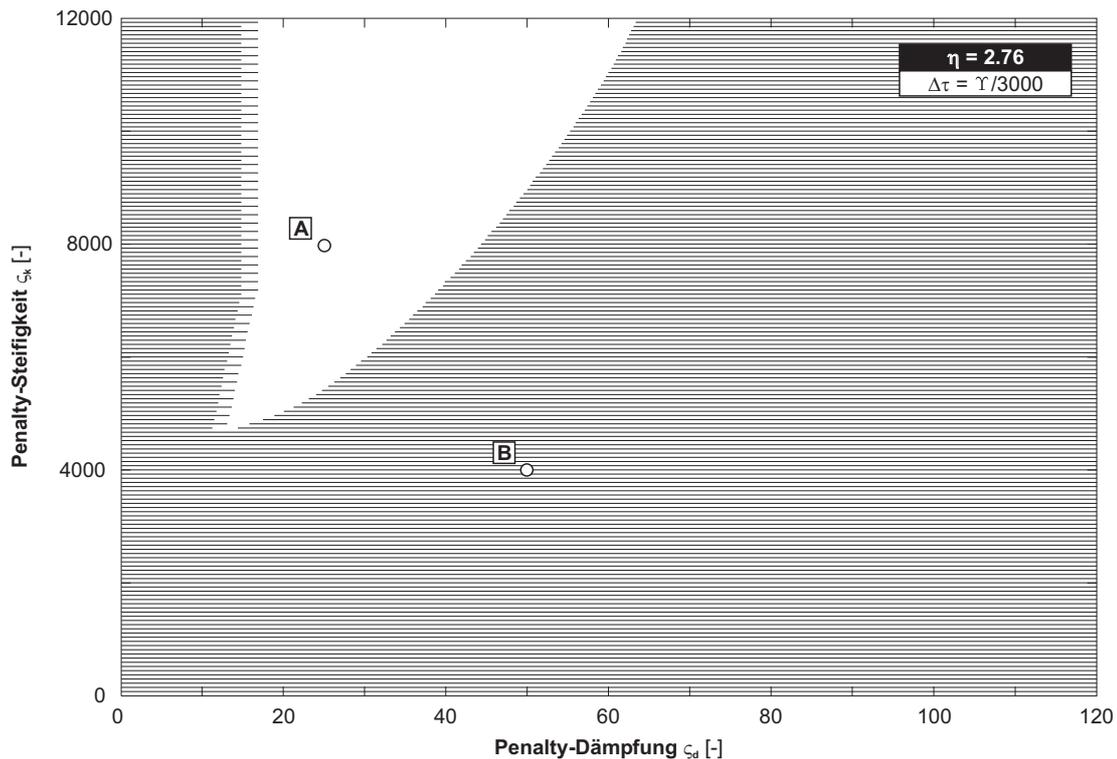


Bild 5.11: Verbesserte Parameterebene für Konstellationen von ς_k und ς_d bei Berücksichtigung von Kontaktinformationen (Stoßanzahl- und -dauer).

-dauer beeinflussen. Die beiden Fälle sind in der Parameterebene (Bild 5.11) durch die Punkte [A] und [B] gekennzeichnet. Während im Beispiel [a] ein ‚plötzlicher‘ Stoß reproduziert wird, zeigt der Fall [b] eine ausgeprägte Phase mit permanentem Kontakt der Teilsysteme.

In einem dritten Schritt könnte eine weitere Einengung der Parameterebene mit Hilfe des Stoßzeitpunktes innerhalb der Antwortperiode erfolgen. Dies erfordert ein analoges Vorgehen zu den vorangegangenen Schritten. Auf eine explizite Darstellung dieses Sachverhaltes wird an dieser Stelle verzichtet.

Abschließend ist das Problem der Wahl eines hinreichend kleinen Zeitschrittes $\Delta\tau$ für eine orbital stabile Lösung (vgl. Abschnitt 3.2.2) zu diskutieren. Aufgrund der bisherigen Betrachtungen sind die Penalty-Parameter $\varsigma_k = 12000$ sowie $\varsigma_d = 19$ als passende Wahl für den vorliegenden Bewegungstyp anzusehen. Mit dieser Parameterkonstellation werden nun die stationären Phasenportraits für Zeitschritte $\Delta\tau = \frac{\Upsilon}{2000}$, $\Delta\tau = \frac{\Upsilon}{4000}$, $\Delta\tau = \frac{\Upsilon}{6000}$ sowie $\Delta\tau = \frac{\Upsilon}{8000}$ verglichen (Bild 5.13 [a]-[c]). Die Berechnung der Referenzlösung (Bild 5.13 [d]) erfolgt mit einem Grundzeitschritt $\Delta\tau = \frac{\Upsilon}{300}$, der innerhalb der Nachiteration auf $\Delta\tau_0 = \frac{\Upsilon}{3000}$ verkleinert wird.

In allen Fällen (Bild 5.13 [a]-[d]) wurden 2050 Erregerperioden simuliert und die letzten 50 Perioden als stationäres Ergebnis dargestellt. Erwartungsgemäß können bei größeren Zeitschritten $\Delta\tau$ die Schaltpunkte des Systems nur unzureichend erfaßt werden (siehe Abschnitt 4.2). Die permanenten numerischen Störungen führen zu den erhaltenen Schwingungsantworten mit quasi-periodischer Struktur. Durch die Wahl eines

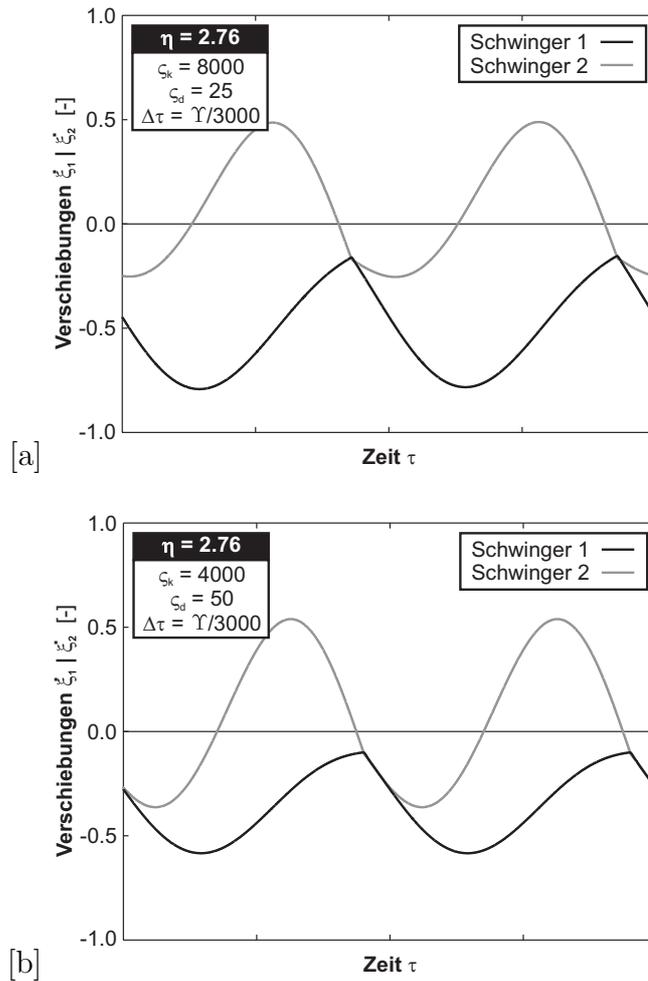


Bild 5.12: Verschiebungs-Verläufe für unterschiedliche Regularisierungsparameter: Systemantworten mit einem ‚plötzlichen‘ Stoß [a] und einer Bewegungsphase mit permanentem Kontakt [b].

zu großen Zeitschritten $\Delta\tau$ weitet sich die durch die Referenz gegebene ungestörte Lösung zu Bändern auf. Mit abnehmender Zeitschrittweite wird die Bandbreite kleiner und strebt asymptotisch gegen die exakte Lösung. Mit Blick auf die vorgestellten Verzweigungsdiagramme (z.B. Bild 4.5) muß an dieser Stelle betont werden, daß die dargestellten quasi-periodischen Bewegungen des Systems prinzipiell möglich sind. Nur die Kenntnis der Referenzlösung (Bild 5.13 [d]) qualifiziert sie als falschen Lösungstyp. Durch die Einführung einer Regularisierung werden durch die gelockerte Kontaktbedingung offenbar zusätzliche numerische Störungen in das System eingebracht, was anhand der deutlich kleineren erforderlichen Zeitschrittweite ($\Delta\tau = \frac{\gamma}{8000}$) gegenüber der semi-analytischen Referenzlösung ($\Delta\tau_0 = \frac{\gamma}{3000}$) zu vermuten ist. Die Ursache und die Auswirkung der zusätzlichen numerischen Störungen bei der Regularisierung soll im folgenden Abschnitt genauer beleuchtet werden.

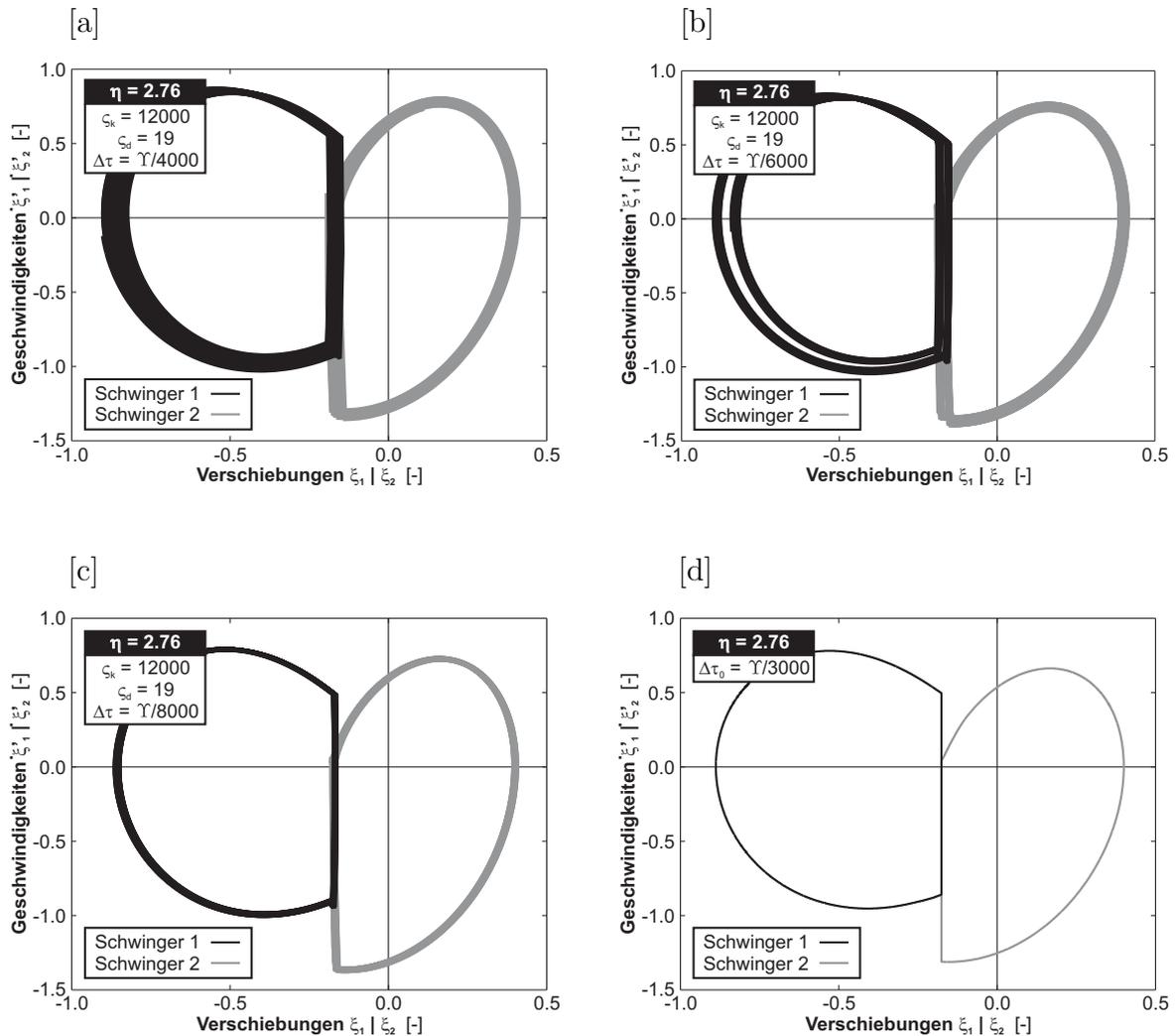


Bild 5.13: Phasenportraits gestörter Lösungen für abnehmende Zeitschrittweiten $\Delta\tau$ [a]-[c] im Vergleich zur semi-analytischen Referenzlösung [d].

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß im vorliegenden Fall eines Frequenzverhältnisses $\eta = 2.76$ die beiden Regularisierungsparameter $\zeta_k = 12000$, $\zeta_d = 19$ sowie ein Zeitschritt $\Delta\tau = \frac{\Upsilon}{8000}$ zur sowohl qualitativ als auch quantitativ korrekten Lösung führen. Diese Werte unterscheiden sich deutlich von denen des vorhergehenden Beispiels mit einer Erregung $\eta = 1.08$. Die Parameter sind somit nicht nur untereinander verknüpft, sondern hängen offensichtlich auch von der zu berechnenden Lösung ab. Im nächsten Absatz wird der regularisierte Kontaktvorgang im Hinblick auf diese Parametersensitivität durch eine lokale Betrachtung genauer beleuchtet.

5.3.4 Lokale Untersuchung von Fehlerquellen bei der regulierten Berechnung

Die Penalty-Parameter üben ihren Einfluß auf die berechnete Lösung ausschließlich während der sehr kurzen Kontaktzeit aus. Somit liegt es nahe den Mechanismus ihrer Auswirkung durch eine detaillierte Betrachtung der Kontaktregion zu studieren. Hierzu wird die stationäre Schwingung aus Bild 5.13 [c] ($\varsigma_k = 12000$, $\varsigma_d = 19$, $\Delta\tau = \frac{\Upsilon}{8000}$) als Referenzlösung gewählt und der Verlauf der Relativverschiebung $\xi_2 - \xi_1$ in unmittelbarer Umgebung eines Kontaktereignisses betrachtet. Die Zeitachse wurde dafür so gewählt, daß der auftretende stoßartige Einzelkontakt bei $\tau = 0$ eintritt. Das dargestellte Zeitintervall beträgt 0.04Υ . Der Kontaktverlauf beginnt mit der Kompressionsphase, also einer zunehmenden Penetration $\xi_2 - \xi_1 < 0$ der Kontaktkörper. In der anschließenden Dekompressionsphase wird die in der Penalty-Feder gespeicherte Bewegungsenergie teilweise (abzüglich Dissipation) wieder freigesetzt, so daß die Penetration abgebaut wird.

Bild 5.14 [a] zeigt, daß mit zunehmender Kontaktsteifigkeit ς_k nicht allein die Kontaktphase verkürzt wird, sondern auch eine Erhöhung der Relativgeschwindigkeit beim Austritt zu beobachten ist. Letzteres ist vor allem auf die Tatsache zurückzuführen, daß durch eine Verkürzung der Kontaktzeit das Maß der dissipierten Energie bei gleichbleibendem ς_d abnimmt. Bereits eine Verdopplung von ς_k führt zu nennenswerten Veränderungen des lokalen Verlaufes, welche sich makroskopisch als Störungen der zu berechnenden Lösung wiederfinden.

Eine Veränderung der Kontaktdämpfung ς_d (Bild 5.14 [b]) bewirkt eine ähnliche lokale Entwicklung, die ebenfalls auf den gerade erläuterten Mechanismus zurückzuführen ist. Wie Bild 5.13 bereits deutlich gezeigt hat, tritt eine Interaktion zwischen zeitlicher Diskretisierung und der Penalty-Regularisierung auf. Der lokale Blick auf das Kontaktereignis liefert die Begründung. Offensichtlich spielt die Anzahl der in der Kontaktregion liegenden Zeitschritte eine entscheidende Rolle (Bild 5.15 [a]). Durch die zwangsläufig eingeführte Diskretisierung der Kontaktkraft kommt es infolge der un stetigen Approximation ihres Verlaufes zu Störungen. Natürlich dürfen an dieser Stelle auch die aus dem Integrationsverfahren resultierenden Fehler, die mit der Ordnung $\mathcal{O}(\Delta\tau^2)$ anwachsen (siehe Abschnitt 5.1.2), nicht aus den Augen verloren werden, die in der Darstellung von Bild 5.15 [a] mit enthalten sind. Dagegen sind alle Fehler aus der zeitlich ungenauen Bestimmung des Zustandsüberganges eliminiert, da alle Verläufe zum selben Zeitpunkt beginnen.

Letzterer Fehlertyp wird im Bild 5.15 [b] separat untersucht, wobei zwei Extremfälle simuliert werden. Im besten Fall fällt ein Zeitschritt mit einem Zustand verschwindender Relativverschiebung $\xi_2 - \xi_1 = 0$ zusammen, so daß sofort im nächsten Zeitschritt die Penalty-Terme wirksam werden. Im schlechtesten Fall wird ein Zeitschritt gesetzt unmittelbar bevor eine Penetration beginnt ($\xi_2 - \xi_1 = 0 + \epsilon$, $\epsilon \ll 1$). Eine Schaltentscheidung wird in diesem Zeitschritt nicht ausgelöst, so daß die Kontaktkörper während dieses Zeitschrittes ‚ungebremst‘ ineinander eindringen. Anschließend wird schlagartig, wegen der bereits großen Penetration, eine deutliche Kontaktkraft aufgebracht. Es ist leicht einsehbar, daß die Größe eines solchen Fehlers mit der Zeitschrittweite steigt.

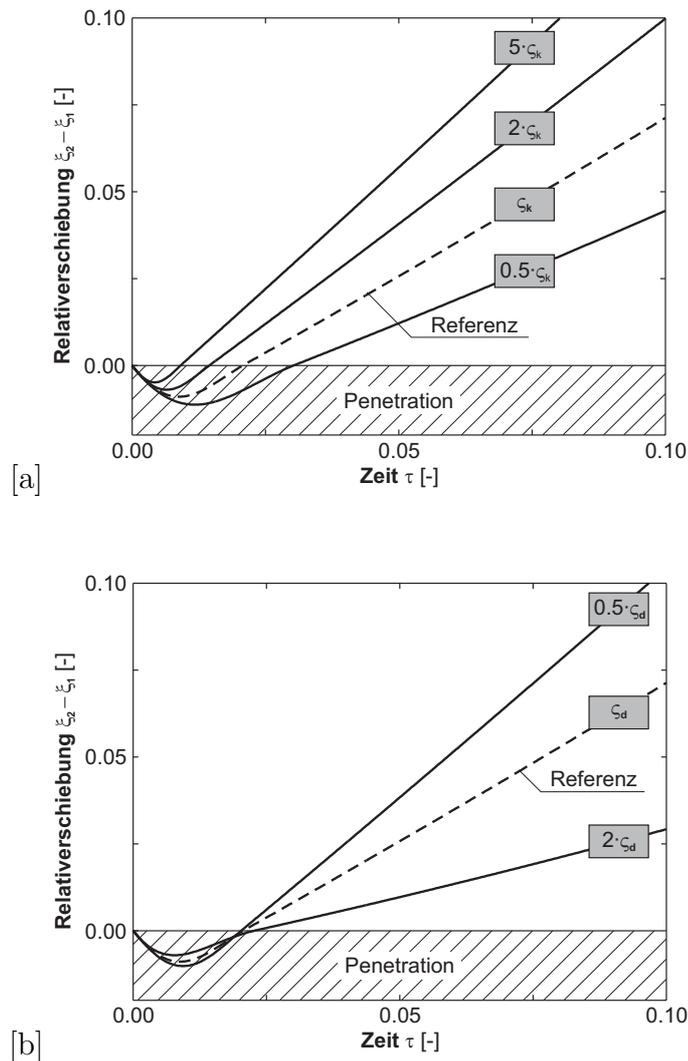


Bild 5.14: Verlauf der Relativgeschwindigkeit in unmittelbarer Umgebung der Kontaktphase bei [a] geänderter Penalty-StEIFigkeit σ_k ($\sigma_d = 19$, $\Delta\tau = \Upsilon/8000$) und [b] geänderter Penalty-Dämpfung σ_d ($\sigma_k = 12000$, $\Delta\tau = \Upsilon/8000$).

Bild 5.15 [b] stellt den lokalen Verlauf dar, der in beiden Fällen auf völlig gleichen numerischen Parametern beruht, jedoch eine augenblickliche und eine verzögerte Schaltentscheidung vergleicht. Selbst bei der sehr kleinen Zeitschrittweite $\Upsilon/8000$ sind bereits deutliche Unterschiede festzustellen.

Alle aufgezeigten Einflüsse, die während einer Kontaktphase generiert werden, können sich summieren und im Sinne einer Langzeitdynamik dramatisch auf die Lösungsstruktur auswirken. Darüber hinaus wird deutlich, daß durch die Vielzahl der möglichen Einflüsse die für eine bestimmte Bewegung zu wählende Parameterkombination bei makroskopischer Betrachtung nicht notwendigerweise eindeutig zu bestimmen ist.

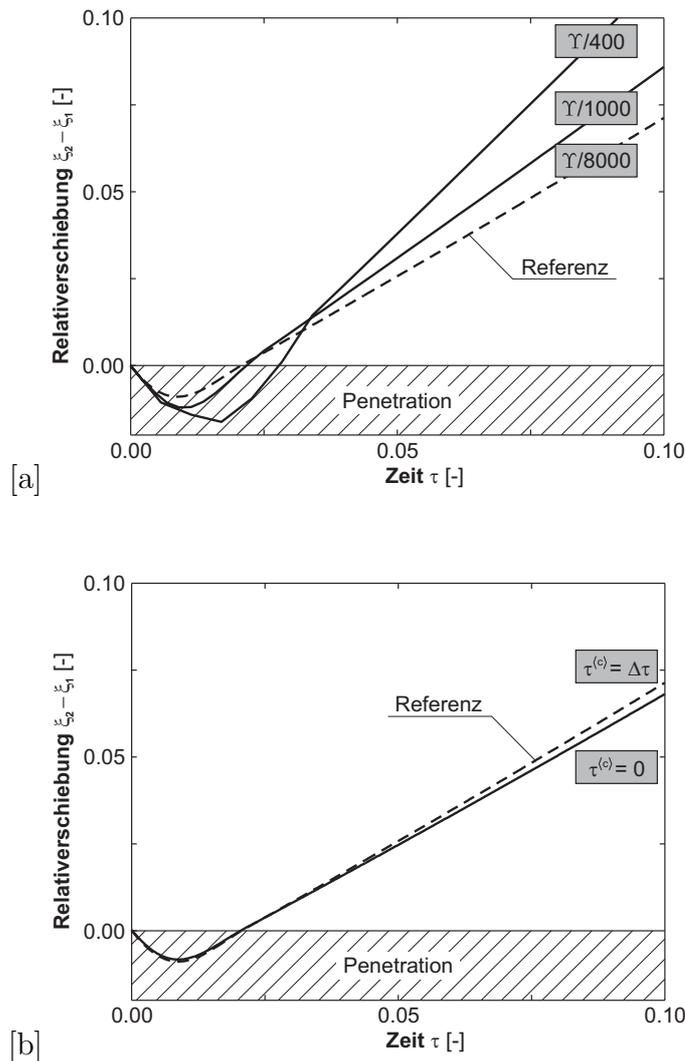


Bild 5.15: Verlauf der Relativgeschwindigkeit in unmittelbarer Umgebung der Kontaktphase bei unterschiedlicher Zeitdiskretisierung: [a] geänderte Zeitschrittwahl $\Delta\tau$ ($\varsigma_k = 12000$, $\varsigma_d = 19$), [b] Ausführung des Zustandswechsels bei $\tau^{(c)} = 0$ vs. $\tau^{(c)} = 0 + \Delta\tau$ ($\varsigma_k = 12000$, $\varsigma_d = 19$, $\Delta\tau = \Upsilon/8000$).

5.3.5 Schlußfolgerungen

Das regularisierte System besitzt in allen Bewegungszuständen eine konstante Anzahl von Freiheitsgraden und erlaubt damit eine schnelle numerische Zeitintegration. Neben einer Glättung der Unstetigkeitsstellen ergibt sich als weiterer Vorteil der Penalty-Methode eine Vereinfachung der Schaltbedingungen für die Steuerung der einzelnen Zustandsübergänge.

Erhebliche Probleme bereitet hingegen eine entsprechende Wahl der Penalty-Parameter c_k und c_d für den jeweils vorliegenden Bewegungstyp. Wie sich darüber hinaus gezeigt hat, kann die Wahl der Zeitschrittweite Δt im Integrationsverfahren nicht unabhängig von den beiden Regularisierungsparametern erfolgen.

Eine Schwingung mit einer Kontaktphase pro Erregerperiode und einer gegenphasigen Bewegung der Teilsysteme verlangt hohe, aufeinander abgestimmte Werte der Regularisierungsparameter und eine sehr kleine Zeitschrittweite. Derartige Bewegungsformen werden zur experimentellen Untersuchung delaminierter Strukturen angestrebt, da sie die deutlichsten Nichtlinearitäten im System hervorrufen. Die verfahrenstechnisch erwünschte Situation ist somit für die numerische Simulation die ungünstigste. Für eine korrekte Bestimmung aller Parameter ist eine Referenz unabdingbar. Diese kann durch experimentelle Untersuchungen oder durch Ergebnisse einer semi-analytischen Berechnung gegeben sein. Ohne das Vorliegen entsprechender Informationen ist in den meisten Fällen keine begründete Entscheidung möglich, ob eine bestimmte Konstellation der Penalty-Parameter c_k , c_d , Δt zur richtigen Lösung führt. Wird ein neuer Bewegungstyp untersucht, muß eine Überprüfung der zuvor gewählten Penalty-Parameter vorgenommen werden.

Diese Tatsache bestätigt die eingeschlagene Vorgehensweise, zunächst anhand einfacher Starrkörpermodelle die zu erwartenden Schwingungsformen zu isolieren. In den weiteren Untersuchungen, vor allem bei Systemen mit sich kontinuierlich entwickelnden Kontaktbereichen, muß sich nun zeigen, ob die Penalty-Methode überhaupt für die diskutierte Problemstellung geeignet ist. Zielstellung ist in diesem Zusammenhang eine robuste Erfassung der stoßartigen Kontakte, so daß der Voraussagecharakter der numerischen Simulation gewährleistet ist.

5.4 Numerische Abbildung des dynamischen Linienkontaktes

Bislang wurde das dynamische Stoßkontaktproblem durch seine einfachste Approximation anhand zweier Pendel untersucht. Im folgenden soll eine realistischere Konfiguration betrachtet werden. Dabei erfolgt der Übergang von einem punktförmigen Stoßkontakt auf ein System mit linienhaftem Kontakt, das eine kontinuierliche Ausbildung des Kontaktbereiches beinhaltet. Die im folgenden untersuchte Struktur stellt eine konsequente Erweiterung des gerade diskutierten Starrkörpersystems dar. Das ausgewählte kontinuierliche System zeigt sowohl hinsichtlich seiner Geometrie als auch seines Schwingungsverhaltens bereits eine erhebliche Ähnlichkeit zu dem letztendlich abzubildenden Delaminationsproblem (Bild 2.4). Es kann als Grenzfall der vollständigen Delamination einer Schicht eines eingespannten Balkens betrachtet werden.

5.4.1 Aufbau des untersuchten Systems und Versuchsanordnung

Das betrachtete Untersuchungsobjekt besteht aus zwei Aluminiumlamellen gleicher Länge ($L = 685\text{mm}$), jedoch unterschiedlicher Dicke. Die Lamellen sind gemeinsam an ihrem Fußpunkt eingespannt. Da die statische Grundform der Lamellen deutlich von einem ideal-geraden Balken abweicht, tritt im Ruhezustand des Systems eine Fuge

zwischen den beiden Teilsystemen auf. Bild 5.16 zeigt die gemessene Ausgangsform in einer überhöhten Darstellung. Die Lamellen sind derart angeordnet, daß die oberen

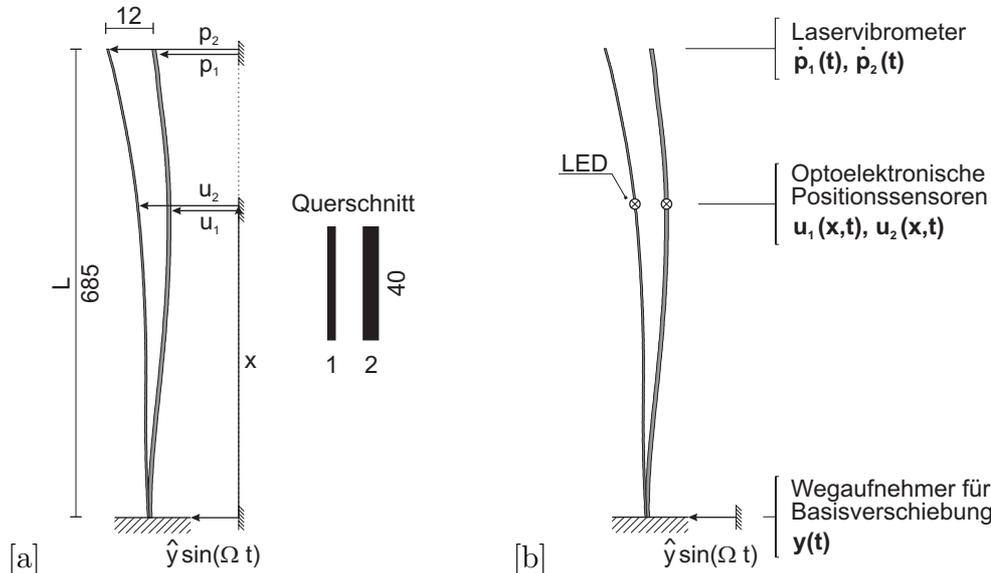


Bild 5.16: Versuchsaufbau.

Enden einen Abstand von 12mm aufweisen (Bild 5.16 [a]) und eine spannungslose Ruhelage für beide Teilsysteme vorliegt. Eine abweichende Anordnung der Lamellen (wie in [69]) soll hier nicht untersucht werden.

Beide Lamellen werden am Fußpunkt durch eine harmonische Zwangsverschiebung $y = \hat{y} \sin \Omega t$ mit der Amplitude \hat{y} und der Erregerkreisfrequenz Ω angeregt. Dabei wird die Erregeramplitude stets konstant bei $\hat{y} = 2.5\text{mm}$ gehalten. Die Erregerfrequenz $f = \frac{\Omega}{2\pi}$ wird dagegen im Bereich $0.5\text{Hz} \leq f \leq 4.0\text{Hz}$ variiert. Zur Charakterisierung der auftretenden Schwingungsantworten werden absolute Koordinaten $u_1(x, t)$, $u_2(x, t)$ verwendet, deren Lage auf der Vertikalachse durch die Größe x erfaßt wird.

Die Materialeigenschaften der beiden Lamellen unterscheiden sich geringfügig voneinander. Die entsprechenden Größen sind neben den geometrischen Abmessungen in nachfolgender Tabelle zusammengestellt. Die angegebenen Dämpfungsmaße für die Materialdämpfung entstammen Ausschwingversuchen an den einzelnen Lamellen.

Zur experimentellen Erfassung der Schwingung werden verschiedene Sensoren verwendet (Bild 5.16 [b]). Zunächst erfolgt die Bestimmung der Ausgangsform der Lamellen $u_{1,0}(x)$, $u_{2,0}(x)$ im Ruhezustand des Systems durch zwei optoelektrische Positionssensoren. Im Betriebszustand überwacht ein induktiver Wegaufnehmer am Fußpunkt die Erregergrößen (\hat{y}, Ω) . Auch die Verschiebungen der Endpunkte der Lamellen $p_1(t) = u_1(L, t)$, $p_2(t) = u_2(L, t)$ werden durch die beiden optoelektrischen Positionssensoren erfaßt. Die dafür erforderlichen LED's mit sehr geringer Masse bleiben permanent am Versuchobjekt appliziert, so daß sogenannte ‚mass load‘-Effekte, durch eine sich ändernde Massenbelegung, vermieden werden. Für ausgewählte Erregerfrequenzen Ω_i wird die Betriebsschwingungsform (ODS) $u_1(x, t)$, $u_2(x, t)$ ermittelt. Aus den eben genannten Gründen muß an der relativ weichen Struktur eine berührungsfreie Messung

erfolgen. Hierfür wird ein Laservibrometer eingesetzt, das die Geschwindigkeitsantwort berührungsfrei erfaßt. Darüber hinaus gestattet die Aufnahme der Geschwindigkeit die Konstruktion von Phasenportraits.

Tabelle 5.3: Systemeigenschaften

		Lamelle 1	Lamelle 2
Dichte	ϱ	$2680\text{kg}/\text{m}^3$	$2760\text{kg}/\text{m}^3$
Elastizitätsmodul	E	$5.85 \cdot 10^{10}\text{N}/\text{m}^2$	$4.61 \cdot 10^{10}\text{N}/\text{m}^2$
Dämpfungsmass	D	≈ 0.008	≈ 0.008
Dicke		2mm	1mm
Breite		40mm	40mm

5.4.2 Experimentelle Untersuchung des Systems

Einen ersten Einblick in das Schwingungsverhalten des untersuchten Systems erlaubt die Betrachtung der Amplituden-Frequenz-Diagramme für die Verschiebungsantworten p_1 , p_2 der beiden Lamellen. Als Intervall für die Erregerfrequenz wurde der bereits erwähnte Frequenzbereich von $0.5\text{Hz} \leq f \leq 4.0\text{Hz}$ gewählt, in dem die niedrigsten Eigenfrequenzen der Einzellamellen zu finden sind. Als Erregersignal für eine derartige Untersuchung eignet sich ein langsamer Gleitsinus (,sweep sine'). Im vorliegenden Fall wird der betrachtete Frequenzbereich mit einer ,sweep'-Dauer von 30min durchfahren, welche im allgemeinen eine ausreichende Stationarität der Schwingungsantworten sicherstellt.

Bild 5.17 [a] zeigt das lineare Schwingungsverhalten der Einzellamellen. Die Zustandsgrößen

$$\bar{p}_1(t) = p_1(t) - u_{1,0}(L) \quad \text{sowie} \quad \bar{p}_2(t) = p_2(t) - u_{2,0}(L) \quad (5.25)$$

bezeichnen die Verschiebungsantworten am freien Ende, die sich auf die jeweilige spannungsfreie Ruhelage beziehen. Erwartungsgemäß läßt sich im linearen Fall für jeden Einzelschwinger eine typische Resonanzkurve beobachten, die zur niedrigsten Eigenfrequenz jedes Teilsystems führt. Diese ist für die dünne Lamelle bei 1.47Hz und für die dicke Lamelle bei 3.17Hz zu finden. Im Resonanzfall treten infolge der schwachen Materialdämpfung sehr große Schwingungsamplituden auf, die den Rahmen der Darstellung von Bild 5.17 [a] bei weitem verlassen.

Im Falle einer gemeinsamen Schwingung der Lamellen kommt es zur Interaktion zwischen den Schwingungspartnern infolge von Normalkontakten. Bild 5.17 [b] verdeutlicht den Einfluß des stoßartigen Kontaktproblems, welches im besonderem Maße durch kontinuierliche Veränderung des Kontaktbereiches gekennzeichnet ist. Bei kleinen Verschiebungsamplituden (außerhalb einer Resonanz) kommt es nur im Bereich der Einspannung zu schwachen Kontaktphänomenen. Übersteigen die Verschiebungsamplituden hingegen eine gewisse Größe, so ist durch einsetzende Stoßkontakte eine durchgreifende Kopplung der beiden Teilsysteme zu beobachten, die zur dramatischen Veränderung

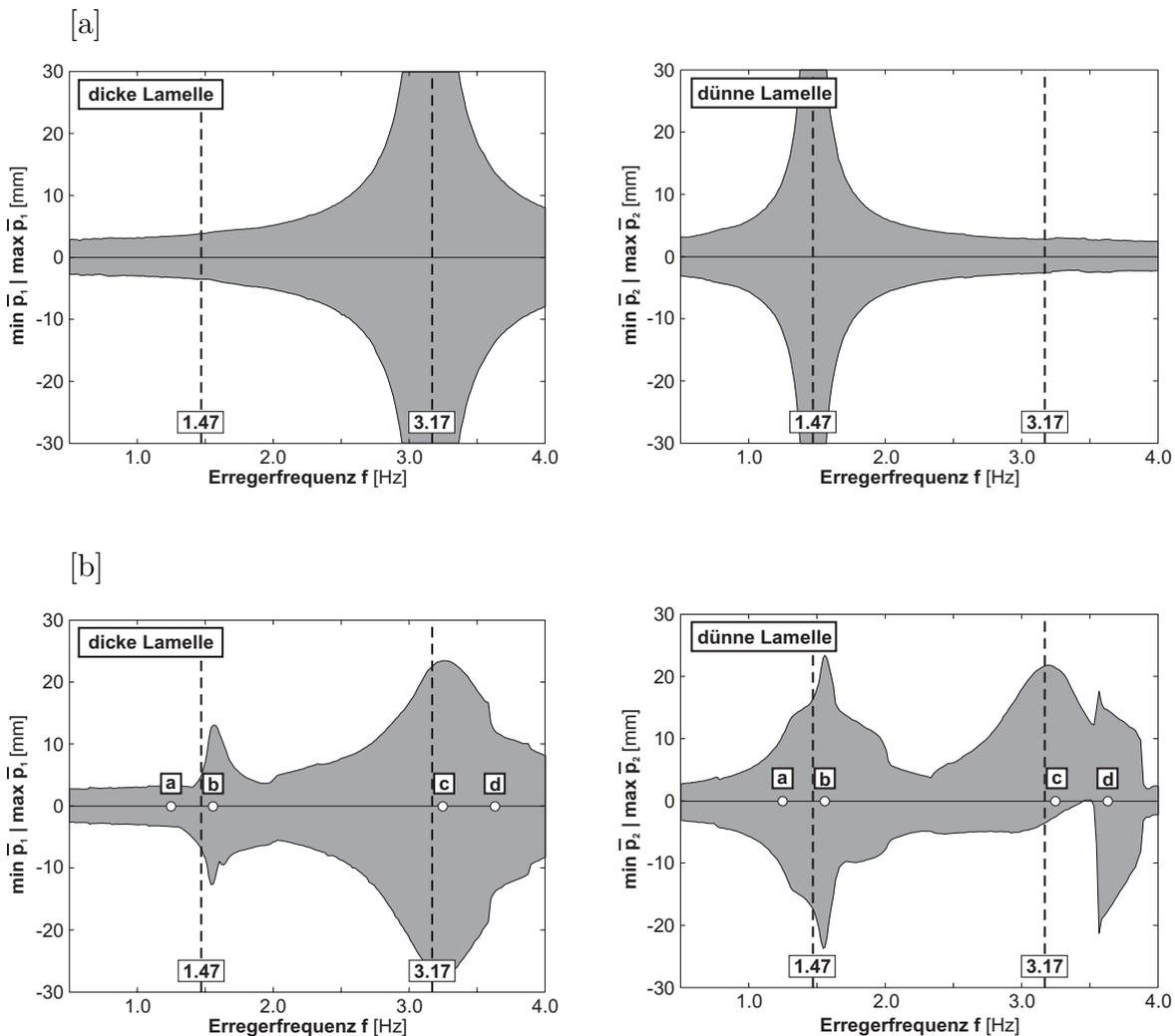


Bild 5.17: Experimentell ermittelte Amplituden-Frequenz-Diagramme für beide Lamellen: [a] kontaktfreie Schwingungen, [b] Schwingung mit Kontakt.

des Schwingungsverhaltens führt. In diesem Bereich wirkt sich eine resonante Schwingung des einen Teilsystems jeweils auf seinen Schwingungspartner aus (Bild 5.17 [b]). In den Resonanzbereichen ist ein deutlicher Abbau der Amplituden gegenüber dem kontaktfreien Fall (Bild 5.17 [a]) zu verzeichnen. An dieser Stelle offenbart sich der immense Einfluß der Kontaktdissipation auf die Schwingungsform.

Die beschriebenen Schwingungsphänomene finden sich auch in den Weg-Zeitverläufen der freien Enden aus Bild 5.18 [a]-[d] wieder, welche zu den im Bild 5.17 markierten Erregerfrequenzen ($f = \{1.25\text{Hz}, 1.60\text{Hz}, 3.25\text{Hz}, 3.65\text{Hz}\}$) gehören. Bei einer harmonischen Erregung mit $f = 1.25\text{Hz}$ können nahezu harmonische Schwingungsantworten an den freien Enden beobachtet werden. In diesem Fall tritt im Bereich der freien Enden kein Kontakt zwischen den Schwingern auf. Wie bereits angedeutet wurde, können Kontakte geringer Intensität im Bereich der Einspannung nicht ausgeschlossen werden.

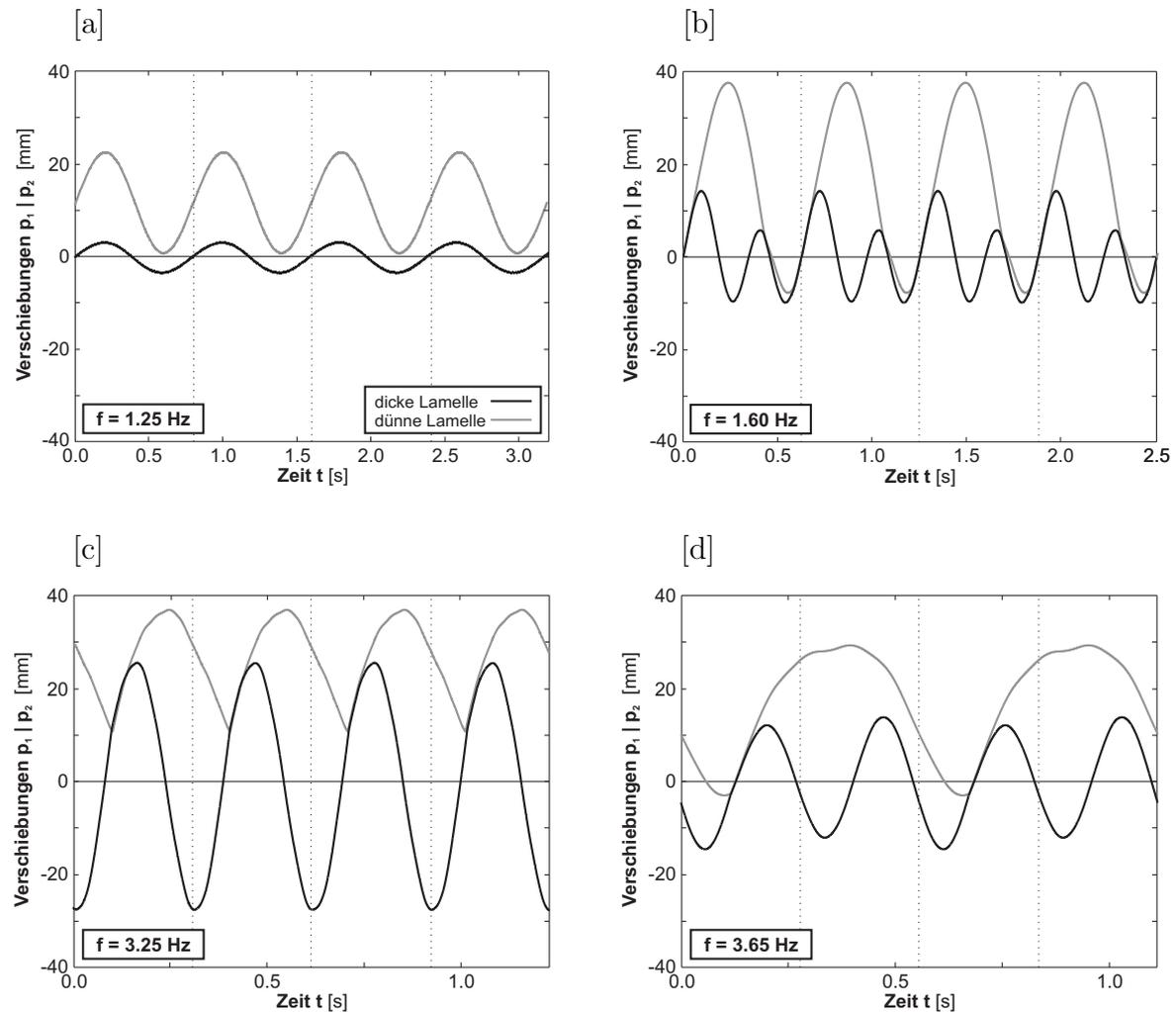


Bild 5.18: Experimentell ermittelte Verschiebungsantworten für verschiedene Erregerfrequenzen.

Diese besitzen indes nur einen äußerst schwachen Einfluß auf die betrachtete Bewegung an den freien Enden, so daß den Verläufen aus Bild 5.18 [a] nur eine schwache Antwortnichtlinearität zuzuordnen ist.

Im zweiten Fall (Bild 5.18 [b]) wird das System mit der Frequenz $f = 1.60$ Hz erregt und führt zu einem resonanzartigen Verhalten des Teilsystems mit der Koordinate p_2 (dünne Lamelle). Der Verschiebungsverlauf zeigt, daß auch die dicke Lamelle (p_1) aufgrund der periodisch einwirkenden Stoßkontakte des dünnen Querschnittsteils (p_2) erhebliche Amplituden aufweist. Der auftretende Kontaktmechanismus kann offenbar als innere Anregung des Systems betrachtet werden. Den entgegengesetzten Fall liefert eine resonante Erregung der dicken Lamelle (p_1) mit $f = 3.25$ Hz. Hier übernimmt der dicke Querschnittsteil die Anregung des dünnen Teilsystems (Bild 5.18 [c]). Die beiden letzten Fällen zeigen, daß die Schwingung jeweils von jener Lamelle dominiert wird, deren lineare Eigenfrequenz in der Nachbarschaft der Erregung liegt. Diese Lamelle führt

eine nahezu harmonische Bewegung aus, während die Antwort ihres Schwingungspartners hiervon deutlich abweicht. Die entstehenden flächenhaften Kontaktvorgänge sind im Experiment durch ein klapperndes Geräusch akustisch deutlich wahrnehmbar und unterstreichen den stoßartigen Charakter des Kontaktes.

Dem dritten Antwortmaximum im Bild 5.17 [b] ist eine Bewegungsverzweigung zuzuordnen. Der dargestellte Verschiebungsverlauf (Bild 5.18 [d], $f = 3.65\text{Hz}$) entstammt dem zugehörigen Frequenzfenster, in dem Bewegungstypen auftreten, die nur in jeder zweiten Erregerperiode zu einem Kontaktvorgang führen. Dieses Phänomen einer Periodenverdopplung kann selbst bei der vorliegenden geringen Erregeramplitude in einem ausgeprägten Frequenzband beobachtet werden. An dieser Stelle muß angemerkt werden, daß sich das Frequenzband wiederum deutlich außerhalb des Bereiches der Resonanzfrequenzen befindet und damit in Übereinstimmung zu den Ergebnissen aus Abschnitt 4.2 steht. Das bereits nachgewiesene ausgeprägte Verzweigungsszenario bei Systemen mit punktförmigem Normalkontakt (Abschnitt 4.2, Abschnitt 5.3) ist offensichtlich auch bei Strukturen mit einer kontinuierlichen Kontaktzone zu finden.

Um den Ablauf eines sich kontinuierlich entwickelnden, stoßartigen Linienkontaktes genauer zu betrachten, wurde die Betriebsschwingungsform der Struktur im Experiment für den Verlauf einer Erregerperiode T der stationären Schwingung ($f = 3.25\text{Hz}$) ermittelt. Das Ergebnis ist im Bild 5.25 [b] am Ende dieses Abschnittes dargestellt, in dem der Verlauf mit dem numerischen Ergebnis verglichen wird. Es zeigt sich, daß die Kontaktdauer für die einzelnen Punkte entlang der Balkenachse nicht konstant ist. Trotz dieser Tatsache sollen im folgenden weiterhin die Koordinaten p_1 , p_2 an den freien Enden als Charakteristikum für die gesamte Bewegung betrachtet werden.

Mit Blick auf das zu untersuchende Delaminationsproblem stellt die Schwingungsform aus Bild 5.18 [c] den anzustrebenden Fall dar. Hierbei ist die Erregerfrequenz so gewählt (hier: $f = 3.25\text{Hz}$), daß der Restquerschnitt (repräsentiert durch die dicke Lamelle) resonanzartig angeregt wird, womit im allgemeinen eine gegenphasige Bewegung der delaminierten Teilsysteme verbunden ist, die ausgeprägte schadensbezogene Signale liefert. Die Schwingungsantworten infolge der harmonischen Erregung zeigen im Frequenzbereich signifikante superharmonische Anteile, die im Abschnitt 4.3 ausführlich diskutiert wurden. Bei der betrachteten Erregerfrequenz $f = 3.25\text{Hz}$ führen die von den resonanten Schwingungen der dicken Lamelle ausgehenden Stoßkontakte zu einer besonders starken Antwortnichtlinearität beim Schwingungspartner (dünne Lamelle). Dieses Verhalten äußert sich in den höheren harmonischen Anteilen der zugehörigen Amplitudenspektren und liefert die zugeordneten Klirrfaktoren $\mathbf{d}_1 = 5.68\%$, $\mathbf{d}_2 = 22.89\%$ als Nichtlinearitätsmaß.

Sowohl die Verschiebungsverläufe (Bild 5.18 [b]-[d]) als auch die Ergebnisse der Betriebsschwingungsanalyse zeigen jeweils relativ lange Kontaktphasen während einer Erregerperiode. Derartige Schwingungen, die eine ausgeprägte Bewegungsphase mit permanentem Kontakt der Lamellen beinhalten, sind nur möglich, falls der initiale Stoßkontakt mit sehr starker Energiedissipation verbunden ist. Anderenfalls müßte eine sofortige Trennung der Teilsysteme nach dem Stoß erfolgen. Deshalb sollen im folgenden zunächst zwei grundlegende Experimente vorgestellt werden, welche die Stoßeigenschaften des betrachteten Kontakttyps genauer untersuchen.

5.4.3 Experimentelle Untersuchung eines Balkens mit Querstoßkontakt

Im Bereich der experimentellen und analytischen Mechanik wurden bislang vorwiegend die Auswirkungen von punktförmigen Längsstößen auf stabartige Strukturen untersucht (z.B. [40], [38]) und dort anhand verschiedener Zeitskalen die Phänomene Wellenausbreitung, Schwingung und Starrkörperbewegung separiert [39]. Im hier betrachteten Fall sind stoßartige Kontakte in Querrichtung des Balkens von Interesse. Für diesen Kontakttyp, insbesondere in Verbindung mit einer sich kontinuierlich ausbildenden Kontaktzone, sind im Schrifttum bislang kaum Untersuchungen zu finden. Hauptanliegen der folgenden Untersuchung ist die Klärung des Mechanismus und der zu erwartenden Größe der Energiedissipation während eines solchen Kontaktes. Für diesen Zweck wurden zwei verschiedene Experimente durchgeführt, die jeweils einem Extremfall entsprechen.

Ein gerader elastischer Balken (Lamelle) aus Stahl liegt auf einer starren horizontalen Unterlage und wird an einem Ende fest eingespannt. In dieser Ausgangslage berührt der Balken entlang seiner Längsachse mit jedem Punkt die Unterlage. Zu Beginn des Experimentes wird das freie Balkenende um eine bestimmte Distanz angehoben. Nach der Freigabe des ausgelenkten Systems kommt es zu einer ‚Abrollbewegung‘ des Balkens auf der Unterlage, die von der Einspannung beginnt und zum freien Ende läuft. Sie wird durch eine kontinuierliche Entwicklung des Kontaktbereiches begleitet. Ein solcher kontinuierlicher Kontakt unterscheidet sich gravierend von einem Punktkontakt. Eine der Hauptcharakteristiken ist die totale Energiedissipation während des Kontaktes, so daß im Maßstab der Zeitskala eines Stoßes kein Rückspringen des Systems zu beobachten ist.

In einem zweiten Experiment berührt im Ruhezustand lediglich das freie Balkenende einen starren Block (Bild 5.19). An dieser Stelle ist eine Piezofolie angebracht, die Informationen über den Verlauf der auftretenden Kontaktkraft liefert. In unmittelbarer Nähe des Kontaktpunktes sowie in einem Abstand von 135mm (siehe Bild 5.19) sind Dehnungsmeßstreifen (DMS) paarweise appliziert, um die durch einen Kontakt hervorgerufene Dehnungswelle entlang der Balkenachse zu verfolgen.

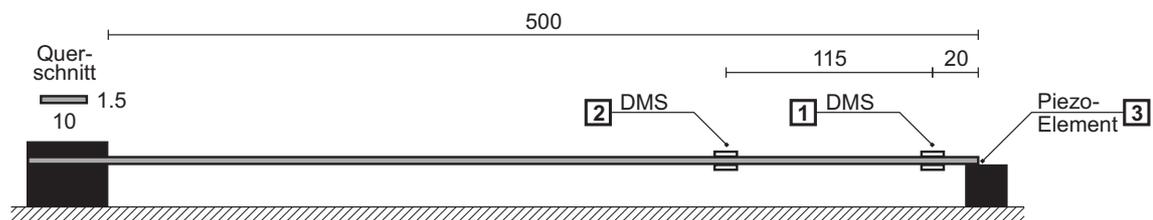


Bild 5.19: Experimenteller Aufbau während des zweiten Experiments.

Das nicht gehaltene Balkenende wird nach einer vertikalen Verschiebung von 50mm freigegeben und initiiert damit einen Querstoßkontakt. Der Kontaktkraftverlauf (Sensor 3) wird durch eine ausgeprägte Amplitudenspitze mit der Dauer von ca. $30\mu\text{s}$ dominiert. Dieses Zeitintervall ist extrem klein im Vergleich zur Periodendauer von 50ms , das die

niedrigste Eigenfrequenz des Balkens ergibt. Auch in diesem Fall kann im Bereich des Zeitmaßstabs des Stoßes kein Rückspringen des Systems beobachtet werden. Im Zeitmaßstab der Schwingung ist dies wegen der freien Verformbarkeit des Balkens zwischen den Lagern natürlich nicht ausgeschlossen. Offensichtlich laufen die Vorgänge des Stoßes und der Schwingung in unterschiedlichen Zeitskalen ab, so daß im Zeitmaßstab der Schwingung sicher von einem zeitlich singulären Stoßvorgang gesprochen werden kann. Diese Tatsache bestätigt die in Abschnitt 3.3.1 formulierten Annahmen bezüglich der mathematischen Beschreibung eines Stoßes.

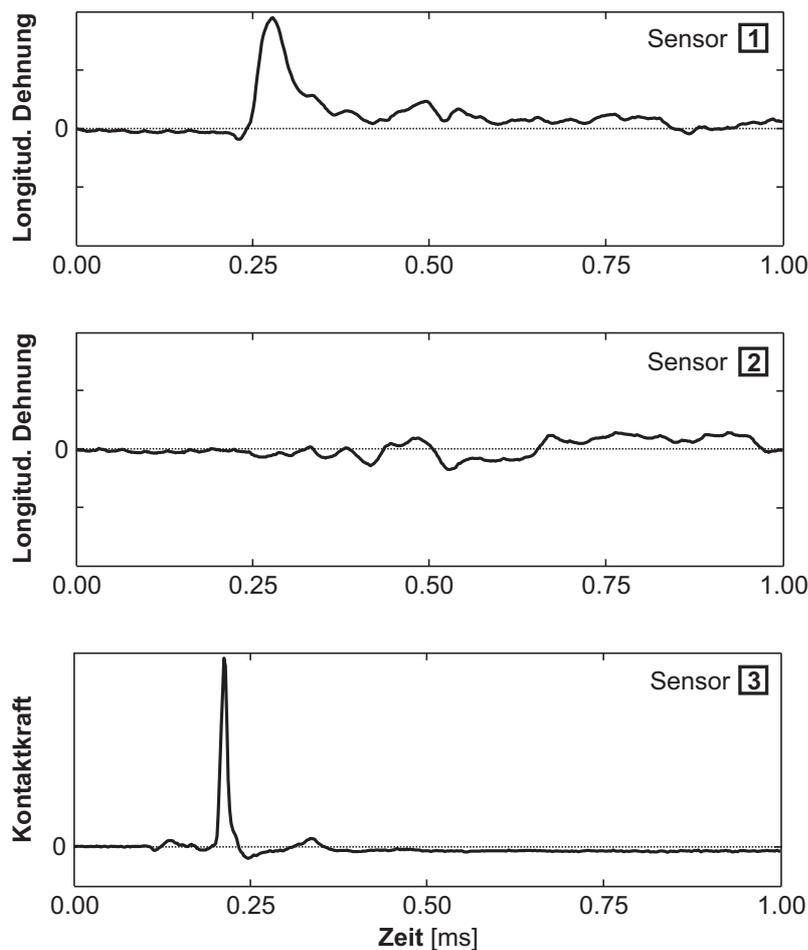


Bild 5.20: Experimentell ermittelte Verläufe für die Dehnung in Längsrichtung (Sensoren 1, 2) und die Kontaktkraft (Sensor 3).

Bei Betrachtung des Verlaufes der initiierten Dehnungswelle (Sensoren 1 und 2), wird ein deutlicher Amplitudenabfall und eine starke Veränderung des Signals zwischen den relativ nahe beieinander liegenden Meßpunkten sichtbar. Dies ist maßgeblich auf die Energiezerstreuung infolge der Wellenabstrahlung zurückzuführen. Darüber hinaus ist gegenüber dem Längsstoßproblem eine nicht ausschließlich longitudinale Wellenausbreitung zu erwarten, sondern zusätzlich von transversal bzw. schräg zur Längsachse

laufenden und häufig reflektierten Wellenanteilen auszugehen. In diesem Zusammenhang konnte auch gezeigt werden, daß die Ausbreitung der Wellenfront in Balkenlängsrichtung wesentlich kleiner ist, als im Falle einer reinen Longitudinalwelle.

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, daß der betrachtete Stoßkontakt durch eine verschwindende Kontaktzeit im Vergleich zum Zeitmaßstab der Schwingung ausgezeichnet ist und von einer starken Energiedissipation begleitet wird.

Wird der Blick nun wieder auf das Schwingungsverhalten der beiden Aluminiumlamellen gerichtet, so zeigt sich hier ein ganz ähnliches Verhalten, in dem sich alle Phänomene des gerade beschriebenen Experimentes wiederfinden lassen. Hierfür muß allerdings ein entsprechender Zeitmaßstab gewählt werden. Bild 5.21 zeigt dazu den Geschwindigkeitsverlauf $\dot{p}_1(t)$, $\dot{p}_2(t)$ an den beiden Endpunkten der Lamellen bei einer Erregerfrequenz von $f = 3.25\text{Hz}$.

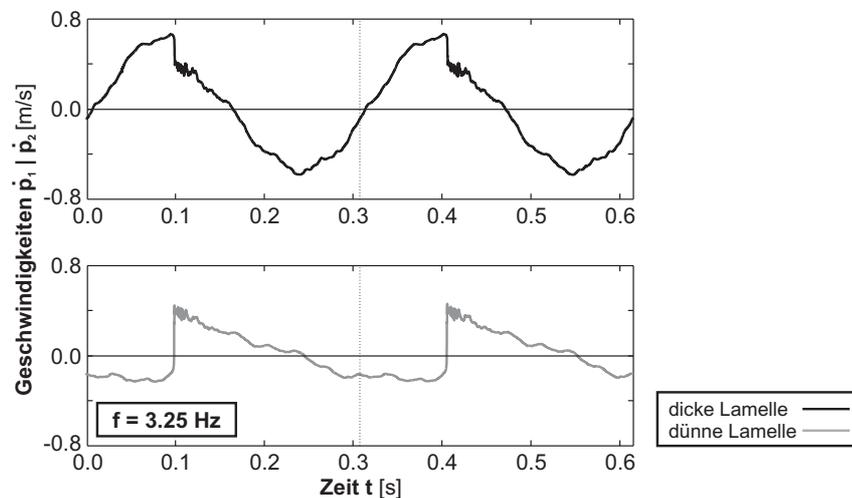


Bild 5.21: Geschwindigkeitsverläufe $\dot{p}_1(t)$, $\dot{p}_2(t)$ an den freien Enden der beiden Lamellen.

Der deutlich sichtbare Sprung im Geschwindigkeitsverlauf markiert den stoßartigen Beginn der Kontaktphase an den betrachteten Punkten. Diese Diskontinuität im Geschwindigkeitsverlauf setzt sich, wie im Experiment gezeigt, aus einer Kurzzeitdynamik (Wellenausbreitung) und einer nachfolgenden Langzeitdynamik (Schwingung) zusammen. Das Auftreten eines solchen markanten Geschwindigkeitssprungs beim betrachteten Kontakttyp legt den Gedanken nahe, auch innerhalb einer FE-Modellierung zumindest den stoßartigen Kontaktabschnitt mit der klassischen NEWTONschen Stoßhypothese (siehe Abschnitt 3.3.2) zu beschreiben. Eine solche Kontaktformulierung soll im folgenden alternativ zum Penalty-Verfahren erprobt werden. Der hierfür benötigte Stoßkoeffizient e kann direkt aus dem experimentell ermittelten Geschwindigkeitsverlauf (Bild 5.21) anhand des Stoßgesetzes (3.7) berechnet werden und ist damit, im Gegensatz zu den numerischen Parametern des Penalty-Verfahrens, experimentell quantifizierbar. Im vorliegenden Fall liegt die Größe des Stoßkoeffizienten im Bereich von $0 \leq e \leq 0.2$. Die ermittelte Größenordnung der Stoßzahl bestätigt somit die aus dem Experiment (Bild 5.19) erwartete hohe Kontaktdämpfung infolge eines Querstoßes.

5.4.4 Numerische Simulation des Systems mit der FE-Methode

Für die numerische Simulation des Schwingungsverhaltens der betrachteten Modellstruktur wird das eindimensionale Kontinuumsproblem in zwei Multi-Freiheitsgrad-Systeme mithilfe der Finite-Elemente-Methode zerlegt. Anhand der Geometrie des Systems und der Größe der Schwingungsamplituden liegt es nahe, eine räumliche Diskretisierung durch die in Abschnitt 5.2 beschriebenen Balkenelemente vorzunehmen. Dies führt auf die semi-diskreten Bewegungsgleichungen in Form von 2 linearen Vektordifferentialgleichungen mit insgesamt $2n$ Koordinaten

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{q}}_1(t) + \mathbf{D}_1 \dot{\mathbf{q}}_1(t) + \mathbf{K}_1 \mathbf{q}_1(t) &= \mathbf{F}_1(t), \\ \mathbf{M}_2 \ddot{\mathbf{q}}_2(t) + \mathbf{D}_2 \dot{\mathbf{q}}_2(t) + \mathbf{K}_2 \mathbf{q}_2(t) &= \mathbf{F}_2(t). \end{aligned} \quad (5.26)$$

und den entsprechenden Zustandsgrößen

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_1 &= [q_{1,1}, q_{1,2}, \dots, q_{1,n}]^T, \\ \mathbf{q}_2 &= [q_{2,1}, q_{2,2}, \dots, q_{2,n}]^T. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Die generalisierten Koordinaten \mathbf{q}_i aus Gleichung 5.29 können in translatorische und rotatorische Freiheitsgrade unterteilt werden, zu denen die Verschiebungen \mathbf{u}_i und die Verdrehungen $\boldsymbol{\theta}_i$

$$\mathbf{q}_i = [u_{i,1}, \theta_{i,1}, \dots, u_{i,\frac{n}{2}}, \theta_{i,\frac{n}{2}}]^T \quad \text{mit } p_i = u_{i,\frac{n}{2}}, \quad i = 1(1)2 \quad (5.28)$$

gehören. Die harmonische Zwangsverschiebung an der Einspannstelle, welche die äußere Erregung des Systems bildet, wird am untersten Knoten eines jeden Teilsystems aufgebracht. An dieser Stelle liegt eine vollständige Behinderung der Verdrehung vor. Diese Randbedingungen führen zum Ausdruck

$$\mathbf{q}_{i,a} = \begin{bmatrix} q_{i,1} \\ q_{i,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{i,1} \\ \theta_{i,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{y} \sin(\Omega t) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i = 1(1)2. \quad (5.29)$$

Eine Partitionierung der Bewegungsgleichungen (5.26) hinsichtlich der durch die Erregung vorgeschriebenen Knotengrößen $\ddot{\mathbf{q}}_{i,a}$, $\dot{\mathbf{q}}_{i,a}$, $\mathbf{q}_{i,a}$ und der unbekanntenen Bewegungsgrößen $\ddot{\mathbf{q}}_{i,b}$, $\dot{\mathbf{q}}_{i,b}$, $\mathbf{q}_{i,b}$ liefert

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{i,aa} & \mathbf{M}_{i,ab} \\ \mathbf{M}_{i,ba} & \mathbf{M}_{i,bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{i,a} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{i,b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{i,aa} & \mathbf{D}_{i,ab} \\ \mathbf{D}_{i,ba} & \mathbf{D}_{i,bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{i,a} \\ \dot{\mathbf{q}}_{i,b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{i,aa} & \mathbf{K}_{i,ab} \\ \mathbf{K}_{i,ba} & \mathbf{K}_{i,bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{i,a} \\ \mathbf{q}_{i,b} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{i,a} \\ \mathbf{F}_{i,b} \end{bmatrix}, \\ i &= 1(1)2. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Die gesuchten Schwingungsantworten $\ddot{\mathbf{q}}_{i,b}$, $\dot{\mathbf{q}}_{i,b}$, $\mathbf{q}_{i,b}$ können nun anhand des aus der zweiten Zeile der Matrixgleichung (5.30) hervorgehenden Ausdrucks

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{i,bb} \ddot{\mathbf{q}}_{i,b} + \mathbf{D}_{i,bb} \dot{\mathbf{q}}_{i,b} + \mathbf{K}_{i,bb} \mathbf{q}_{i,b} &= \mathbf{F}_{i,b} - \mathbf{M}_{i,ba} \ddot{\mathbf{q}}_{i,a} - \mathbf{D}_{i,ba} \dot{\mathbf{q}}_{i,a} - \mathbf{K}_{i,ba} \mathbf{q}_{i,a} , \\ i &= 1(1)2 \end{aligned} \tag{5.31}$$

berechnet werden. Die numerische Zeitintegration der Bewegungsgleichungen (5.31) erfolgt wieder anhand des Standard-NEWMARK-Verfahrens (vgl. Abschnitt 5.1.2) mit einer konstanten Zeitschrittweite $\Delta t = T/1000$. Für die räumliche Diskretisierung wurde jede Lamelle in 20 Elemente gleicher Länge eingeteilt. Beide Diskretisierungsgrößen haben sich im Rahmen einer Konvergenzuntersuchung als hinreichend genau erwiesen. Die im Experiment ermittelten Dämpfungseigenschaften des Materials (siehe Tabelle 5.3) werden in Form einer RAYLEIGH-Dämpfung implementiert. Hierzu werden für die Linearkombination (4.43) die Parameter $\alpha = 0.23$, $\beta = 2.40 \cdot 10^{-4}$ gewählt. Diese enthalten die experimentell bestimmten Werte für die niedrigste Eigenform der beiden Lamellen. Darüber hinaus wird den höheren Schwingungsformen eine stärkere Dämpfung zugeordnet, um den Einfluß der höheren Frequenzen auf die Lösung zu reduzieren, die ohnehin als Folge der Diskretisierung schlechter repräsentiert werden.

Die Kopplung der beiden Teilsysteme, welche durch die beiden Vektorgleichungen (5.31) mit $i=1,2$ beschrieben werden, erfolgt nur im Falle eines auftretenden Kontaktereignisses. Für die Kontaktdiskretisierung wird aus Effizienzgründen eine Zerlegung des linienhaften Kontaktes in eine dichte Reihe von Knoten-Knoten-Kontakten vorgenommen. Mit diesem Vorgehen sind die möglichen Kontaktpartner als n_N Paare jeweils gegenüberliegender Knoten *a priori* bekannt. Der Einfluß der gewählten Kontaktdiskretisierung wird im weiteren noch Gegenstand der Betrachtungen sein.

5.4.4.1 Kontaktbeschreibung mit dem Penalty-Verfahren

Zunächst wird für die numerische Simulation der nichtlinearen Schwingungen eine Kontaktformulierung auf der Basis des Penalty-Verfahrens (vgl. Abschnitt 5.1.4) verwendet. Hauptanliegen ist wiederum die Untersuchung der Sensitivität der berechneten Lösung gegenüber den zu wählenden Regularisierungsparametern. Mit Blick auf den Voraussagecharakter künftiger Simulationsmodelle für das Delaminationsproblem ist ein sehr robustes Verhalten der Kontaktformulierung in Bezug auf die *a priori* nur größenordnungsmäßig abschätzbaren numerischen Parameter unbedingt notwendig.

Zur Beschreibung des aktuellen Kontaktzustandes wird das Konzept der Indexmengen \mathcal{M} aus [79] aufgegriffen und für die hier verwendeten Kontaktbeschreibungen erweitert. Es kann als konsequente Weiterentwicklung der in Abschnitt 5.1.3 diskutierten ‚active set strategy‘ angesehen werden. An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, daß die Nichtlinearität des untersuchten Problems allein durch den Kontaktzustand gegeben ist, also aus numerischer Sicht im fortlaufenden Wechsel der Systemeigenschaften besteht.

Die insgesamt n_N möglichen Kontaktpunkte des Systems, die im vorliegenden Fall mit der Anzahl $\frac{n}{2} - 1$ der Verschiebungsfreiheitsgrade eines Teilsystems korrespondieren, werden in der Indexmenge \mathcal{M}_N zusammengefaßt. Die Indexmenge \mathcal{M}_C erfaßt die zum jeweils betrachteten Zeitpunkt t geschlossenen Kontakte, die der relaxierten Kontaktbedingung

$$g_{N,k_C} = u_{2,k_C} - u_{1,k_C} \leq 0, \quad \forall k_C \in \mathcal{M}_C \quad (5.32)$$

genügen. Der Kontaktzustand des Systems zum Zeitpunkt t läßt sich anhand der Mengen

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_N &= \{1(1)n_N\}, \\ \mathcal{M}_C(t) &= \{k_C \in \mathcal{M}_N \mid g_{N,k_C} \leq 0\}. \end{aligned} \quad (5.33)$$

erfassen. Die Anzahl der Elemente von $\mathcal{M}_C(t)$ ist dabei nicht konstant, sondern hängt vom aktuellen Bindungszustand des Systems ab. Nach jedem Zeitschritt Δt werden für alle in der Indexmenge \mathcal{M}_C enthaltenen Kontaktpunkte die Penalty-Terme in die entsprechenden Systemmatrizen (\mathbf{K}, \mathbf{D}) eingefügt. Gleichzeitig werden für alle nicht mehr enthaltenen Kontaktpunkte die entsprechenden Einträge gelöscht. Allein durch die Penalty-Einträge sind beide Teilsysteme gekoppelt.

Als Benchmark-Problem für die numerische Abbildung des stationären Schwingungsverlaufes wird die im Bild 5.18 [c] dargestellte Bewegungsform gewählt. Hier liegt ein resonanzartiger Zustand für die dicke Lamelle vor. Die daraus resultierende Schwingung kommt den am realen Delaminationsproblem zu erwartenden Verhältnissen sehr nahe. Die Kontaktbeschreibung mittels Penalty-Regularisierung weist auch bei diesem kontinuierlichen System die gleichen Schwachpunkte wie beim zuvor betrachteten Starrkörpersystem auf. Bild 5.22 zeigt, daß auch in diesem Fall die Wahl der Regularisierungsparameter c_k, c_d starken Einfluß auf das berechnete Ergebnis besitzt. Selbst nicht weit entfernt liegende Parameterkombinationen (Bild 5.22 [a], [b]) können zu völlig unterschiedlichen Lösungstypen führen. Wiederum kann nur anhand der experimentellen Referenz aus Bild 5.18 [c] entschieden werden, daß die Parameterkonstellation $c_k = 90000, c_d = 55000$ das korrekte Ergebnis liefert, während die Parameter $c_k = 25000, c_d = 55000$ sogar die Struktur der Lösung verändern.

Für die angestrebte modellgestützte Identifikation für Delaminationsschäden ist die Zuverlässigkeit des zugrundeliegenden numerischen Simulationsmodells von zentraler Bedeutung. Unter diesem Gesichtspunkt wird eine robuste Kontaktformulierung benötigt, die für einen gewissen Parameterbereich zumindest den Erhalt der grundsätzlichen Lösungsstruktur garantiert. Darüber hinaus sind generelle Anhaltspunkte über die Größenordnung der zu wählenden numerischen Parameter erforderlich. Diese Forderungen sind notwendige Voraussetzungen für den anzustrebenden Voraussagecharakter des numerischen Modells.

Eine umfangreiche Parameterstudie (Bild 5.23) aus 1640 Einzelberechnungen liefert die Gewißheit, daß die genannten Forderungen durch eine Kontaktbeschreibung mit dem Penalty-Verfahren nicht erfüllt werden. Die Parameterstudie aus Bild 5.23 offenbart, daß in Abhängigkeit der gewählten Regularisierungsparameter c_k, c_d im wesentlichen zwei unterschiedliche Lösungstypen auftreten, nämlich die beiden im Bild 5.22 dargestellten. Die für die Berechnung von Bild 5.22 gewählten Werte sind in der Para-

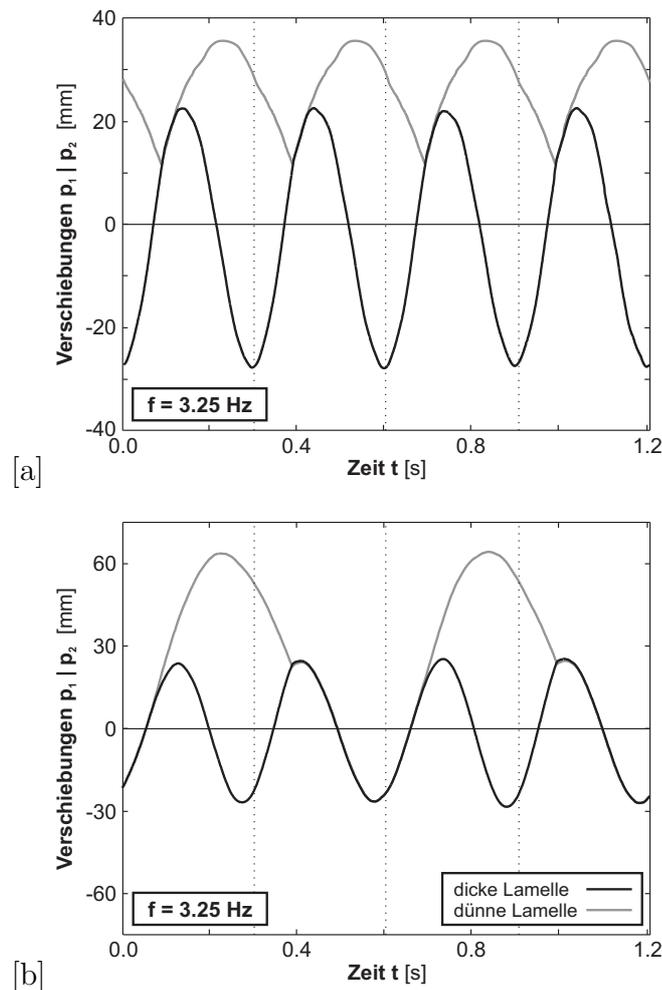


Bild 5.22: Vergleich des berechneten Schwingungsverlaufes ($f = 3.25\text{Hz}$) für unterschiedliche Penalty-Parameter: [a] Typ 1: korrektes Ergebnis ($c_k = 90000$, $c_d = 55000$), [b] Typ 2: falscher Lösungstyp ($c_k = 25000$, $c_d = 55000$).

meterebene durch die Pfeile [a], [b] gekennzeichnet. Ein Blick auf die Parameterebene (Bild 5.23) verdeutlicht, daß in ungefähr der Hälfte der untersuchten Fälle der falsche Lösungstyp (vgl. Bild 5.22 [b]) berechnet wird. Zudem zeigt sich, daß die Struktur des Schwingungstyps 2 (Bild 5.22 [b]) offensichtlich robuster ist, so daß für diese Bewegungsform wesentlich häufiger ein-periodische Bewegungen (markiert mit: \square) auftreten. Die zur korrekten Lösung führenden Parameterkonstellationen (markiert mit: \square) sind nur relativ selten. Wird zusätzlich die Amplitudengröße zur Bewertung des Ergebnisses herangezogen, so ist die Parameterkombination $c_k = 90000$, $c_d = 55000$ (Bild 5.22 [a]) zu favorisieren. Selbst kleinere Veränderungen dieser als optimal zu bezeichnenden Parameter führen bereits zum Verlust der Periodizität der Lösung. Nur Parameterbereiche in unmittelbarer Umgebung der genannten Parameterkombination liefern quasi-periodische Lösungen mit noch zufriedenstellenden Eigenschaften.

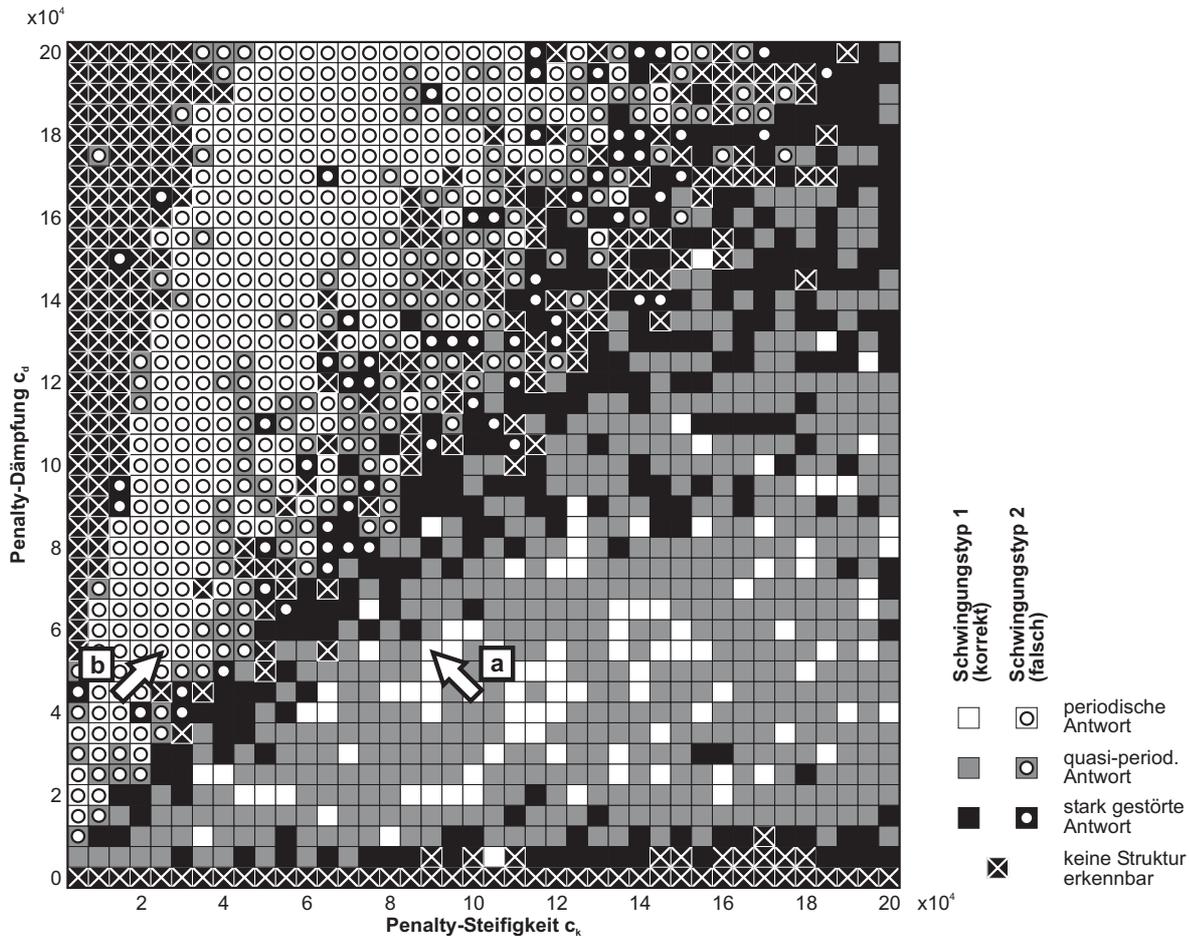


Bild 5.23: Parameterebene für die Struktur der berechneten Lösung ($f = 3.25\text{Hz}$) in Abhängigkeit der Regularisierungsparameter c_k , c_d .

An dieser Stelle wird klar, daß herkömmliche Kontaktelemente auf Basis einer Feder-Dämpfer-Regularisierung für die vorliegende Problemstellung nicht geeignet sind. Der bereits anhand des Starrkörperproblems gewonnene Eindruck hinsichtlich der Sensitivität gegenüber den numerischen Parametern wird durch die ausgiebige Parameterstudie (Bild 5.23) bestätigt. Ohne Vorhandensein einer Referenzlösung, an der die Regularisierungsparameter kalibriert werden können, sind keine zuverlässigen Simulationsergebnisse mit dem Penalty-Verfahren zu erzielen. Im folgenden soll daher eine alternative Möglichkeit zur Beschreibung des dissipativen Stoßkontaktes vorgestellt und untersucht werden.

5.4.4.2 Kontaktbeschreibung durch Kombination von NEWTONschem Stoßgesetz und Penalty-Steiifigkeit

Die experimentell ermittelten Geschwindigkeitsverläufe aus Bild 5.21 belegen den stoßartigen Charakter des betrachteten Kontaktmechanismus. Zur Beschreibung eines Stoßkontaktes hat sich bei den betrachteten Starrkörpersystemen die NEWTONschen

Stoßhypothese bewährt und soll im folgenden für den Knoten-Knoten-Kontakt innerhalb eines Finite-Elemente-Modells eingeführt werden. Die Kontaktdissipation wird hierbei wie gewohnt mit dem Stoßkoeffizienten e erfaßt, dessen Größenordnung experimentell eingegrenzt werden kann (siehe Bild 5.21). Durch die Annahme einer verschwindenden Kontaktdauer können mit dem Stoßgesetz nur Momentankontakte beschrieben werden. Wird also ausschließlich ein Stoßgesetz als Kontaktformulierung implementiert, zerfallen Bewegungsphasen mit anhaltendem Kontakt in eine Sequenz von Einzelstößen. Eine derartige Kontaktbeschreibung wurde in [69], [65] untersucht.

Eine sinnvolle Erweiterung dieser Vorgehensweise stellt die zusätzliche Einführung einer Penalty-Steifigkeit c_k dar, die im Falle eines permanenten Kontaktes [65] wirkt. Eine derartige Kombination der beiden Verfahren (Newtonsches Stoßgesetz, Penalty-Verfahren) ermöglicht sowohl die Beschreibung von Momentankontakten als auch von permanent anhaltenden Kontakten. Die Kontaktdissipation für eine gesamte Kontaktphase wird ausschließlich anhand des zu Beginn erfolgenden Momentanstoßes erfaßt. Die dissipativen Eigenschaften sind damit von der verwendeten Penalty-Steifigkeit entkoppelt.

Bild 5.24 zeigt den schematischen Ablauf der Kontaktbeschreibung anhand der Kombination von Stoßgesetz und Penalty-Steifigkeit.

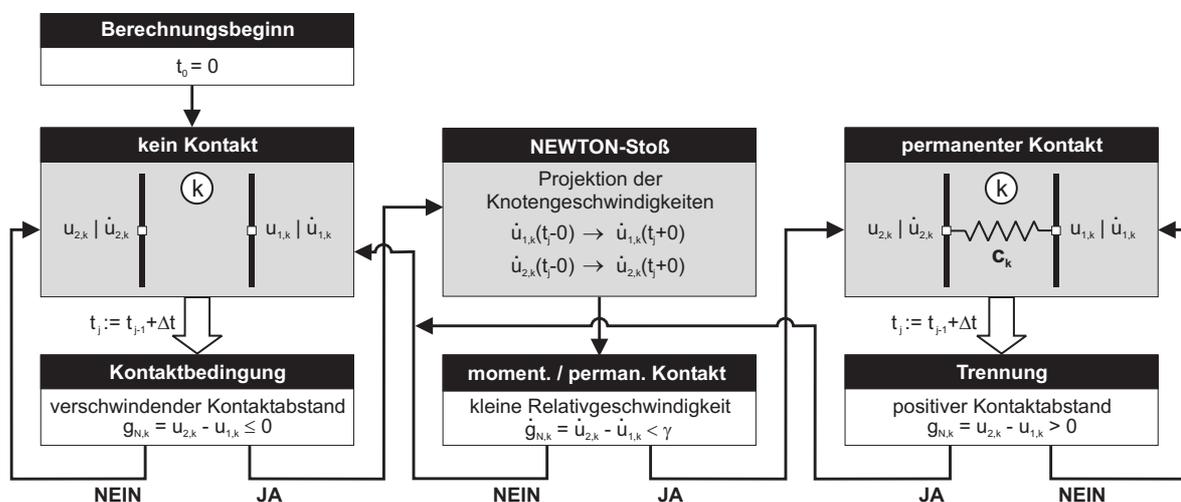


Bild 5.24: Schematischer Ablauf der Kontaktbeschreibung durch Kombination von NEWTONSchem Stoßgesetz und Penalty-Steifigkeit.

Zur Implementierung dieser Kontaktformulierung muß die Erfassung des Kontaktzustandes weiter differenziert werden, so daß die Indexmengen aus Gleichung (5.33) um drei zusätzliche Teilmengen zu erweitern sind:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_N &= \{1(1)n_N\}, \\
\mathcal{M}_C &= \{k_C \in \mathcal{M}_N \mid g_{N,k_C} \leq 0\}, \\
\mathcal{M}_M &= \{k_M \in \mathcal{M}_C \mid \dot{g}_{N,k_M} \geq \gamma \wedge (k_M \notin \mathcal{M}_{P_0}(t_{j-1}) \vee k_M \notin \mathcal{M}_{PP}(t_{j-1}))\}, \\
\mathcal{M}_{P_0} &= \{k_{P_0} \in \mathcal{M}_C \mid \dot{g}_{N,k_{P_0}} < \gamma \wedge k_{P_0} \notin \mathcal{M}_{PP}(t_{j-1})\}, \\
\mathcal{M}_{PP} &= \{k_{PP} \in \mathcal{M}_C \mid k_{PP} \in \mathcal{M}_{P_0}(t_{j-1}) \vee k_{PP} \in \mathcal{M}_{PP}(t_{j-1})\}
\end{aligned}$$

\mathcal{M}_N : mögliche Kontaktpunkte (mit n_N Elementen) ,
 \mathcal{M}_C : aktuell geschlossene Kontakte (mit n_C Elementen) ,
mit \mathcal{M}_M : Momentankontakt (mit n_M Elementen) ,
 \mathcal{M}_{P_0} : Beginn eines permanenten Kontaktes (mit n_{P_0} Elementen) ,
 \mathcal{M}_{PP} : andauernder permanenter Kontakt (mit n_{PP} Elementen) .

(5.34)

Hierbei ist nur die Indexmenge \mathcal{M}_N , welche die Indizes aller möglichen Kontaktpunkte enthält, zeitinvariant. Die übrigen Indexmengen repräsentieren den jeweils zum Zeitpunkt t_j gültigen Kontaktzustand des Systems. Für die Indexmengen \mathcal{M}_M , \mathcal{M}_{P_0} , die einen NEWTONSchen Stoß nach sich ziehen, ist neben den in Gleichung (5.34) angegebenen Bedingungen sicherzustellen, daß vor dem Stoß keine positive Relativgeschwindigkeit der Kontaktpunkte $\dot{\mathbf{g}}_N$ vorliegt. Derartige Stoßkonfigurationen würden zu dem im Abschnitt 3.3.2 beschriebenen strukturellen Fehler bei der Auswertung des Stoßgesetzes (5.35) führen.

Die Bedingung für das Auftreten eines Kontaktes ($g_{N,k_C} \leq 0$) bleibt gegenüber Gleichung (5.32) für das Penalty-Verfahren unverändert. Auf alle in den Indexmengen \mathcal{M}_M , \mathcal{M}_{P_0} enthaltenen Knotenpunktpaare wird das NEWTONSche Stoßgesetz angewendet. An dieser Stelle bleibt anzumerken, daß der allgemein gehaltene Zugang der Gleichungen (5.34) natürlich auch die Verwendung jeder anderen Projektionsvorschrift gestattet. Die zum NEWTONSchen Stoßgesetz gehörenden Projektionsvorschriften für die translatorischen Knotengeschwindigkeiten der n_C , n_{P_0} Stoßkontaktpaare können aus den Gleichungen (3.7) für zwei stoßende Punktmassen in die Vektorgleichungen

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{u}}_1^{(t_j)}(t_j+0) &= \dot{\mathbf{u}}_1^{(t_j)}(t_j-0) + (\mathbf{I} + \mathbf{e}^{(t_j)}) \mathbf{M}_2^{(t_j)} \left(\mathbf{M}_1^{(t_j)} + \mathbf{M}_2^{(t_j)} \right)^{-1} \dot{\mathbf{g}}_N^{(t_j)}(t_j-0), \\
\dot{\mathbf{u}}_2^{(t_j)}(t_j+0) &= \dot{\mathbf{u}}_2^{(t_j)}(t_j-0) - (\mathbf{I} + \mathbf{e}^{(t_j)}) \mathbf{M}_1^{(t_j)} \left(\mathbf{M}_1^{(t_j)} + \mathbf{M}_2^{(t_j)} \right)^{-1} \dot{\mathbf{g}}_N^{(t_j)}(t_j-0)
\end{aligned}$$

(5.35)

mit

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_i^{(t_j)} &= \text{diag}([\bar{m}_{i,kk}]) , \\
\dot{\mathbf{u}}_i^{(t_j)} &= [\dot{u}_{i,k}] , \\
\dot{\mathbf{g}}_N^{(t_j)} &= [\dot{g}_{N,k}] , \\
\mathbf{e}^{(t_j)} &= \text{diag}([e_k]) ,
\end{aligned}
\quad i = 1(1)2, \forall k \in \mathcal{M}_M(t_j) \vee \mathcal{M}_{P_0}(t_j)$$

(5.36)

überführt werden. Hierbei bezeichnen $\bar{m}_{1,kk}$, $\bar{m}_{2,kk}$ die Massen der n_C , n_{P_0} Knotenpaare, die zum Zeitpunkt t_j einem Stoßkontakt unterliegen und die Eigenschaften des jeweiligen Querschnitts repräsentieren. Die Größe dieser Massen kann hier näherungsweise

aus den zu den entsprechenden translatorischen Freiheitsgraden gehörenden Einträgen der diagonalisierten Massenmatrizen $\bar{\mathbf{M}}_i$ ermittelt werden. Die Vektoren $\dot{\mathbf{u}}_i^{(t_j)}$ enthalten die zum Zeitpunkt t_j zu projizierenden Knotengeschwindigkeiten und der Vektor $\dot{\mathbf{g}}_N^{(t_j)}$ die zugehörigen Relativgeschwindigkeiten dieser Knotenpaare. Die Diagonalmatrix \mathbf{e} erfaßt die Stoßkoeffizienten e_k der n_C, n_{P0} Kontaktpartner, denen im allgemeinen Fall durchaus unterschiedliche Werte e_k zugeordnet werden können. Im folgenden soll jedoch ein konstanter Wert e für alle möglichen Kontaktpaare angenommen werden, der sich anhand des Geschwindigkeitsverlaufes aus Bild 5.21 mit $e = 0.1$ abschätzen läßt. Während des Momentankontaktes bleiben entsprechend der Annahmen des Stoßgesetzes die Positionen der Kontaktknoten unverändert. Es gilt

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1^{(t_j)}(t_j+0) &= \mathbf{u}_1^{(t_j)}(t_j-0), \\ \mathbf{u}_2^{(t_j)}(t_j+0) &= \mathbf{u}_2^{(t_j)}(t_j-0). \end{aligned} \quad (5.37)$$

Eine verschwindende translatorische Relativgeschwindigkeit nach dem initialen Stoßkontakt ist die Voraussetzung für einen anhaltenden Kontaktzustand zwischen zwei Knoten. Alle Kontaktpaare die diese Bedingung zum Zeitpunkt t_j erfüllen, sind in der Indexmenge \mathcal{M}_{P0} abgelegt. Genau wie im Falle der semi-analytischen Berechnung der zuvor betrachteten Starrkörpersysteme (vgl. Abschnitt 4.2) soll eine kleine Schranke γ der Relativgeschwindigkeit eingeführt werden, die den Übergang einer Stoßfolge in eine gemeinsame Bewegung steuert. Der Einfluß dieses Parameters wurde bereits in Abschnitt 4.2.4 untersucht. Die gelockerte Zustandsbedingung für den Beginn eines permanenten Kontaktes lautet somit

$$\dot{g}_{N,k_{P0}} = \dot{u}_{2,k_{P0}} - \dot{u}_{1,k_{P0}} < \gamma, \quad \forall k_{P0} \in \mathcal{M}_{P0}, \quad \gamma \ll 1 \quad (5.38)$$

und bedeutet die Einführung einer Penalty-Steifigkeit c_k für alle in \mathcal{M}_{P0} enthaltenen Elemente:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{k}_{P0}}(t^{(j)}+0) = \mathbf{K}_{\mathbf{k}_{P0}}(t^{(j)}-0) + \begin{bmatrix} +c_k & -c_k \\ -c_k & +c_k \end{bmatrix}, \quad \forall k_{P0} \in \mathcal{M}_{P0}. \quad (5.39)$$

Hierin bezeichnet $\mathbf{K}_{\mathbf{k}_{P0}}$ die Steifigkeitsmatrix, die den entsprechenden Kontaktknotenpaaren $k_{P0} \in \mathcal{M}_{P0}$ zuzuordnen ist und die als Submatrix aus der Systemsteifigkeitsmatrix \mathbf{K} des Gesamtsystems hervorgeht,

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_2 \end{bmatrix}, \quad (5.40)$$

indem beide Teilsysteme zusammengefaßt werden. An dieser Stelle wird anschaulich klar, daß eine Kopplung der Teilsysteme auf der Ebene der Systemsteifigkeitsmatrix nur stattfindet, falls permanente Kontakte vorliegen. Alle anderen Interaktionen werden ausschließlich durch die Momentanstoße erzielt, die sich nicht auf der Ebene der Systemmatrizen wiederfinden. Letztere Tatsache ist insbesondere für die implizite Zeintegration vorteilhaft (vgl. Abschnitt 5.1.2), da sich die effektive Steifigkeitsmatrix in diesem Fall nicht ändert.

Die Kontaktsteifigkeit c_k bleibt für die entsprechenden Kontaktpaare $k_{PP} \in \mathcal{M}_{PP}$ solange im System, bis die Bedingung für die Auflösung des permanenten Kontaktes

$$g_{N,k} = u_{2,k} - u_{1,k} > 0, \quad k \in \mathcal{M}_{PP} \quad (5.41)$$

erfüllt ist. Diese Bedingung wird für alle in \mathcal{M}_{PP} enthaltenen Kontaktpaare überprüft. Die Indexmenge \mathcal{M}_{PP} besteht dabei aus den Kontaktpunkten, für die bereits im vorhergehenden Zeitpunkt t_{j-1} ein anhaltender Kontakt ermittelt wurde. Trotz der Tatsache, daß diese Punkte die Kontaktbedingung (5.32) erfüllen, darf kein Momentanstoß erfolgen, da der Kontakt bereits mindestens einen Zeitschritt lang besteht.

Im folgenden soll der beschriebene Kontaktalgorithmus für die numerische Simulation verschiedener Schwingungsformen eingesetzt werden, deren experimentell ermittelte Verschiebungsverläufe bereits aus den Bildern 5.18 [b]-[d] bekannt sind.

Alle physikalischen Größen entsprechen den experimentellen Vorgaben. Die räumliche und zeitliche Diskretisierung bleibt gegenüber den Berechnungen unter Verwendung des Penalty-Verfahrens (Abschnitt 5.4.4.1) unverändert. Der maßgebliche Kontaktparameter e wird mit der konstanten Größe von 0.1 eingeführt. Zusätzlich sind zwei weitere Parameter c_k, γ zu wählen, die jedoch gegenüber dem Stoßkoeffizienten e nur untergeordnete Bedeutung besitzen, wie im weiteren gezeigt wird. Die Penalty-Steifigkeit wird mit $c_k = 100$ fest gewählt. Die Größenordnung für diesen Wert kann von derjenigen im herkömmlichen Penalty-Verfahren abweichen, da der Parameter keine physikalische Größe darstellt, sondern von der lokalen Bewegung im Kontaktbereich abhängt. Bei der hier gewählten Kontaktformulierung wird die Penalty-Steifigkeit nur im Anschluß an den zuvor ausgeführten Stoßkontakt eingesetzt, so daß mit Blick auf den stark dissipativen Charakter des Stoßes kleine Penalty-Parameter ausreichend sind, um übermäßige Eindringungen zwischen den Kontaktknoten zu verhindern. Die Schranke γ für die Relativgeschwindigkeit muß heuristisch gewählt werden. Für die folgenden Berechnungen wird ein Wert $\gamma = 5 \cdot 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ gewählt, der im Bereich eines Tausendstels der extremalen Relativgeschwindigkeit liegt. Zusätzliche Berechnungen, die an dieser Stelle nicht im einzelnen aufgeführt werden sollen, zeigen einen robusten Charakter des Parameters γ für das betrachtete System. Hierbei ist offensichtlich, daß die Wahl größerer Werte für γ häufiger zur Annahme einer gemeinsamen Bewegung führen, die dann zumindest während eines Zeitschrittes Δt andauert. Eine solche Änderung des Kontaktablaufes verursacht in der Regel nur geringe Abweichungen zu einem tatsächlich momentanen Stoß.

Eine gute Vergleichsmöglichkeit zwischen numerischer Simulation und den experimentellen Ergebnissen im Hinblick auf die Abbildung des globalen Bewegungsablaufes bietet die Betrachtung des Betriebsschwingungsverlaufes. Hierzu stellt Bild 5.25 anhand von jeweils sechs zeitlich äquidistanten Verformungsplots den Schwingungsvorgang während einer stationären Erregerperiode T dar. Es zeigt sich, daß der globale Bewegungsablauf durch die numerische Simulation (Bild 5.25 [a]) exzellent erfaßt wird. Das zyklische Öffnen und Schließen der Fuge, welches mit einer kontinuierlichen Ausbildung des Kontaktzustandes verbunden ist, wird offensichtlich im Modell hervorragend repräsentiert, so daß kaum Unterschiede zwischen dem experimentellen und dem numerischen Schwingungsablauf (Bild 5.25) erkennbar sind. Die grundsätzliche Tauglichkeit der entwickelten Kontaktbeschreibung für die Simulation stationärer Schwingungen mit stoßartigen Linienkontakten ist damit belegt.

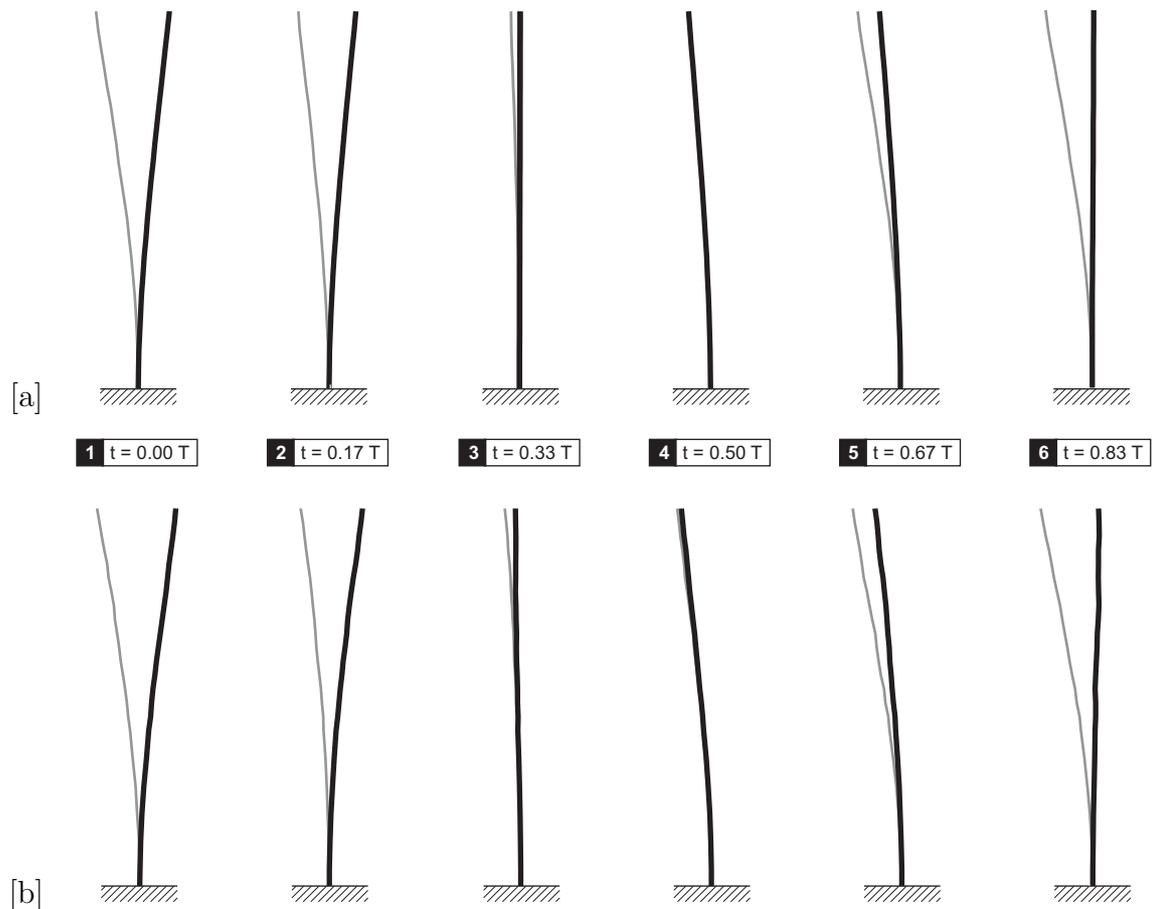


Bild 5.25: Betriebsschwingungsverlauf $f = 3.25\text{Hz}$ während einer Erregerperiode T der stationären Bewegung: [a] Simulationsergebnis, [b] experimentelles Ergebnis.

Für einen detaillierten Vergleich wird der Blick nun auf die Schwingungsantworten an den freien Enden der beiden Lamellen gerichtet. Bild 5.26 stellt die Verschiebungsverläufe und die Phasenportraits der stationären Bewegungen des Experimentes (siehe Bild 5.18) den Simulationsergebnissen gegenüber. Jede Phasenkurve basiert auf einem Zeitintervall von 10 Erregerperioden. Die Verschiebungsverläufe sind jeweils für die Zeitspanne von 4 Erregerperioden dargestellt.

In allen Fällen wird eine sehr gute Übereinstimmung der numerischen Resultate mit den experimentellen Verläufen erzielt. Dies betrifft sowohl die Gestalt als auch die Amplituden der jeweiligen Schwingungsform. Insbesondere die Verschiebungsverläufe werden sehr genau durch die numerische Simulation wiedergegeben. Die Phasenportraits zeigen für alle dargestellten Fälle eine orbital stabile Struktur der numerischen Lösung. Bemerkenswert ist vor allem die Tatsache, daß für alle, durchaus sehr unterschiedlichen Schwingungsformen die gleichen Kontaktparameter e , c_k , γ zum korrekten Ergebnis führen.

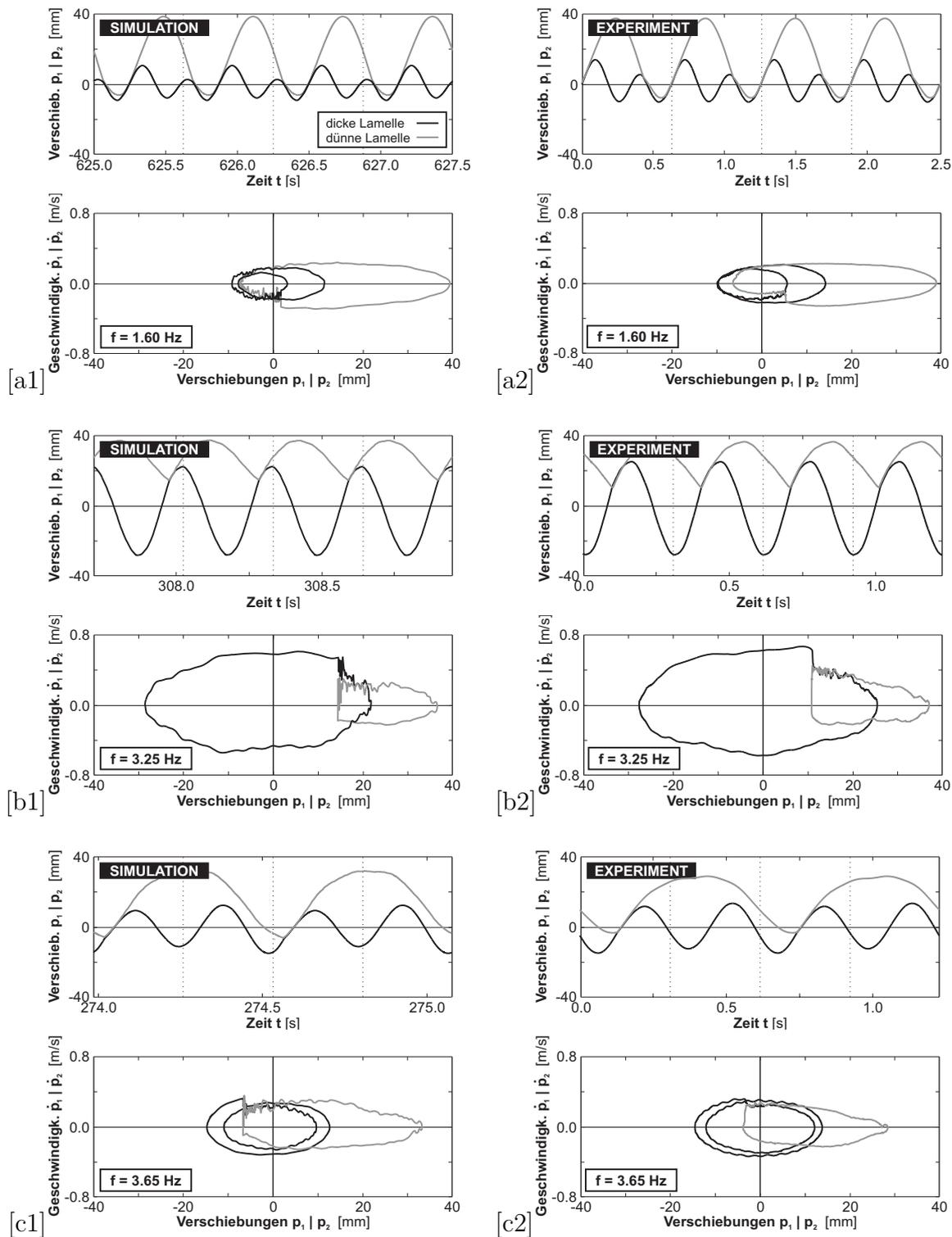


Bild 5.26: Verschiebungsverläufe und Phasenportraits der stationären Bewegung der beiden Lamellen für verschiedene Erregerfrequenzen f , [a1]-[c1] numerische Resultate, [a2]-[c2] experimentelle Resultate.

Gegenüber der Kontaktvariante die lediglich ein Stoßgesetz verwendet und auf die Einführung einer Penalty-Steifigkeit verzichtet [65], [69], kann eine deutliche Glättung der Verläufe im Bereich des Kontaktes verzeichnet werden.

Eine weitere Glättung des Kontaktverlaufes darf von einer feineren räumlichen Diskretisierung des Kontaktbereiches erwartet werden. Diese Vermutung wird durch eine

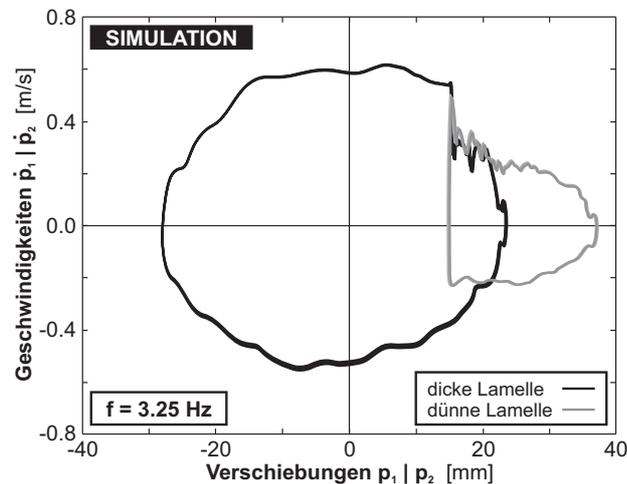


Bild 5.27: Phasenportrait der stationären Bewegung der beiden Lamellen für eine Diskretisierung mit 50 Elementen je Lamelle ($f = 3.25\text{Hz}$).

zusätzliche Berechnung gestützt, die exemplarisch für den Fall einer Erregerfrequenz $f = 3.25\text{Hz}$ durchgeführt wurde. Alle anderen physikalischen und numerischen Parameter bleiben konstant. Eine Diskretisierung mit jeweils 50 Elementen pro Lamelle beinhaltet eine höhere räumliche Dichte der Kontaktpunkte und führt, wie Bild 5.27 anhand des Phasenportraits zeigt, durch die offensichtliche Reduzierung höherfrequenter Anteile zu einer Glättung der Schwingungsverläufe. Für diese, häufig unbedeutenden Glättungseffekte ist allerdings eine deutlich gestiegene Rechenzeit in Kauf zu nehmen, so daß die zuvor gewählte Diskretisierung mit 20 Elementen für jede Lamelle als guter Kompromiß zwischen Genauigkeit und Effizienz zu betrachten ist.

Wie sich bereits angedeutet hat, besitzt die diskutierte Kontaktbeschreibung eine bemerkenswerte Robustheit bezüglich der Wahl der Parameter e , c_k . Eine Parameterebene, die in Abhängigkeit der beiden Größen die erhaltenen Schwingungsantworten für eine feste Erregerfrequenz $f = 3.25\text{Hz}$ hinsichtlich ihrer Lösungsstruktur bewertet, bestätigt das robuste Verhalten der Kontaktformulierung (Bild 5.28). In einem deutlichen Umkreis zu den bisher gewählten Parametern $e = 0.1$, $c_k = 100$ (markiert durch Pfeil) treten ausschließlich korrekte Lösungstypen auf. Insgesamt bleibt bis auf wenige Ausnahmen zumindest der Grundtyp der Lösung (ein Stoßkontakt in einer Erregerperiode) immer erhalten. Die schlechtesten Ergebnisse werden bei der Wahl von sehr hohen Stoßkoeffizienten e erhalten, die anhand der bisherigen Untersuchungen (z.B. Bild 5.21) ohnehin auszuschließen sind. Ein derart robustes Verhalten kann keinesfalls von der zuvor betrachteten Feder-Dämpfer-Regularisierung erwartet werden (vgl. Bild 5.23).

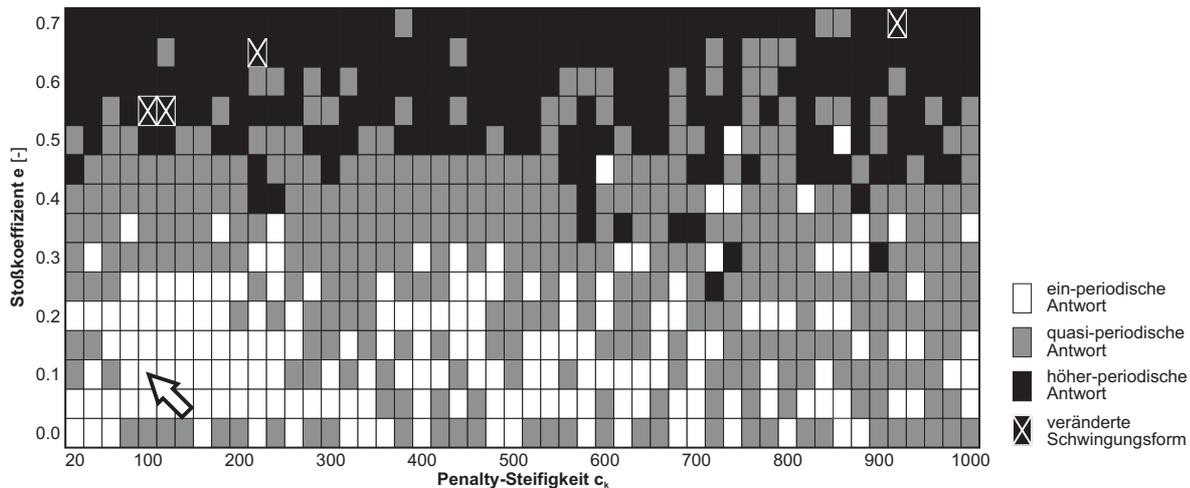


Bild 5.28: Parameterebene für die Struktur der berechneten Lösung ($f = 3.25\text{Hz}$) in Abhängigkeit der Parameter e , c_k .

Eine weitere Auffälligkeit beinhaltet die gut erkennbare horizontale Bandstruktur der Parameterebene (Bild 5.28). Sie verdeutlicht indirekt den unterschiedlich starken Einfluß der beiden Parameter e und c_k auf den berechneten Lösungstyp. Während der Stoßkoeffizient e im betrachteten Parameterbereich die Lösungsstruktur maßgeblich prägt, besitzt die gewählte Penalty-StEIFigkeit c_k nur begrenzten Einfluß. Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß von den drei zu wählenden Parametern e , c_k , γ der Stoßkoeffizient eine dominante Rolle einnimmt, wobei seine Größe anhand experimenteller Untersuchungen eingegrenzt werden kann.

Die nachfolgende Übersicht faßt die wichtigsten verfahrensbedingten Eigenschaften der entwickelten Kontaktbeschreibung aus Stoßgesetz und Penalty-StEIFigkeit zusammen und vergleicht diese Formulierung mit der zuvor untersuchten Penalty-Regularisierung.

5.4.5 Schlußfolgerungen

Die betrachtete Struktur aus zwei elastischen Aluminiumlamellen stellt eine realistische Modellsituation für ein Delaminationsproblem dar. Die linienförmigen, stoßartigen Kontakte mit einer sich kontinuierlich entwickelnden Kontaktzone dominieren das Schwingungsverhalten des untersuchten Systems. Selbst in dem betrachteten engen Fenster der Erregerfrequenzen kann wiederum die für Stoßsysteme typische Vielfalt verschiedener Schwingungsformen beobachtet werden. Neben ein-periodischen Antworten zeigte das kontinuierliche und durch die Stöße stark gedämpfte System auch verzweigte Schwingungsformen, welche bislang nur für Punktkontakte untersucht wurden.

Zwei Grundlagenexperimente hinsichtlich der Eigenschaften von Querstoßkontakten bei Balkenstrukturen liefern wichtige Anhaltspunkte zum Verständnis dieses speziellen Kontakttyps, insbesondere hinsichtlich der stark ausgeprägten Kontaktdissipation. Darüber hinaus konnte nachgewiesen werden, daß der Stoßkontakt eine verschwindende Kontaktdauer im Vergleich zum Zeitmaßstab der zugehörigen Schwingung einnimmt.

Tabelle 5.4: Vergleich des entwickelten Verfahrens aus Stoßgesetz und Penalty-Steifigkeit mit der Penalty-Regularisierung.

	Kombination von Stoßgesetz und Penalty-Feder	Penalty-Regularisierung
Anzahl der Freiheitsgrade	konstant	konstant
zu wählende Parameter	e, c_k, γ : Hauptparameter e kann im Experiment größenordnungsmäßig bestimmt werden, übrige Parameter besitzen nur untergeordneten Einfluß	c_k, c_d : Parameter sind nicht experimentell bestimmbar und müssen für jeden Bewegungstyp separat kalibriert werden
Erfassung der Kontakt-dämpfung	Stoßkoeffizient e	Penalty-Dämpfer c_d : Kontaktsteifigkeit und -dämpfung sind gekoppelt
Robustheit der Kontaktbeschreibung	geringe Sensitivität der berechneten Lösung in weiten Parameterbereichen	hohe Sensitivität der berechneten Lösung, selbst bei kleinen Parameteränderungen
erfaßbare Kontakt-zustände	getrennte Bewegung, Momentankontakt, permanenter Kontakt	getrennte Bewegung, permanenter Kontakt
Indikator-funktionen	Steuerung durch Überwachung von Relativverschiebung und -geschwindigkeit	Steuerung ausschließlich durch Überwachung der Relativverschiebung

Diese Ergebnisse führen zur Überlegung die NEWTONSche Stoßhypothese als Teil einer Kontaktbeschreibung bei der numerischen Simulation einzusetzen. Nachdem das herkömmliche Penalty-Verfahren wegen seiner extrem hohen Parametersensitivität für die Abbildung des betrachteten Kontakttyps ausscheidet, bietet ein hybrider Ansatz aus einem Projektionsverfahren auf der Basis des NEWTONSchen Stoßes und einer Penalty-Steifigkeit eine vielversprechende Alternative. Die zahlreichen Berechnungen dokumentieren die Robustheit des vorgeschlagenen Verfahrens in Bezug auf die zu wählenden Parameter. Selbst bei drei völlig unterschiedlichen Bewegungsformen konnte mit einem unveränderten Parametersatz jeweils die korrekte Lösung berechnet werden.

In diesem Zusammenhang ist zu erwarten, daß die beim zu untersuchenden Delaminationsproblem angestrebten Schwingungsformen mit einer Kontaktphase in jeder Erregerperiode, jeweils ähnliche numerische Parameter erfordern. Nach einer einmaligen Kalibrierung des Kontaktmodells wäre damit der Vorhersagecharakter der numerischen Simulation gewährleistet.

5.5 Simulationsmodelle für stationäre Schwingungen delaminierter Balkenstrukturen

Als Modellproblem für Schwingungen delaminierter Strukturen wurde im Abschnitt 2.5.2 ein gerader Balken mit mittiger Delamination vorgestellt. Dieses Delaminationsszenario diente als Benchmarksituation für die Entwicklung zuverlässiger und effizienter numerischer Simulationsmodelle. Experimentelle Untersuchungen an einer entsprechenden realen Balkenstruktur werden im Kapitel 6 ausführlich beschrieben, so daß anhand der experimentellen Daten eine Vergleichsmöglichkeit vorliegt, um die Simulationsmodelle zu kalibrieren und deren Zuverlässigkeit zu überprüfen.

Modellierungsstrategie.

Um eine spätere Anwendung des Identifikationsverfahrens (Kapitel 7) auf reale Delaminationsprobleme zu erleichtern, wurde zunächst die Strategie verfolgt, kommerzielle FE-Software als Grundlage für die numerische Simulation zu verwenden. Im folgenden sollen nur die wesentlichen Ergebnisse und Schwierigkeiten in aller Kürze wiedergegeben werden. Weitere Details sind zum Beispiel in [66] nachzulesen.

Auswahl eines Programmpakets.

Das grundsätzliche Problem bei der Verwendung kommerzieller Softwarepakete liegt in der Tatsache, daß die Auslegung des Simulationsmodells an die im jeweiligen Programmsystem implementierten Möglichkeiten gebunden ist. Die Auswahl eines geeigneten FE-Softwarepakets wird von zwei wesentlichen Aspekten bestimmt. Zum einen muß die Voraussetzung für eine effiziente Zeitintegration gegeben sein und zum anderen die grundsätzliche Möglichkeit existieren, den beim betrachteten Problemkreis auftretenden speziellen Kontakttyp (siehe Abschnitt 5.4) zuverlässig abzubilden.

Zwei bekannte kommerzielle FE-Programmsysteme wurden für einen Berechnungstest ausgewählt: LS-DYNA [32], [33], [85], welches eine Vielzahl von Möglichkeiten der Berechnungssteuerung im Rahmen einer expliziten Zeitintegration bietet und ANSYS [87] mit einem impliziten NEWMARK-Zeitintegrationsschema (vgl. Abschnitt 5.1.2).

Ziel der numerischen Simulation ist die Berechnung stationärer Schwingungsantworten. Dies bedeutet eine Langzeitintegration über viele Erregerperioden, bis zum Abklingen der transienten Effekte aus dem Einschwingvorgang. Das zu betrachtende nicht-glatte dynamische System erfordert die genaue Erfassung der Zustandsübergänge des Systems (siehe Abschnitt 3.2.2). Der Einsatz kommerzieller Softwarepakete schließt in der Regel eine adaptive Anpassung der Zeitschrittweite im Sinne einer Nachiteration (vgl. Abschnitt 3.2.3) aus. Bei Verwendung konstanter Zeitschrittweiten mit der bei impliziten Verfahren üblichen Größe werden die Zustandsübergänge nur sehr ungenau erfaßt, so daß große permanente numerische Störungen auf das System einwirken. Hinreichend kleine Zeitschritte führen zu einem immensen numerischen Aufwand, so daß der Vorteil impliziter Verfahren – die mögliche Wahl großer Zeitschritte – bei der vorliegenden Problemklasse nicht gegeben ist. Unter diesem Gesichtspunkt ist beim Einsatz kommerzieller Software einer expliziten Zeitintegration der Vorrang zu geben. Beim Vergleich der Berechnungszeiten erwies sich das Programmpaket LS-DYNA er-

wartungsgemäß wesentlich effizienter als eine Berechnung mit ANSYS. Daneben tritt bei letzterem Paket das Problem auf, daß keine Ausgabe der Knotengeschwindigkeiten vorgesehen ist. Die für eine Konstruktion von Phasenkurven benötigten Geschwindigkeiten können lediglich anhand einer numerischen Differentiation nachträglich berechnet werden, was die Möglichkeit zusätzlicher numerischer Fehler nicht ausschließt. Aus den genannten Gründen wurde nach Abschluß dieser Voruntersuchungen ausschließlich das Programmpaket LS-DYNA für die weiteren Berechnungen verwendet.

Numerische Simulation mit LS-DYNA.

Für die numerische Simulation des Schwingungsverhaltens des betrachteten Benchmarkproblems eines delaminierten Balkens (Bild 2.4) wird als Strukturabbildung ein zweidimensionales Modell für einen ebenen Spannungszustand verwendet. Bild 5.29 zeigt das hierfür eingesetzte Elementnetz, welches aus 582 Scheibenelementen besteht. Der Kontaktbereich wird durch 56 ‚master‘-Elemente am Restquerschnitt und durch 224 ‚slave‘-Elemente an der delaminierten Schicht abgebildet. Für weitere Details über das verwendete Modell sei wiederum auf [66] verwiesen.

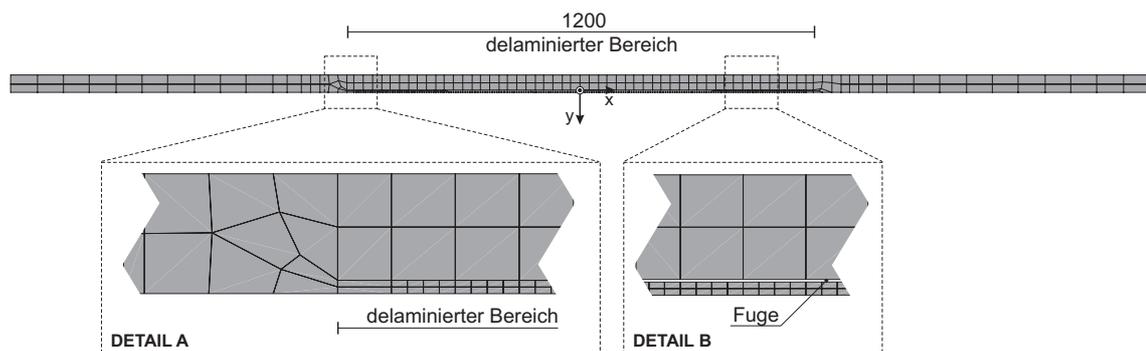


Bild 5.29: Simulationsmodell bei der Verwendung des Programmpaketes LS-DYNA.

Eine grundsätzliche Schwierigkeit ist mit der Tatsache verbunden, daß für die Simulation des dissipativen, stoßartigen Linienkontaktes auf die herkömmliche Penalty-Kontaktformulierung² zurückgegriffen werden muß, welche vom Programmpaket bereitgestellt wird. Das im vorangegangenen Abschnitt geschilderte Problem der Parameterwahl sowie die außerordentlich hohe Parametersensitivität tritt auch in diesem Fall hervor. Neben den beiden Parametern zur Steuerung der Kontaktregularisierung sind noch weitere numerische Größen zu wählen. Es ist bekannt, daß die numerische Lösung von Differentialgleichungssystemen zu Fehlern führt (vgl. Abschnitt 5.1), deren Größe insbesondere bei den höheren Frequenzen mit der Zeit stark anwachsen kann. Diese Tatsache erfordert häufig die Einführung einer künstlichen Dämpfung zur Stabilisierung der numerischen Lösung, vor allem bei einer Langzeitintegration. Eine solche Dämpfungseigenschaft kann recht unkompliziert durch die Implementierung einer RAYLEIGH-Dämpfung gesteuert werden. Die zugehörigen Dämpfungsparameter α , β (siehe

² Alternativ kann gegebenenfalls ein sogenannter ‚kinematic constraint‘-Kontakt genutzt werden [33].

Gleichung (4.43)) sind sehr sorgfältig zu wählen, insbesondere falls Geschwindigkeiten als Ergebnisse dienen sollen. Eine ungeeignete Wahl kann einerseits zur Entstehung ‚künstlich generierter‘ Schwingungsphänomene führen oder andererseits die wesentlichen mechanischen Effekte ‚wegdämpfen‘. Daneben ist als weiterer numerischer Parameter die Größe der Zeitschrittweite festzulegen, die jedoch in allen Fällen unter der Grenze für die numerische Stabilität des Integrationsverfahrens bleiben muß.

Zusammenfassend bleibt also festzuhalten, daß fünf numerische Parameter für die Simulation zu wählen sind. Diese müssen offensichtlich sukzessive anhand einer experimentellen Referenz kalibriert werden (vgl. [66]), um aus der Vielzahl möglicher Schwingungsformen ein zufriedenstellendes Resultat zu erzielen. In diesem Zusammenhang zeigte sich, daß beim gewählten Simulationsmodell die Form der Delaminationsfuge quantitativen Einfluß auf die berechneten Schwingungsantworten besitzt und somit in diesem Fall als zusätzlicher Parameter zu betrachten ist. Mit den derart kalibrierten numerischen Parametern kann das Schwingungsverhalten in der numerischen Simulation im Rahmen der angestrebten Genauigkeit sowohl in qualitativer als auch quantitativer Hinsicht korrekt wiedergegeben werden.

Im Hinblick auf die Verwendung des vorgestellten Simulationsmodells für das zu entwickelnde modellbasierte Identifikationsverfahren verbleiben dennoch zwei wesentliche Probleme. Zum einen muß die Modellzuverlässigkeit kritisch betrachtet werden, da geeignete Regularisierungsparameter für den Penalty-Kontakt nur in einem sehr engen Parameterfenster zu finden (vgl. Bild 5.23) und möglicherweise nicht für alle zu berechnenden Schwingungsformen gültig sind. Zum anderen ist trotz der sehr effizient ablaufenden expliziten Zeitintegration ein erheblicher Rechenzeitbedarf (einige Stunden pro Berechnungslauf auf einem leistungsfähigen PC-Linux-System) zu verzeichnen. Die angestrebte Vorgehensweise zur Schadensidentifikation auf der Basis einer Iteration mittels ‚model update‘-Strategie (vgl. Kapitel 7) erfordert für jede Schadensprognose in der Regel über 100 Einzelberechnungsläufe, so daß in diesem Zusammenhang die hier erzielten Rechenzeiten unakzeptabel hoch erscheinen.

Numerische Simulation anhand eines speziell entwickelten Programmsystems.

Um die genannten Schwierigkeiten zu überwinden, verbleibt nur die Möglichkeit ein problemangepaßtes Programmsystem zu entwickeln, das ein sehr effizientes Simulationsmodell beinhaltet. Wird dieser Weg beschritten, so liegt für die Untersuchung delaminierter Balkenstrukturen die Weiterentwicklung des im Abschnitt 5.4 verwendeten Strukturmodells auf der Basis von Balkenelementen nahe. Hieraus ergeben sich drei wesentliche Vorteile:

- (1) Die entwickelte Kontaktbeschreibung unter Kombination von Stoßgesetz und Penalty-Steifigkeit zeigt eine beeindruckende Robustheit bei der Parameterwahl und führt zu zuverlässigen Simulationsergebnissen. Die Größe des Hauptparameters, der Stoßkoeffizienten e , ist zudem größenordnungsmäßig aus den experimentellen Untersuchungen bekannt.
- (2) Die Kombination eines impliziten Zeitintegrationsverfahrens mit einer Nachiteration der Zustandsübergänge liefert in vielen Fällen eine problemangepaßte und damit außerordentlich effiziente Zeitintegration.

- (3) Das eigens entwickelte Programmsystem kann extern durch den übergeordneten Identifikationsalgorithmus kontrolliert werden, so daß die erforderliche schrittweise Modellanpassung algorithmisch gesteuert ablaufen kann.

Die programmtechnische Umsetzung des Simulationsansatzes erfolgt unter Verwendung der MATLAB-Umgebung. Nach einer Compilierung der MATLAB-Scripte lassen sich bei der gewählten Diskretisierung (vgl. Abschnitt 7.4.1) Rechenzeiten von ca. $12min$ (abhängig von der Anzahl auftretender Kontakte) für einen einzelnen Rechenlauf erzielen, die im Rahmen des für die Schadensidentifikation zu erwartenden Gesamtrechenbedarfes vertretbar erscheinen.

Eine detaillierte Beschreibung dieses Strukturmodells sowie der Nachweis seiner Tauglichkeit als zuverlässige Simulationsgrundlage werden im Zuge der Entwicklung eines modellbasierten Identifikationsverfahrens im Kapitel 7 weiter ausgeführt.

6

Experimentelle, modellunterstützte Detektion von Delaminationen

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit experimentellen Untersuchungen verschiedener delaminierter Verbundstrukturen. Vorbereitend für eine gezielte Vorgehensweise bei der Planung der Experimente werden zunächst die in diesem Zusammenhang wesentlichen Erkenntnisse aus den vorherigen numerischen Betrachtungen zusammengestellt. Ausgehend vom Problem eines Mehrschichtbalkens mit Delamination erfolgt anschließend eine umfassende experimentelle Charakterisierung des Schwingungsverhaltens, die durch theoretische Überlegungen zur Auswahl eines geeigneten Erregerortes ergänzt wird. Die Untersuchungsergebnisse erlauben im weiteren die Aufstellung eines Verfahrens zur experimentellen, modellunterstützten Schadensdetektion auf Basis der Schadensnichtlinearität. Ein Beispiel für die technische Anwendung des entwickelten Verfahrens auf ein reales Delaminationsproblem schließt das Kapitel ab.

6.1 Erkenntnisse für die experimentellen Untersuchungen aus den numerischen Betrachtungen

Die umfangreichen numerischen Untersuchungen an mechanischen Modellen mit unterschiedlichem Abstraktionsgrad (siehe Kapitel 4, 5) liefern wichtige Erkenntnisse für eine gezielte experimentelle Charakterisierung delaminierter Strukturen mit dem abschließenden Ziel einer Schadensdetektion. Unter diesem Gesichtspunkt sind nachfolgend noch einmal die wesentlichen Punkte kurz zusammengefaßt.

Schadensrelevante Erregung und Dissipation.

Grundlage für die nichtlineare Detektion von Delaminationen ist die Einstellung und dauerhafte Aufrechterhaltung des ‚clapping‘-Mechanismus. Die bisherigen Betrachtungen zeigen, daß die damit verbundenen stoßartigen Kontakte eine sehr starke Dissi-

pation nach sich ziehen. Um einen hohen, fortlaufenden Energieeintrag in das System sicherzustellen, ist eine permanente, harmonische Erregung mit einer Resonanzfrequenz des Systems besonders geeignet. Für diesen Fall der Erregung sind nur ein-periodische Bewegungen zu erwarten.

Bevorzugte Schwingungsform.

Die numerischen Untersuchungen erlauben es, einen speziellen Bewegungstyp für die experimentelle Detektion zu favorisieren. Eine Schwingungsform mit einem Stoßkontakt in einer Erregerperiode, bei der sich die gelösten Querschnittsteile vor dem Stoßkontakt in einer gegenphasigen Bewegung zueinander befinden, liefert infolge der ausgeprägten Nichtlinearitäten die deutlichsten schadensbezogenen Signale. Überdies ist eine solche Schwingungsform orbital stabil gegenüber kleinen permanenten Störungen. Der angestrebte Bewegungstyp ist in einem schmalen Frequenzfenster im Bereich ausgezeichneter Resonanzfrequenzen zu finden.

Einfluß der Erregeramplitude.

Das Minimalmodell aus Abschnitt 4.2 zeigt, daß in Abhängigkeit der Größe der Erregeramplitude verschiedene Bereiche des Systemverhaltens zu erwarten sind. Im Falle kleiner Erregeramplituden besitzt die einseitige Bindung im Delaminationsbereich keine Bedeutung für die Evolution der Bewegung, so daß ein lineares Systemverhalten vorliegt. Erst ab einer bestimmten Größe der Erregeramplitude werden Kontaktphänomene hervorgebracht, die ein nichtlineares Systemverhalten bedingen.

Kontinuierliche Evolution des Kontaktzustandes.

Die Untersuchungen am Zwei-Lamellen-Problem (Abschnitt 5.4) verdeutlichen die speziellen Eigenschaften des auftretenden kontinuierlichen Linienkontaktes. Während in bestimmten Bereichen der Kontaktzone lediglich eine Abrollbewegung der beiden Kontaktpartner stattfindet, läßt sich in den übrigen Regionen eine stoßartige Ausprägung des Kontaktes verzeichnen. Aufgrund des Einflusses benachbarter Kontaktregionen ist kein völlig ‚scharfer‘ Geschwindigkeitssprung beim Stoßvorgang zu beobachten, sondern zunächst eine allmähliche Geschwindigkeitsänderung, die schließlich in einen sprunghaften Verlauf übergeht. Erwartungsgemäß beeinflussen die Eigenschaften der äußeren Erregung (Frequenz, Amplitude) die zeitliche Evolution des Kontaktzustandes.

Nichtlinearität.

Delaminierte Strukturen zeigen eine überaus deutliche Änderung der Schwingungsantworten gegenüber einem ungeschädigten, linearen System, insbesondere wenn der ‚clapping‘-Mechanismus angeregt wird. Die Nichtlinearität der Schwingungsantworten kann mit dem Nichtlinearitätsmaß des Klirrfaktors (siehe Abschnitt 4.4) quantifiziert werden. Am Minimalmodell mit vier Einzelmassen (Abschnitt 4.5) wurde nachgewiesen, daß die im delaminierten Bereich entstehenden Nichtlinearitäten sich nicht nur auf die lokalen Schwingungsantworten in der Schadensregion auswirken, sondern sich auch im Schwingungsverhalten der ungeschädigten Strukturbereiche wiederfinden. Die Größe dieses schadensinduzierten Einflusses gibt der Durchgriffskoeffizient an.

6.2 Experimentelle Charakterisierung delaminierter Mehrschichtbalken

Für die Zielstellung dieses Abschnittes wurden zahlreiche Einzeluntersuchungen durchgeführt, von denen nachfolgend nur die wichtigsten Ergebnisse wiedergegeben werden können. Darüber hinausgehende Details sind in [67], [64], [70] beschrieben. Gerade bei der experimentellen Charakterisierung nichtlinearer Systeme treten zusätzliche Schwierigkeiten auf, die zum einen daraus resultieren, daß herkömmliche Techniken der linearen System- und Signalanalyse (z.B. experimentelle Modalanalyse) nur äußerst begrenzt übertragbar sind. Zum anderen erfordert die experimentelle Analyse nichtlinearer Systeme höchste Präzision, um die teilweise empfindlichen physikalischen Phänomene vom Experimentiereinfluß klar abzugrenzen. In diesem Zusammenhang ist ein berührungsfreies Abtasten des zu untersuchenden Systems wünschenswert, um z.B. sogenannte ‚mass-loading‘-Effekte durch sich ändernde Massenverteilungen infolge wandernder Meßaufnehmer auszuschließen. Aufgrund der gebotenen Kürze werden nur die über die Standardverfahren der Meßtechnik hinausgehenden Experimente im Abschnitt 6.2.3 hinsichtlich ihres Aufbaus und der verwendeten Sensorik und Signalanalyse genauer erläutert.

Bereits im Kapitel 2 wurde ein delaminierter Mehrschichtbalken vorgestellt, der die Untersuchungen der vorangegangenen Kapitel als Modellproblem begleitet hat. An dieser Balkenstruktur mit einer ausgeprägten Delaminationsschädigung soll zunächst die grundlegende experimentelle Charakterisierung des Schwingungsverhaltens derart geschädigter Systeme erfolgen, da hier die wesentlichen Schwingungsphänomene besonders klar hervortreten. Im weiteren werden solche Balkenstrukturen in verschiedenen geometrischen Konfigurationen betrachtet. Für diese grundlegenden Untersuchungen können die Delaminationsszenarien auf eindimensionale Strukturen mit einer einzigen Delamination beschränkt werden. Wie sich im weiteren zeigen wird, sind die an diesen Systemen vorgefundenen Schwingungseigenschaften ohne Einschränkungen auf delaminierte Strukturen von praktischer Komplexität übertragbar.

Für eine bessere Übersicht ist der bereits im Kapitel 2 gezeigte Balken als Gegenstand der weiteren Untersuchungen im Bild 6.1 mit nun relevanten Ergänzungen nochmals dargestellt.

Der betrachtete Balken besteht aus zwei verklebten Schichten der Dicken 40mm sowie 5mm und besitzt einen rechteckigen Querschnitt. Symmetrisch zur Balkenmitte ist die Klebung auf einer Länge von ca. 1200mm unterbrochen, so daß hier eine ausgeprägte Delaminationsschädigung vorliegt. Die Schadensgeometrie weist die Charakteristik eines Oberflächenschadens auf, d.h. die Dicke der delaminierten Schicht (2^*) ist relativ klein gegenüber der Dicke des Restquerschnitts (1^*).

Als Werkstoff für die Einzelschichten wurde Aluminium gewählt, dessen Eigenschaften zumindest qualitativ mit denen eines typischen Kompositwerkstoffes (z.B. GFK) vergleichbar sind. Aluminium bietet den Vorteil einer problemlosen Verarbeitung und eignet sich für die Herstellung von reproduzierbaren Versuchsobjekten in besonderem Maße. Die grundsätzlichen Phänomene des zu untersuchenden Problems im Hinblick

auf die Schadenserkennung bleiben von der Werkstoffwahl unberührt. Für Vergleichsmessungen steht neben den delaminierten Balken eine entsprechende, ungeschädigte Referenzstruktur zur Verfügung.

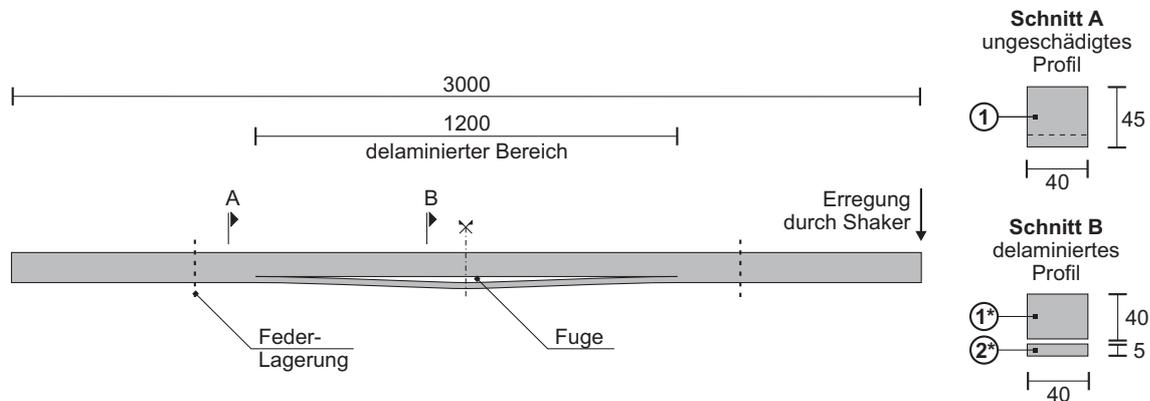


Bild 6.1: Untersuchter Balken mit ausgeprägter, mittiger Delamination.

Die Lagerung des Gesamtsystems erfolgt durch weiche, tief abgestimmte Federn, die in den Schwingungsknoten der ersten Eigenform des freien Systems angebracht sind. Damit liegt näherungsweise eine sogenannte ‚Frei-Frei‘-Lagerung vor. Diese Art der Auflagerung erweist sich als günstig hinsichtlich der inneren Dämpfungseigenschaften des gesamten Versuchsaufbaus. Da keine festen Drehlager oder Fügestellen vorhanden sind, werden die originären Schwingungseigenschaften der zu untersuchenden Strukturen sowie die Ausbildung der angestrebten Schwingungsformen nur minimal durch äußere Einflüsse wie z.B. Abstrahldämpfung an den Lagern verändert. Deshalb können selbst geringe Dämpfungsänderungen der Struktur als möglicher Schadensindikator identifiziert werden. Im allgemeinen sind jedoch auch andere Lagerungsbedingungen des zu untersuchenden Systems denkbar. So wurde beispielsweise bei der im Abschnitt 6.4 betrachteten Struktur eine einseitig eingespannte Lagerung gewählt.

Die Untersuchungen werden an der für die Delamination eigengewichtsfreien Balkenlage (quer zum Schwerfeld) durchgeführt, so daß sich eine horizontale Schwingungsrichtung des Systems einstellt. Die Anregung der Struktur erfolgt durch einen unregelmäßigen elektrodynamischen Schwingerreger (‚Shaker‘) an einem Balkenende. Die Wahl dieses Erregerortes wird im Abschnitt 6.2.2 ausführlich diskutiert.

Im Bereich der Delamination entsteht eine schmale Fuge zwischen den beiden gelösten Querschnittsteilen. Aufgrund von Herstellungsimperfektionen weist die Geometrie dieser Delaminationsfuge eine leicht unsymmetrische Form bezüglich der Schadensmitte auf (Bild 6.2). Die gezeigte Fugegeometrie ist das Ergebnis einer Laser-Differenzmessung im Ruhezustand des Balkens. Die maximale Fugenöffnung (im Ruhezustand) liegt mit ca. 1mm am oberen Ende des für derartige Strukturen zu erwartenden Bereiches und ist auf das betrachtete Delaminationsszenario mit einer stark ausgeprägten Schädigung zurückzuführen.

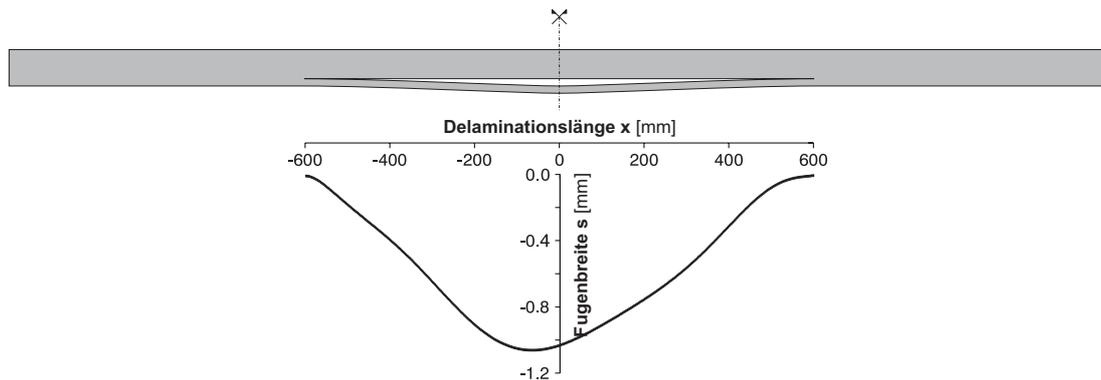


Bild 6.2: Fugengeometrie der Delamination.

6.2.1 Untersuchungen im linearen Systembereich

Aus der Untersuchung des Starrkörpersystems im Abschnitt 4.2 sowie der beiden Aluminiumlamellen im Abschnitt 5.4 ist bekannt, daß das Systemverhalten anhand der Größe der Erregeramplitude gesteuert werden kann. Diese Aussage wird im Abschnitt 6.2.3 anhand von experimentellen Untersuchungen nochmals ausführlich diskutiert.

Wird eine Strukturangregung mit sehr kleinen Amplituden vorgenommen, so spielt die einseitige Bindung im Bereich der Delamination eine derart untergeordnete Rolle, daß sich ein nahezu lineares Systemverhalten einstellt [67]. Dies bietet die Möglichkeit einer grundsätzlichen Systemcharakterisierung anhand herkömmlicher linearer Verfahren der Signalanalyse.

6.2.1.1 Vergleich der Transferfunktionen des geschädigten und ungeschädigten Systems

Abweichend von der bisher betrachteten resonanten, harmonischen Erregung des Systems erfolgt für diesen Punkt der Untersuchungen eine breitbandige Anregung der Struktur mit geringer Erregergröße. Damit lassen sich u.a. die Transferfunktionen und die (linearen) Eigenfrequenzen des Systems bestimmen, wovon insbesondere letztere für die weiteren Untersuchungen von Interesse sind.

Zur breitbandigen Erregung der Struktur wird ein sogenanntes ‚Chirp‘-Signal benutzt, das in seiner ursprünglichen Form auf einem schnellen Gleitsinus basiert, welcher kontinuierlich ein bestimmtes Frequenzband durchläuft. Im vorliegenden Fall besteht der Chirp allerdings aus einer Summe von harmonischen Anteilen mit gleicher Amplitude und äquidistantem Frequenzabstand im Frequenzband. Die Phasenlage der Einzelanteile wird so gewählt, daß das Gesamtsignal einen kleinen Scheitelfaktor (‚crest‘-Faktor) aufweist. Die Frequenzanteile sind auf den anschließenden Prozeß der diskreten FOURIER-Transformation (DFT) (vgl. Abschnitt 4.3) derart abgestimmt, daß die üblicherweise bei der DFT auftretenden Probleme (z.B. Leckeffekt) reduziert werden.

Für jeden beliebigen Meßpunkt i kann die Transferfunktion $\bar{H}_{ij}(\omega) \in \mathbb{C}$ aus dem Erreger- und Antwortspektrum bestimmt werden. Wird $\bar{U}_i(\omega)$ als FOURIER-transformierte Strukturantwort am Punkt i sowie $\bar{F}_j(\omega)$ als Spektrum der am Punkt j eingeleiteten Erregerkraft bezeichnet, so liefert der Ausdruck

$$\bar{U}_i = \bar{H}_{ij} \bar{F}_j \quad (6.1)$$

die Transferfunktion \bar{H}_{ij} . Damit stellt \bar{H}_{ij} den Zusammenhang zwischen Erregung und Antwort im Frequenzbereich dar und ist das Analogon zum Faltungsintegral im Zeitbereich. Die Transferfunktionen \bar{H}_{ij} sind bei linearen Systemen unabhängig von der Größe der Erregeramplitude. Eine solche Eigenschaft ist mit Blick auf die Nichtlinearität des hier betrachteten Systems nur in einem engen Bereich sehr kleiner Erregeramplituden gegeben.

Einen ersten Einblick über das Schwingungsverhalten delaminierter Strukturen gewährt ein Vergleich der Transferfunktionen des Restquerschnitts und des gelösten Querschnittsteils. Bild 6.3 [a] zeigt in einem Frequenzbereich bis 400Hz die ermittelten Verläufe, welche exemplarisch an den Drittelpunkten der Delamination durch Beschleunigungsmessungen aufgenommen wurden. Darüber hinaus ist im Bild 6.3 [b] die entsprechende Übertragungsfunktion des ungeschädigten Referenzbalkens dargestellt, die an der gleichen Meßposition wie beim geschädigten System entnommen wurde.

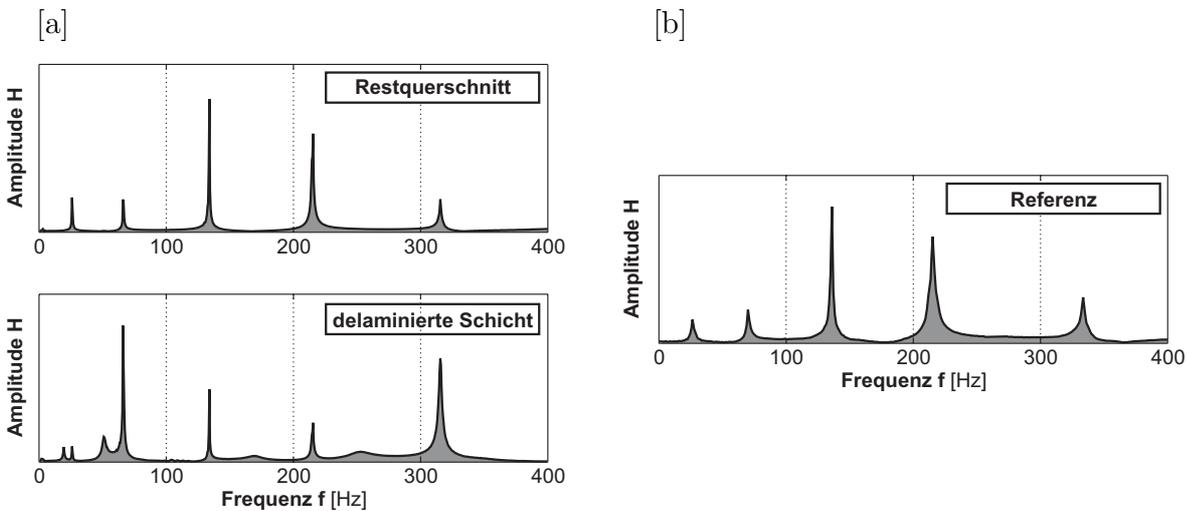


Bild 6.3: Transferfunktionen des geschädigten Balkens [a] und des ungeschädigten Referenzbalkens [b].

Im betrachteten Frequenzbereich werden bei der Transferfunktion des Restquerschnitts (Bild 6.3 [a]) 5 ausgezeichnete Frequenzwerte mit extremalen Amplituden festgestellt, welche im folgenden als Resonanzfrequenzen bezeichnet werden. Der Vergleich mit der Funktion des ungeschädigten Systems zeigt, daß sich die Lage der Resonanzfrequenzen kaum verändert. Offensichtlich führt der Eintritt einer Delamination im untersuchten Frequenzbereich zu keiner wesentlichen Änderung des globalen Schwingungsverhaltens bei linearer Betrachtungsweise. Die Transferfunktion der delaminierten Schicht

enthält neben den zuvor beschriebenen Resonanzstellen zusätzliche Maxima, welche als lokale Resonanzen bezeichnet werden. Bei Anregung dieser Frequenzen werden nur am gelösten Querschnittsteil größere Schwingungsamplituden festgestellt. Die übrigen Querschnittsteile sind dagegen fast in Ruhe. Die delaminierte Schicht kann als beidseitig eingespannter Balken interpretiert werden, dessen lokale Eigenfrequenzen selbst über eine geringe Zwangsbewegung des Restquerschnitts angesprochen werden.

Im Rahmen einer Schadensdetektion sind zunächst nur die globalen Resonanzstellen aus der linearen Analyse des Systems verfügbar. Die lokalen Resonanzfrequenzen sind *a priori* im allgemeinen unbekannt, da sie mit der Lage und der Größe des aufzuspürenden Schadens verbunden sind.

Die Existenz von lokalen und globalen Resonanzstellen und den zugehörigen Schwingungsformen konnte anhand einer experimentellen Modalanalyse der delaminierten Struktur belegt werden. Zur Erstellung des Testmodells, zur Steuerung der Datenerfassung sowie zur anschließenden Extraktion der Modalformen wurde ausschließlich für diese Messung das Softwarepaket ‚I-DEAS Test V10‘ verwendet. Auch diese Untersuchung ist auf den linearen Systembereich und somit auf sehr kleine Erregeramplituden beschränkt. Bild 6.4 zeigt exemplarisch die vier niedrigsten Modalformen des betrachteten Systems. Der Modaltest basiert auf dem ebenfalls dargestellten Analysemodell, welches 47 Testpunkte enthält, an denen die Beschleunigungsantworten bezüglich eines fixen Erregerpunktes („single-input/multiple-output Verfahren“) aufgenommen wurden.

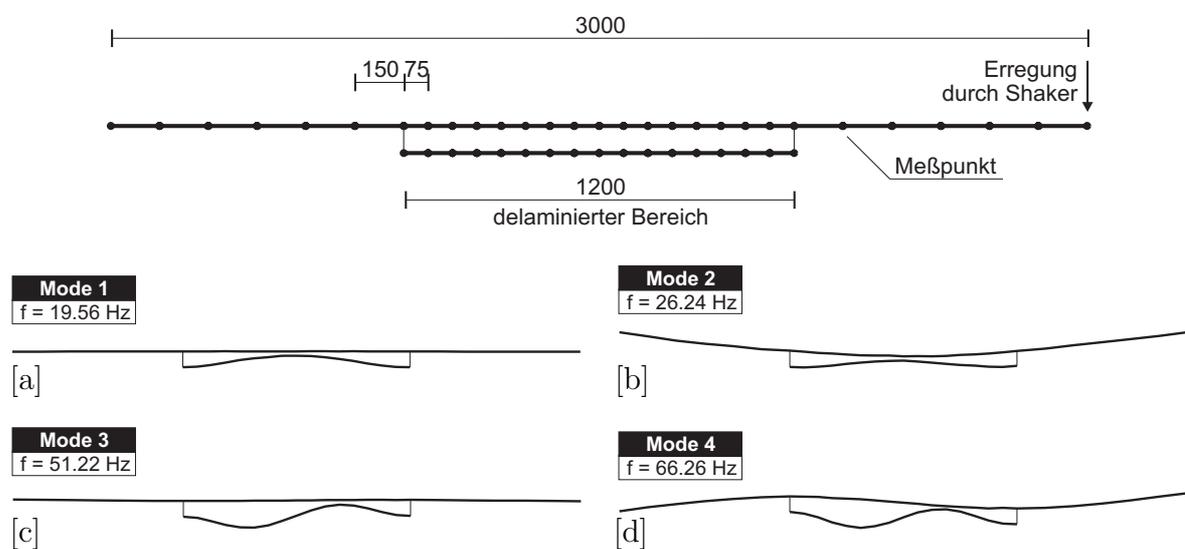


Bild 6.4: Modalformen des delaminierten Balkens im linearen Systembereich.

Die Modalformen der Fälle [a], [c] besitzen offensichtlich lokalen Charakter, während in den beiden anderen Fällen (Bild 6.4 [b], [d]) an der gesamten Struktur größere Schwingungsamplituden zu beobachten sind. Des weiteren geben die linear ermittelten Modalformen bereits Hinweise über Orte, an denen ausgeprägte stoßartige Kontakte zu erwarten sind. Die angestrebte gegenphasige Bewegung der delaminierten Quer-

schnittsteile tritt dominant bei den ohnehin ausschließlich interessierenden globalen Moden auf. Ein Vergleich der zweiten und vierten Modalform zeigt außerdem, daß durch die Anregung einer speziellen Schwingungsform sowohl der Kontaktablauf als auch die Orte mit ausgeprägtem Stoßkontakt gezielt beeinflusst werden können.

Betrachtet man ausschließlich die Schwingungsform des Restquerschnitts, so lassen sich selbst bei einem solch starken Schädigungsgrad wie dem vorliegenden kaum Abweichungen von den bekannten Eigenformen eines beidseitig freien Balkens erkennen. Die linear ermittelten Modalformen besitzen offensichtlich nur eine begrenzte schadensbezogene Sensitivität, falls die Betrachtungen auf den *a priori* bekannten Restquerschnitt beschränkt werden.

6.2.2 Wahl des Erregerortes für die harmonische Erregung

Im Abschnitt 4.1 wurden bereits die wesentlichen Überlegungen zur Konzeption einer schädigungsrelevanten Erregung dargestellt. Dementsprechend eignet sich eine harmonische Erregung mit einer ausgewählten globalen Resonanzfrequenz in besonderem Maße für die Einstellung und Aufrechterhaltung des sogenannten ‚clapping‘-Mechanismus, der die detektierbaren nichtlinearen Schwingungseigenschaften beinhaltet. An dieser Stelle ist noch die Frage nach einem geeigneten Ort für die harmonische Anregung zu klären. Hierzu sollen im folgenden grundlegende Betrachtungen anhand der Kontinuumsschwingungen eines ungeschädigten Balkens angestellt werden.

In Anlehnung an TIMOSHENKO [88] werden ebene Schwingungen eines EULER-BERNOULLI-Balkens mit Rechteckquerschnitt in Transversalrichtung betrachtet. Dämpfungseigenschaften bleiben dabei unberücksichtigt.

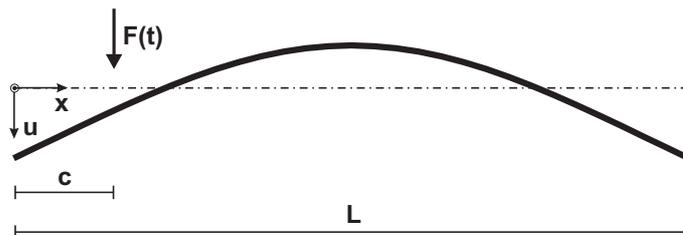


Bild 6.5: Transversalschwingungen eines ungeschädigten Balkens der Länge L , bei vorgegebener Lasteinleitungsstelle c .

6.2.2.1 Freie Schwingungen eines beidseitig freien Balkens

Ausgangspunkt der folgenden Betrachtung bildet die im Schrifttum ausführlich untersuchte freie Schwingung eines beidseitig freien Balkens, die nachfolgend kurz zusammengefaßt wird.

Einen Zugang zur Problemstellung erlaubt die bekannte Differentialgleichung der Biegelinie

$$EI \frac{d^4 u}{dx^4} = p \quad (6.2)$$

eines Balkens mit konstanten Querschnittsabmessungen über seine Länge ($EI = \textit{konst.}$), an dem die kontinuierlich verteilte Last p angreift. Unter der Annahme einer konstanten Dichte ϱ (homogenes Material) sowie der bereits vorgeetzten konstanten Querschnittsabmessungen (Querschnittsfläche $A = \textit{konst.}$, Biegesteifigkeit $EI = \textit{konst.}$) lautet die Bewegungsgleichung der freien Schwingung

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \varrho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0. \quad (6.3)$$

Führt der Balken eine Eigenschwingung mit der i -ten Eigenkreisfrequenz ω_i aus, ändert sich die Verschiebung $u_i(x, t)$ an jedem Ort x harmonisch mit der Zeit t und läßt sich mit dem Ansatz

$$u_i(x, t) = \varphi_i (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) \quad (6.4)$$

ausdrücken. Dabei ist φ_i die vom Ort x abhängige Eigenform. Wird dieser Ausdruck in Gleichung (6.3) eingesetzt, erhält man nach einer Zwischenrechnung die Lösung

$$\varphi_i = C_{i,1} \sin \chi_i x + C_{i,2} \cos \chi_i x + C_{i,3} \sinh \chi_i x + C_{i,4} \cosh \chi_i x \quad (6.5)$$

für die Eigenformen des Balken (vgl. Bild 6.6). Hierbei gilt für die Abkürzung χ_i

$$\chi_i^4 = \frac{\omega_i^2 \varrho A}{EI}. \quad (6.6)$$

Die Superposition aller Eigenschwingungen

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} (\varphi_i (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t)) \quad (6.7)$$

ergibt die allgemeine Lösung für eine freie Transversalschwingung. Aus den Randbedingungen des betrachteten beidseitig freien Balkens, an dessen Enden das Biegemoment und die Querkraft gleich Null ist,

$$\left. \frac{d^2 \varphi_i}{dx^2} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{d^3 \varphi_i}{dx^3} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2 \varphi_i}{dx^2} \right|_{x=L} = 0, \quad \left. \frac{d^3 \varphi_i}{dx^3} \right|_{x=L} = 0, \quad (6.8)$$

wird die Frequenzgleichung

$$\cos \chi_i L \cosh \chi_i L - 1 = 0 \quad (6.9)$$

erhalten. Die niedrigsten Wurzeln der Gleichung (6.9) können näherungsweise mit

$$\chi_i L = \{0, 4.730, 7.853, 10.996, 14.137\}, \quad i = 1(1)5 \quad (6.10)$$

angegeben werden und liefern anhand von Gleichung (6.6) die Eigenkreisfrequenzen ω_i . Hierbei beschreibt $\chi_1 L = 0$ einen doppelten Eigenwert, dem die beiden Starrkörpermoden (Starrkörperverschiebung, Starrkörperverdrehung) zuzuordnen sind. Wie bereits zu Beginn des Abschnitts 6.2 erläutert wurde, wird das System bei der praktischen Umsetzung der Schwingungsanalyse in den Schwingungsknoten der niedrigsten elastischen Eigenform gehalten. Aus diesem Grund kann bei den weiteren Betrachtungen auf die Berücksichtigung der Starrkörpermoden verzichtet werden, so daß im folgenden (vgl. Bild 6.6) nur die elastischen Eigenformen des Balkens von Interesse sind.

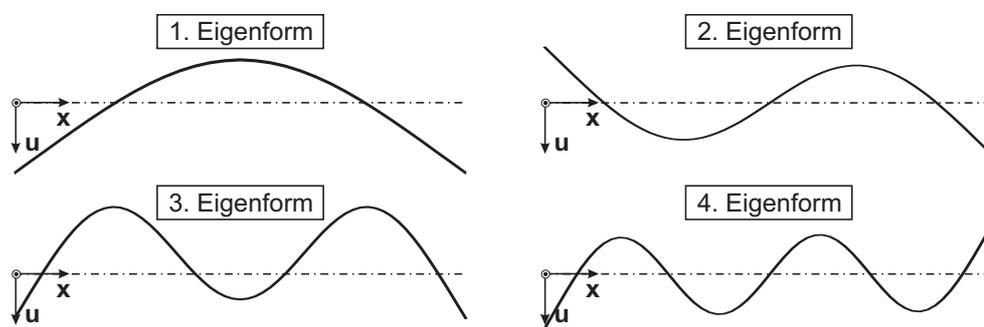


Bild 6.6: Elastische Eigenformen des beidseitig freien Balkens

Aus der nun für die einzelnen Eigenschwingungen bekannten Biegelinie läßt sich durch Einsetzen in Gleichung (6.7) die allgemeine Lösung für eine freie Transversalschwingung mit beliebigen Anfangsbedingungen

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} ((\cos \chi_i x + \cosh \chi_i x + \nu(\sin \chi_i x + \sinh \chi_i x)) (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t)) \quad (6.11)$$

angeben, wobei ν die Abkürzung

$$\nu = \frac{\cos \chi_i L - \cosh \chi_i L}{-\sin \chi_i L + \sinh \chi_i L} \quad (6.12)$$

bezeichnet.

6.2.2.2 Erzwungene Schwingungen eines beidseitig freien Balkens

Im nächsten Schritt werden die erzwungenen Schwingungen eines beidseitig freien Balkens untersucht. Hierzu werden die generalisierten Koordinaten q_i eingeführt, so daß aus Gleichung (6.11) der Ausdruck

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} q_i \varphi_i = \sum_{i=1}^{\infty} (q_i (\cos \chi_i x + \cosh \chi_i x + \nu(\sin \chi_i x + \sinh \chi_i x))) \quad (6.13)$$

entsteht. Zur Verwendung der LAGRANGESchen Gleichungen werden die potentielle und die kinetische Energie des Systems benötigt. Die potentielle Energie (Biegeenergie) V ergibt sich aus

$$V = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 u}{dx^2} \right)^2 dx = \frac{EI}{2} \sum_{i=1}^{\infty} q_i^2 \int_0^L \left(\frac{d^2 \varphi_i}{dx^2} \right)^2 dx . \quad (6.14)$$

Die kinetische Energie T des schwingenden Balkens lautet

$$T = \frac{\rho A}{2} \int_0^L \left(\frac{du}{dt} \right)^2 dx = \frac{\rho A}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{dq_i}{dt} \right)^2 \int_0^L \varphi_i^2 dx . \quad (6.15)$$

Durch Einsetzen des Ausdrucks für die Eigenfunktionen φ_i können die LAGRANGESchen Gleichungen für eine beliebige Koordinate q_i mit

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \quad (6.16)$$

angeschrieben werden. Nach kurzer Zwischenrechnung ergibt sich

$$\ddot{q}_i + \frac{EI K_{V,i}}{\rho A K_{T,i}} q_i = \frac{Q_i}{\rho A K_{T,i}} \quad (6.17)$$

mit den Ausdrücken

$$\begin{aligned} K_{V,i} &= \frac{\chi_i^3}{2} \left[2\phi_i + \frac{1}{2} (\sin 2\phi_i - 2(\cos \phi_i \sinh \phi_i + \sin \phi_i \cosh \phi_i) + \sinh 2\phi_i) \right. \\ &\quad \left. + 2\nu (\sinh^2 \phi_i - 2 \sin \phi_i \sinh \phi_i + \sin^2 \phi_i) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \nu^2 (\sinh 2\phi_i + 4(\cos \phi_i \sin \phi_i - \sin \phi_i \cos \phi_i) - \sin 2\phi_i) \right] , \\ K_{T,i} &= \frac{1}{4\chi_i} \left[4\phi_i + (4 \sin \phi_i \cosh \phi_i - 4 \cos \phi_i \sinh \phi_i + \sin 2\phi_i - \sinh 2\phi_i) \right. \\ &\quad \left. + 2\nu (4 \sin \phi_i \sinh \phi_i - 2 \cos^2 \phi_i + \cosh 2\phi_i + 1) \right. \\ &\quad \left. + \nu^2 (4 \sin \phi_i \cosh \phi_i - 4 \cos \phi_i \sinh \phi_i - \sin 2\phi_i + \sinh 2\phi_i) \right] , \end{aligned} \quad (6.18)$$

In Gleichung (6.16) stellt Q_i die generalisierte Erregerkraft dar, welche anhand der Eigenfunktionen φ_i auf die reale Erregerkraft F zurückgeführt werden kann. Im folgenden soll für die Erregerkraft F ein harmonisches Kraftgesetz der Form

$$F = \hat{F} \sin \Omega t \quad (6.19)$$

gelten, deren Angriffspunkt längs der Erzeugenden durch die Lage $x = c$ beschrieben wird (siehe Bild 6.5). Es kann gezeigt werden, daß für die generalisierte Erregerkraft Q_i der Ausdruck

$$Q_i = \hat{F} (\cos \chi_i c + \cosh \chi_i c + \nu (\sin \chi_i c + \sinh \chi_i c)) \quad (6.20)$$

gilt. Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (6.17) lautet somit im betrachteten Fall einer harmonischen Erregerkraft F für die Koordinate q_i

$$q_i = A_i \cos \sqrt{\frac{EI K_{V,i}}{\rho A K_{T,i}}} t + B_i \sin \sqrt{\frac{EI K_{V,i}}{\rho A K_{T,i}}} t + \frac{\hat{F} (\cos \chi_i c + \cosh \chi_i c + \nu (\sin \chi_i c + \sinh \chi_i c))}{EI K_{V,i} - \Omega^2 \rho A K_{T,i}} \sin \Omega t \quad (6.21)$$

Dabei stellen die beiden ersten Summanden die durch die Anfangsbedingungen bestimmten, freien Schwingungen (homogene Lösung) dar, während das dritte Glied den durch die äußere Kraft F hervorgerufenen stationären Schwingungsanteil (partikuläre Lösung) charakterisiert. Wird dieser Ausdruck in Gleichung (6.13) eingesetzt und wie bei stationären Schwingungen üblich nur der partikuläre Anteil der Antwort betrachtet, so gilt für den eingeschwungenen Zustand

$$u(x, t) = \sin \Omega t \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\hat{F} (\cos \chi_i c + \cosh \chi_i c + \beta (\sin \chi_i c + \sinh \chi_i c))}{EI K_{V,i} - \Omega^2 \rho A K_{T,i}} \cdot (\cos \chi_i x + \cosh \chi_i x + \nu (\sin \chi_i x + \sinh \chi_i x)) \right]. \quad (6.22)$$

6.2.2.3 Diskussion der Ergebnisse

Als maßgebliche Eigenschaft der Gleichung (6.22), sind alle Einzelanteile der erzwungenen Schwingung, als Eigenschaft eines linearen dynamischen Systems, proportional zur Größe $\sin \Omega t$. Damit besitzen alle diese Teilschwingungen erwartungsgemäß die gleiche Kreisfrequenz Ω , welche durch die äußere, harmonische Kraft F vorgegeben wird.

Die Amplitude der Gesamtschwingung wird durch Superposition von einzelnen Teilschwingungen erhalten, deren Schwingungsform die Gestalt der jeweiligen Eigenfunktion φ besitzt. Die Amplitude jeder einzelnen Teilschwingung, also die Beteiligung an der Gesamtbewegung, wird durch den Nenner von Gleichung (6.22)

$$EI K_{V,i} - \Omega^2 \rho A K_{T,i} \quad (6.23)$$

bestimmt. Es zeigt sich, daß mit abnehmender Differenz zwischen der Erregerkreisfrequenz Ω und der zur jeweiligen Eigenfunktion φ_i gehörigen Eigenkreisfrequenz ω_i , die Beteiligung anwächst. Im Resonanzfall, d.h. bei der Anregung des Systems mit einer Eigenfrequenz, können somit die Beteiligungen der anderen Eigenformen φ_j vernachlässigt werden. Dies gilt allerdings nicht bei der Berechnung der Schwingungsamplitude u nahe eines Knotens der maßgeblich angeregten Eigenform, da dort aus der Knotenbedingung folgend ihre Amplitude gegenüber anderen Schwingungsformen nicht dominiert. Diese Tatsache ist im Bezug auf die folgenden Betrachtungen zur Schadensdetektion, zum Beispiel bei der Bestimmung des Nichtlinearitätsmaßes einer Schwingungsantwort in der Nähe eines Knotens, von großer Bedeutung (siehe Abschnitt 6.2.4).

Bei der Untersuchung von Strukturen, welche benachbarte Resonanzfrequenzen aufweisen, die nur einen sehr geringen Frequenzabstand haben, kann diese Eigenschaft eines Schwingungsknotens gezielt ausgenutzt werden. Zur Durchführung einer Resonanzanalyse ist meist die maßgebliche Anregung einer einzelnen Eigenform erwünscht. Im Falle dicht beieinander liegender Resonanzfrequenzen ω_i, ω_{i+1} haben bei der Erregung mit einer dieser Eigenfrequenzen, zum Beispiel $\Omega = \omega_i$, beide zugehörige Eigenformen φ_i, φ_{i+1} hohe Beteiligungsfaktoren. Durch geschickte Wahl des Erregungsortes c , nämlich im Knoten der Eigenfunktion φ_{i+1} , kann eine Beteiligung dieser Eigenform ausgeschlossen werden, so daß nur φ_i maßgebliche Amplituden liefert.

Wahl des Erregerortes bei Balkenstrukturen.

Zur Auswahl eines geeigneten Erregerpunktes für die folgenden experimentellen Untersuchungen an Balkenstrukturen enthält Gleichung (6.22) die benötigten Informationen. Zunächst kann festgestellt werden, daß zur Untersuchung des Schwingungsverhaltens der Struktur an einer Resonanzstelle ω_i , jeder beliebige Erregerpunkt c außerhalb eines Knotens der betreffenden Eigenfunktion φ_i in Frage kommt. Die Antwort der Struktur unterscheidet sich bezüglich der Beteiligung der einzelnen Eigenfunktionen sowie in der Amplitudengröße. Bei ausreichendem Abstand des Erregerpunktes zum Knoten der korrespondierenden Eigenform φ_i wird an allen möglichen Erregerorten in guter Näherung immer die gleiche Schwingungsform erhalten, da die Eigenform φ_i dominiert.

Für die folgenden experimentellen Untersuchungen an Balkenstrukturen wurden Erregerpunkte am Balkenende ($c = 0$ bzw. $c = L$) gewählt. Wie aus Gleichung (6.22) zu ersehen ist, besitzen diese Punkte bezüglich der Erregung die ausgezeichnete Eigenschaft, daß keine Eigenfunktion φ an dieser Stelle einen Knoten aufweist. Damit ist an einem solchen Erregerpunkt jede gewünschte Eigenform mit hinreichend großer Amplitude anregbar, so daß zur Untersuchung verschiedener Resonanzstellen ein Wechsel des Erregungsortes c nicht erforderlich ist.

Wahl des Erregerortes bei komplexeren Strukturen.

Auch bei Auswahl der Erregerpunkte für die Untersuchung komplexerer Strukturen können die vorher diskutierten Überlegungen analog übernommen werden. Im allgemeinen Fall ist es hier jedoch nicht mehr möglich, einen einzigen Erregerort auf der Struktur zu finden, der die Erregung aller Eigenformen aus einem bestimmten Frequenzbereich mit hinreichend großer Antwortamplitude gestattet. Zumeist müssen verschiedene Erregerpunkte gewählt werden, deren Orte zum Beispiel anhand sogenannter *Mode-Indikator-Werte* festgelegt werden können. Aus der Single-Mode-Indikator-Funktion (SMIF) der Schwingungsantworten $\bar{\mathbf{U}} \in \mathbb{C}$ an den Testpunkten lassen sich mit dem Ausdruck

$$\text{SMIF}(\omega) = \frac{\Re(\bar{\mathbf{U}})^T \Re(\bar{\mathbf{U}})}{\Re(\bar{\mathbf{U}})^T \Re(\bar{\mathbf{U}}) + \Im(\bar{\mathbf{U}})^T \Im(\bar{\mathbf{U}})}, \quad \text{SMIF}(\omega) \in \mathbb{R}_+[0, 1] \quad (6.24)$$

die Mode-Indikator-Werte als Funktionswerte der SMIF an den signifikanten Frequenzpunkten (Resonanzstellen) bestimmen. Nach dieser Darstellung bedeutet ein Mode-Indikator-Wert von Null, daß an der gewählten Erregerposition die zum Indikatorwert gehörende Eigenform ideal angeregt werden kann (Erfüllung des Phasenresonanzkri-

teriums). Hingegen zeigt ein Wert von Eins an, daß die entsprechende Eigenform am zugehörigen Erregerort nicht anregbar ist. Die Strategie besteht demnach darin, die Erregerpositionen derart zu wählen, daß alle gewünschten Eigenformen mit möglichst wenigen Erregerpunkten in hinreichendem Maße anzuregen sind. Hilfreich ist dabei die Betrachtung der Mode-Indikator-Matrix (MI-Matrix), welche jeder möglichen Erregerposition einen Mode-Indikator-Wert für jede anzuregende Eigenform zuordnet. Auf eine ausführlichere Darstellung soll an dieser Stelle verzichtet werden. Für weitere Details sei z.B. auf [57], [16] verwiesen.

6.2.3 Untersuchungen im nichtlinearen Systembereich

Im folgenden soll der Übergang der Struktur in den nichtlinearen Systembereich untersucht werden. Hierfür wird eine harmonische, resonante Erregung am Balkenende eingeleitet, die den Bereich kleiner Erregeramplituden verläßt und damit die Entstehung des sogenannten ‚clapping‘-Mechanismus bewirkt. Wie die numerischen Voruntersuchungen gezeigt haben (siehe Kapitel 4), eignen sich als Erregerfrequenzen insbesondere solche globalen Resonanzstellen, die zu einer ausgeprägten Relativbewegung zwischen delaminierter Schicht und Restquerschnitt führen. Welche Resonanzfrequenzen derartige Schwingungseigenschaften beinhalten, ist im Vorfeld der Untersuchungen unbekannt, da das Entstehen des ‚clapping‘-Mechanismus bei einer bestimmten Resonanzstelle wesentlich vom vorliegenden Schadensszenario (Ort und Größe) abhängt. Diese Eigenschaft und die Konsequenz daraus wird im nächsten Abschnitt noch ausführlich diskutiert. Liegen keine entsprechenden Informationen im Vorfeld vor, kann eine Analyse mit der niedrigsten globalen Resonanzfrequenz begonnen und sukzessive mit der nächst höheren fortgesetzt werden. Im hier betrachteten Fall der stark ausgeprägten, symmetrischen Delamination kann bereits anhand der Ergebnisse der zuvor besprochenen experimentellen Modalanalyse (Abschnitt 6.2.1) die Wahl der ersten globalen Resonanzfrequenz f_1 als Erregergröße erfolgen.

Betriebsschwingungsverlauf.

Bild 6.7 zeigt den stationären Betriebsschwingungsverlauf des Systems als Sequenz von sechs Verformungsplots, welche in äquidistanten Zeitabständen innerhalb einer Erregerperiode T gemessen wurden. Die Größe der Erregeramplitude beträgt $\hat{u} = 1.5\text{mm}$, die dem Bereich einer hohen Erregerintensität zuzuordnen ist.

Die experimentelle Erfassung des gezeigten Verlaufes der Betriebsschwingungen ist aufgrund des nicht-glaten Charakters des zu untersuchenden Systems nicht mit einem meßtechnischen Standardverfahren zu bewältigen. Für die Aufnahme des im Bild 6.7 gezeigten Betriebsschwingungsverlaufes sind zwei experimentelle Teilaufgaben auszuführen, die getrennt voneinander bearbeitet werden können. Wie leicht einzusehen ist, kommt es infolge der einsetzenden Kontakte im delaminierten Bereich zu einer Verschiebung der sogenannten dynamischen Schwingungsnulldlinie gegenüber der statischen Ruhelage, die als Auswanderungserscheinung bekannt ist (siehe z.B. Bild 5.18 [c]). Die Größe der Auswanderung der dynamischen Nulllage hängt stark von der Ausbildung der Stoßkontakte und damit von der Erregeramplitude ab. Für die meßtechnische Erfassung bedeutet dies eine sehr ungünstige Situation, da das zu erfassende Meßsignal aus einem

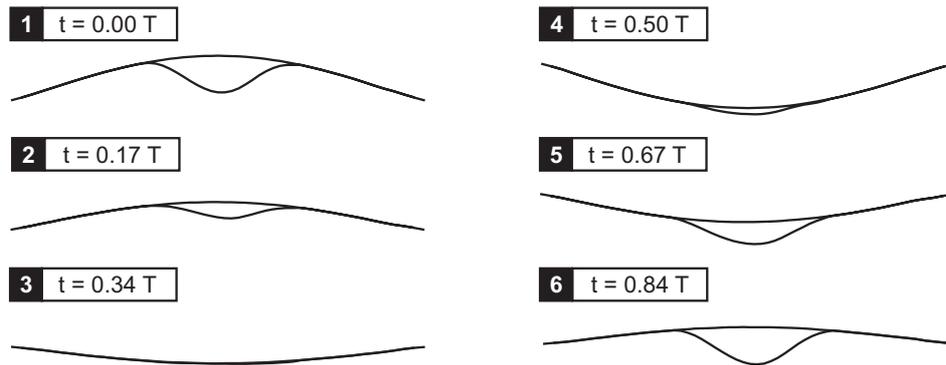


Bild 6.7: Gemessener Betriebsschwingungsverlauf während einer Erregerperiode T , $f_1 = 26.24\text{Hz}$.

hohen Gleichanteil (Auswanderung) und einem zumeist wesentlich kleineren Wechselanteil (Schwingung) besteht. Die Begrenzung des Meßbereiches bzw. die Abnahme der Meßauflösung für größere Meßbereiche führt zur Überlegung, beide Anteile getrennt voneinander zu erfassen. Der Gleichanteil entstammt einer direkten, berührungsfreien Wegmessung mittels Laserpositionssensoren. Hierzu wird im zu erfassenden Betriebszustand des Systems an jedem Meßpunkt der Weg-Zeitverlauf über eine Schwingungsperiode gemessen und anschließend durch Mittelwertbildung die Information der Auswanderungsgröße für jeden Meßpunkt herausgelöst. Diese Prozedur erfordert eine hochgenaue Anordnung der Positionssensoren, die in der Praxis mit einigen Schwierigkeiten verbunden ist. Die Aufnahme des Wechselanteils der Schwingung erfolgt durch eine berührungsfreie Geschwindigkeitsmessung mittels Laser-Vibrometer, da dieser Anteil eine deutlich höhere Meßgenauigkeit verlangt. Hierbei ist der Meßbereich des Vibrometers nur auf den Wechselanteil ausgerichtet, da die Geschwindigkeit des Systems keinen Gleichanteil beinhaltet. Die an jedem Meßpunkt erfaßten Geschwindigkeitssignale müssen durch eine numerische Integration auf die benötigten Verschiebungsverläufe zurückgeführt werden. Ein derartiger Integrationsprozeß verlangt eine hohe Abtastrate im Meßprozeß (hier: 20kHz), da sonst mögliche Integrationsfehler stark anwachsen können. Durch das verwendete Integrationsverfahren können die Gleichanteile der Verschiebung nicht rekonstruiert werden, so daß abschließend eine Überlagerung der beiden Teilmessungen vorgenommen wird. Der beschriebene Ablauf des Meßprozesses demonstriert den enormen Analyseaufwand für die Betriebsschwingungen des nicht-glaten Systems, so daß derartige Untersuchungen nur für ausgewählte Beispiele möglich sind. Eine Darstellung der eigens konzipierten Steuerung der Datenerfassung und -verarbeitung kann analog aus der im Bild 6.11 skizzierten Anordnung entnommen werden. Zur folgenden Ergebnisdarstellung im Bild 6.7 sei angemerkt, daß die vertikalen Verschiebungen des Systems zur besseren Übersicht ca. 100-fach überhöht abgebildet sind.

Ein bemerkenswertes Ergebnis der Betriebsschwingungsanalyse ist die Tatsache, daß offenbar die grundlegende Schwingungsform des Restquerschnitts, makroskopisch betrachtet, kaum durch die vorhandene Delamination beeinflusst wird (vgl. Bild 6.6),

selbst im vorliegenden Fall einer großen Erregeramplitude. Wird der Blick auf die Bewegung der delaminierten Schicht gerichtet, so zeigt sich der bereits aus dem Abschnitt 5.4 bekannte Kontaktablauf mit sich kontinuierlich entwickelnder Kontaktzone. Wie anhand der betrachteten Minimalmodelle (Kapitel 4) vorhergesagt, kommt es infolge der Schwingung zu einem periodischen Öffnen und Schließen der Delaminationsfuge. Während des Schließvorganges ist die angestrebte gegenphasige Bewegung der gelösten Querschnittsteile zu beobachten. Der Kontaktvorgang wird durch eine Abrollbewegung von den Rändern zur Delaminationsmitte eingeleitet und endet in einem stoßartigen Kontakt im Bereich der Schadensmitte.

Schadensinduzierte Dissipation.

Wie im Kapitel 5 nachgewiesen wurde, beinhaltet dieser Kontaktablauf eine äußerst hohe Dissipation, die zu einem effektiven Dämpfungsmechanismus für die gesamte Struktur führt. Um die Größenordnung der schadensbezogenen Dämpfung zu belegen, werden in Bild 6.8 die Effektivwerte \tilde{u} der Verschiebungsantwort

$$\tilde{u} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} \quad (6.25)$$

beim geschädigten und ungeschädigten Balken bei gleichen Anregungsbedingungen verglichen. Es ist jedoch anzumerken, daß im Falle des ungeschädigten Systems üblicherweise sehr scharfe Resonanzstellen vorliegen, so daß selbst kleine Änderungen der Erregerfrequenz schon deutlich abweichende Amplitudengrößen nach sich ziehen. Beim geschädigten System verschwindet dieses Problem weitgehend, da dort im allgemeinen sehr breite Bereiche mit resonanzartigen Zuständen vorzufinden sind. Unter diesem Gesichtspunkt kann die Darstellung aus Bild 6.8 nur einen qualitativen Eindruck über die immensen schadensinduzierten Dissipationseffekte bieten.

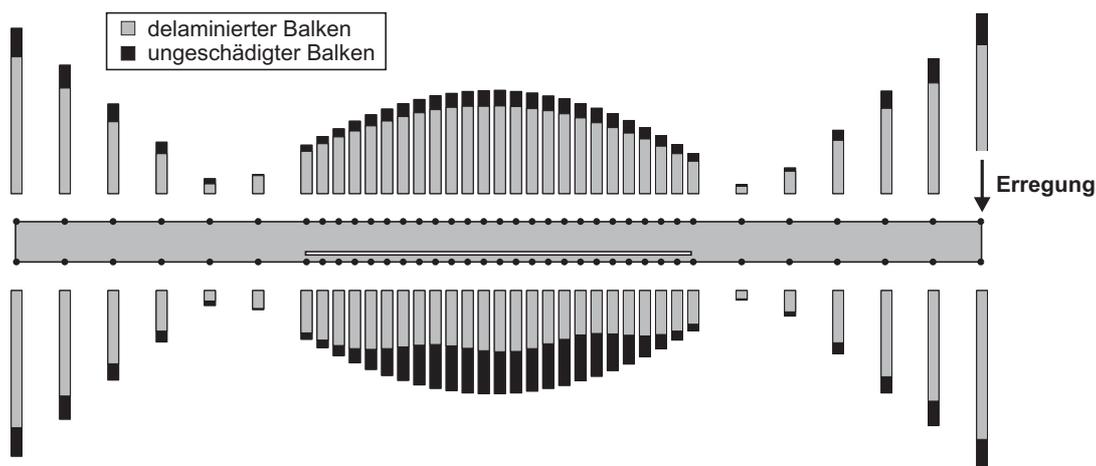


Bild 6.8: Vergleich der Effektivwerte der Verschiebungsamplituden des delaminierten Balkens und eines ungeschädigten Referenzbalkens bei großer Erregeramplitude.

Schwingungsverhalten in Abhängigkeit der Erregeramplitude.

Das Systemverhalten ändert sich grundlegend in Abhängigkeit von der Erregeramplitude \hat{u} , gerade im Hinblick auf die im System generierten Nichtlinearitäten. Dieser Einfluß wird anhand der Phasendiagramme und der Verschiebungsverläufe aus Bild 6.9 deutlich, denen unterschiedliche Erregeramplituden in den Fällen [a]-[c] zugrundeliegen. Die gezeigten stationären Schwingungsverläufe sind das Resultat einer Messung mittels Laser-Vibrometer an den beiden Teilsystemen in Delaminationsmitte.

Alle Schwingungsverläufe zeigen eine ein-periodische Antwortstruktur, die anhand der Untersuchungsergebnisse des Kapitels 4 zu erwarten war. Im Falle eines geringen Erregerlevels (Bild 6.9 [a]) treten nur an den äußeren Rändern des delaminierten Bereiches schwache Kontakte auf, die eine sehr begrenzte Auswirkung auf das Schwingungsverhalten der gesamten Struktur besitzen. Die einseitige Bindung im delaminierten Bereich spielt für diese Schwingung praktisch keine Rolle, so daß ein nahezu linearer Systemzustand vorherrscht und nahezu harmonische Schwingungsantworten am Ort der Delaminationsmitte registriert werden. In diesem Zustand des Systems wurde die bereits diskutierte lineare Charakterisierung der Struktur (siehe Abschnitt 6.2.1) vorgenommen.

Eine moderate Erhöhung der Erregungsintensität führt bereits zu einer deutlich erkennbaren Deformation des Phasenportraits (Bild 6.9 [b]), welches nun einen nicht-harmonischen Charakter anzeigt. Es liegt ein schwach nicht-lineares Systemverhalten vor. In diesem Fall treten zwar keine Kontaktereignisse in direkter Umgebung der beobachteten Punkte in Delaminationsmitte auf, dennoch ist der Einfluß von der sich an den Rändern periodisch schließenden Delaminationsfuge spürbar.

Eine hohe Erregeramplitude führt in allen Bereichen der Delamination zum Kontakt, wie bereits die im Bild 6.7 gezeigte Betriebsschwingungsanalyse belegt. In der Umgebung des Delaminationsmittelpunktes kann bei der angeregten Schwingungsform eine stoßartige Ausprägung des Kontaktverlaufes beobachtet werden. Das zugehörige Phasendiagramm aus Bild 6.9 [c] weist deshalb eine nahezu sprunghafte Geschwindigkeitsänderung der delaminierten Schicht auf. Da sich der Restquerschnitt in Resonanz befindet und zudem eine wesentlich größere Stoßmasse besitzt, wird hier kein deutlicher Geschwindigkeitssprung verzeichnet (vgl. Untersuchungen im Abschnitt 4.2). Kurz vor Eintritt des stoßartigen Kontaktes an der betrachteten Stelle wird bereits eine starke Geschwindigkeitsänderung des gelösten Querschnittsteils verzeichnet, die aus dem einsetzenden Kontakt in den äußeren Delaminationsbereichen resultiert. Würde ein idealer, momentaner Stoß nur an dieser beobachteten Stelle auftreten, wäre ein vertikaler Geschwindigkeitssprung im Phasendiagramm sichtbar. Der tatsächlich zu beobachtende, weniger ‚scharfe‘ Kontaktverlauf zeigt damit die kontinuierliche Ausbildung der Kontaktzone sowie den Einfluß benachbarter Kontaktereignisse. Die Nichtlinearität des Systems führt zu einer geringen Verschiebung der Resonanzfrequenz bei zunehmender Erregeramplitude. Insbesondere bei der Verwendung niedriger Erregerfrequenzen ist dieser Effekt von vernachlässigbarer Größe, zumal ohnehin im nichtlinearen Systembereich sehr breite Resonanzbereiche vorzufinden sind. In Fällen einer ausgeprägten Verschiebung der Resonanzfrequenz muß eine Korrektur der Erregerfrequenz erfolgen, um den benötigten resonanzartigen Systemzustand zu erhalten.

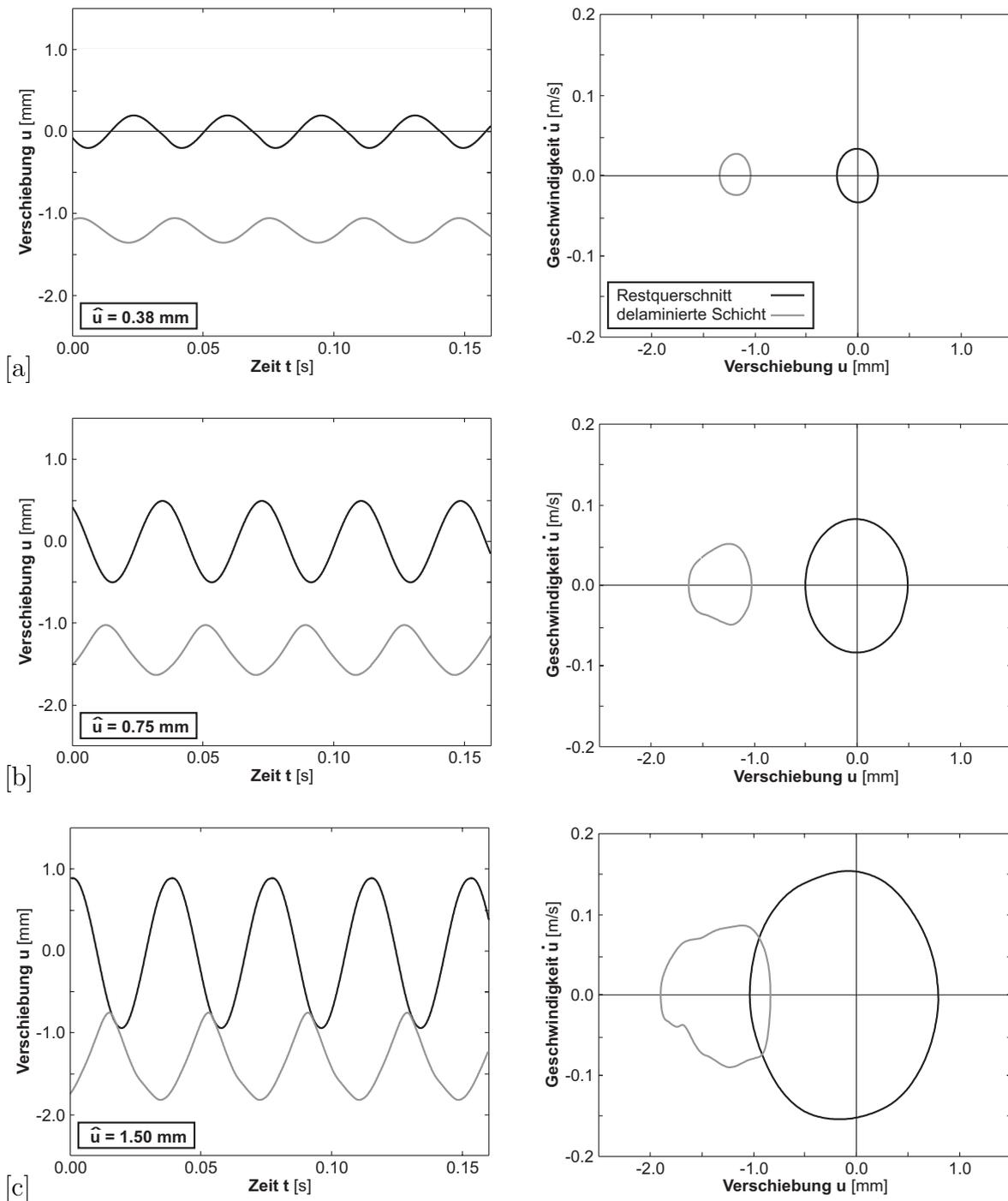


Bild 6.9: Verschiebungsverläufe und Phasenportraits für den Restquerschnitt und die delaminierte Schicht in Balkenmitte, $f_1 = 26.24\text{Hz}$: [a] geringe Erregeramplitude, [b] mäßige Erregeramplitude, [c] hohe Erregeramplitude.

Die Spektren der nichtlinearen Schwingungsantworten enthalten signifikante superharmonische Anteile, wie bereits im Abschnitt 4.3 eingehend erläutert wurde. Die Entwicklung der Antwortnichtlinearität in Abhängigkeit der Erregeramplitude läßt sich demzu-

folge sehr anschaulich anhand der spektralen Eigenschaften der Schwingungsantworten nachvollziehen. Bild 6.10 zeigt hierzu die Autospektren der Beschleunigungsantworten vom Mittelpunkt der delaminierten Schicht in Abhängigkeit vom Erregerniveau \hat{u} . Mit Blick auf die auftretenden Oberschwingungsanteile kann das Systemverhalten in drei Bereiche unterteilt werden. Eine geringe Erregungsintensität führt, wie bereits gezeigt, zu nahezu linearen Schwingungseigenschaften, so daß keine superharmonischen Anteile im Antwortspektrum enthalten sind. Ein schwach nichtlineares Systemver-

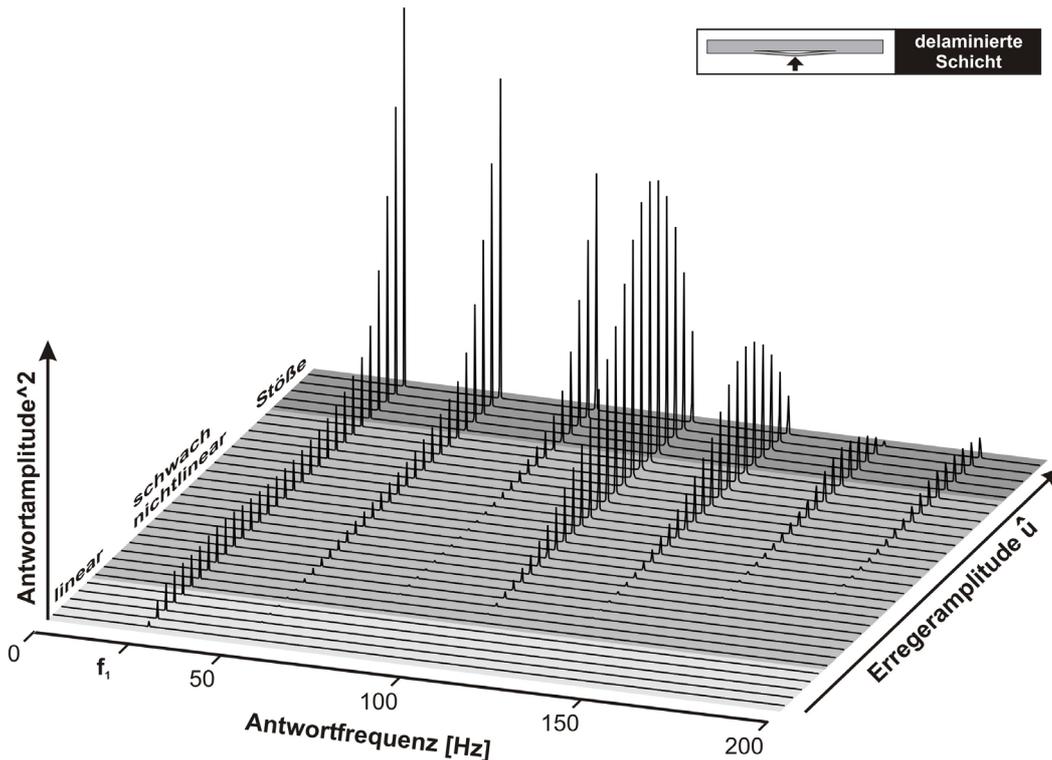


Bild 6.10: Nichtlinearitätsbereiche der Strukturantwort in Abhängigkeit der Erregeramplitude: Autospektren der Beschleunigungsantwort in Delaminationsmitte, $f_1 = 26.24\text{Hz}$.

halten liegt im Falle moderater Erregeramplituden vor, das mit dem Auftreten von einigen Oberschwingungsanteilen verbunden ist. Reicht die Größe des Erregerniveaus aus, um den ‚clapping‘-Mechanismus hervorzubringen, entstehen im Antwortspektrum sehr ausgeprägte höhere Harmonische der Grundfrequenz. In manchen Fällen geht die Entwicklung soweit, daß deren spektrale Amplituden die Größe der Grundschwingungsamplitude überwiegen.

An dieser Stelle wird klar, daß ein ausreichend starker Anregungsmechanismus benötigt wird, um das ‚clapping‘-Phänomen gezielt einzustellen. Für schwingungsbasierte Methoden stellt dies in der Regel keine Schwierigkeit dar, da hier entsprechend leistungsstarke Schwingerreger (z.B. elektrodynamische oder hydraulische Erreger, Unwuchterreger) verfügbar sind. Bei den akustischen Detektionsverfahren (vgl. Abschnitt 2.3.4) beinhaltet genau dieser Punkt eine erhebliche Einschränkung dieser Verfahrensklasse, da entsprechend starke akustische Anregungen schwer erzielbar sind [104] und damit die schadensbezogene Sensitivität der Methode begrenzen.

6.2.4 Nichtlineare experimentelle Schadensdetektion

Das Maß der Linearitätsabweichung der Schwingungsantworten an einzelnen Punkten der Struktur kann zur experimentellen Schadensdetektion genutzt werden. In diesem Zusammenhang ist im allgemeinen davon auszugehen, daß ungeschädigte Strukturen in weiten Erregergrößenbereichen lineare Schwingungsantworten auf eine resonante, harmonische Erregung zeigen, während geschädigte Strukturen ein deutlich nichtlineares Schwingungsverhalten aufweisen. Selbst im Falle eines schwach nichtlinearen Strukturverhaltens eines intakten Systems wird die schadensinduzierte Nichtlinearität deutlich überwiegen. Der im Abschnitt 4.4 als Nichtlinearitätsmaß eingeführte Klirrfaktor \mathbf{d} kann zur Beurteilung der einzelnen Antwortsignale herangezogen werden. Erwartungsgemäß und im Einklang mit den numerischen Voruntersuchungen aus Abschnitt 4.5 treten die größten Nichtlinearitäten im Bereich der Delaminationsschädigung auf. Somit kann ein Schaden als Nichtlinearitätsquelle betrachtet werden.

Experimentelle Nichtlinearitätsanalyse.

Das Konzept der experimentellen Schadensdiagnose beinhaltet die Nichtlinearitätsanalyse des zu bewertenden Systems anhand seiner Schwingungsantworten. Da diese Untersuchung den Kernpunkt der nichtlinearen experimentellen Schadensdetektion bildet, soll das im Laborversuch verwendete meßtechnische Konzept an dieser Stelle genauer betrachtet werden. Erklärtes Ziel der Laboruntersuchungen war die Entwicklung eines umfassenden Meß- und Analysekonzeptes für die Zielstellung der nichtlinearen experimentellen Schadenserkenkung. Diese Aufgabe umfaßt die Steuerung der Daten-

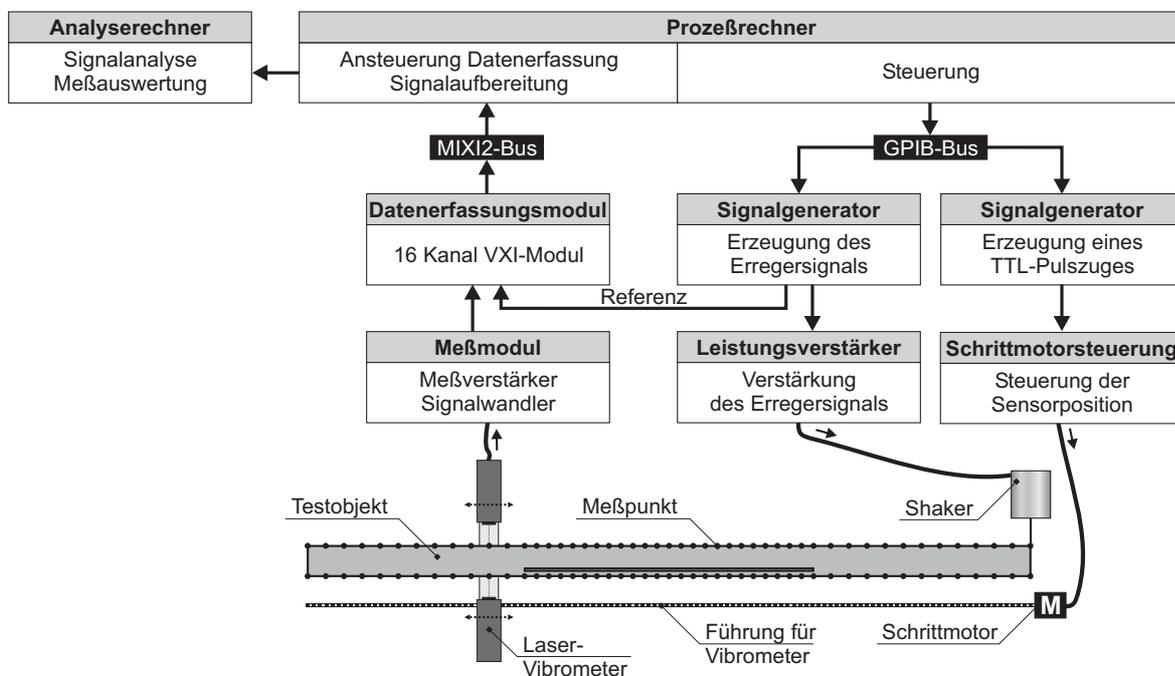


Bild 6.11: Meßkonzept für die Nichtlinearitätsanalyse zur Schadensdetektion.

erfassung und der Sensorpositionen durch den Prozeßrechner sowie die anschließende Signalanalyse in Echtzeit, so daß direkt nach Abschluß der Messungen das Analyseergebnis verfügbar ist. Kommerzielle Meßsoftware ist für derartig vielfältige Aufgabenstellungen im allgemeinen nicht einsetzbar, zumal in derartigen Programmsystemen derzeit in der Regel noch keine Möglichkeiten zur Nichtlinearitätsanalyse verankert sind (vgl. Abschnitt 4.4). Aus diesem Grund wird eine eigens entwickelte Meß- und Analyseprozedur verwendet, die auf der Basis der MATLAB-Umgebung unter Verwendung der Toolboxen ‚Data-Acquisition‘ und ‚Instrument Control‘ sowohl die Steuerung der Datenerfassung als auch der anschließenden Signalanalyse übernimmt. Darüber hinaus erfolgt eine automatische Positionierung der Sensoren an den vorher festgelegten Testpunkten. Bild 6.11 skizziert das gewählte Meßkonzept.

Zur Nichtlinearitätsanalyse der gesamten Balkenstruktur (Bild 6.1) werden im gezeigten Fall beidseitig jeweils 49 gegenüberliegende Meßpunkte definiert, an denen die Schwingungsantwort anhand des Klirrfaktors \mathbf{d} bewertet wird. Der Meßpunktabstand in Balkenlängsrichtung beträgt in den ungeschädigten Strukturbereichen 75mm und im Schadensbereich 50mm (Bild 6.11). Auch in diesem Fall wird eine Messung der Geschwindigkeitsantworten praktiziert, welche sowohl eine berührungsfreie Abtastung mittels Laser-Vibrometer gestattet, als auch eine hinreichende schadensbezogene Sensitivität bietet. Letztere Eigenschaft wird am Ende dieses Abschnittes (vgl. Bild 6.14) genauer untersucht. Für die Messung der Schwingungsantworten an den ausgewählten Testpunkten der Struktur wird das Laser-Vibrometer auf einer seitlichen Führung befestigt, die parallel zum Untersuchungsobjekt verläuft. Der Prozeßrechner steuert zunächst durch einen Schrittmotor die vorher festgelegte Sensorposition an. Anschließend wird vom Prozeßrechner über den GPIB-Bus ein Signalgenerator angesprochen, der das harmonische Erregersignal mit hoher Präzision erzeugt und über einen Leistungsverstärker dieses Signal dem Schwingerreger (Shaker) zuführt. Im verwendeten Meßaufbau wird keine Regelung für den Shaker eingesetzt, indem etwa die Kraftsignale in einem Regelkreis auf die Sollwerte zurückgeführt werden. Dies bedeutet zum einen, daß durch Vorgabe einer bestimmten Shakerspannung ohne zusätzlichen Kraftsensor nicht auf die entsprechende Erregerkraft zurückzuschließen ist, da durch die Eigendynamik des Erregers die Proportionalität zwischen Shakerspannung und Erregeramplitude verloren geht. Zum anderen sind aus dem gleichen Grund minimale Abweichungen zur gewünschten exakt harmonischen Anregung nicht auszuschließen. Die Größenordnung dieser Störungen für die Nichtlinearitätsanalyse konnten indes als unbedeutend identifiziert werden. Nach der Positionierung des Vibrometers und der Initialisierung der Erregung beginnt die Datenerfassung, die ebenfalls durch den Prozeßrechner mit der ‚MATLAB Data-Acquisition Toolbox‘ gesteuert wird. Für diesen Zweck steht ein 16-Kanal-VXI-Modul zur Verfügung. Über entsprechende Meßwandler und -verstärker stehen nun die benötigten Meßdaten (hier: Geschwindigkeitsantworten) für den rechnergestützten Analysevorgang zur Verfügung. Die in Echtzeit erfolgende Spektralanalyse der gerade gemessenen Schwingungsantwort liefert den zugehörigen Klirrfaktor \mathbf{d}_i . In dieser Weise werden die Schwingungsantworten der Struktur sukzessive abgetastet und ihr Nichtlinearitätsmaß bestimmt.

Ergebnisse der Nichtlinearitätsanalyse.

Das Ergebnis einer derartigen Nichtlinearitätsanalyse am betrachteten delaminierten Balken ist im Bild 6.12 dargestellt. Für die Untersuchung wurde eine hohe Erregerintensität gewählt, welche die Ausbildung des ‚clapping‘-Mechanismus sicherstellt.

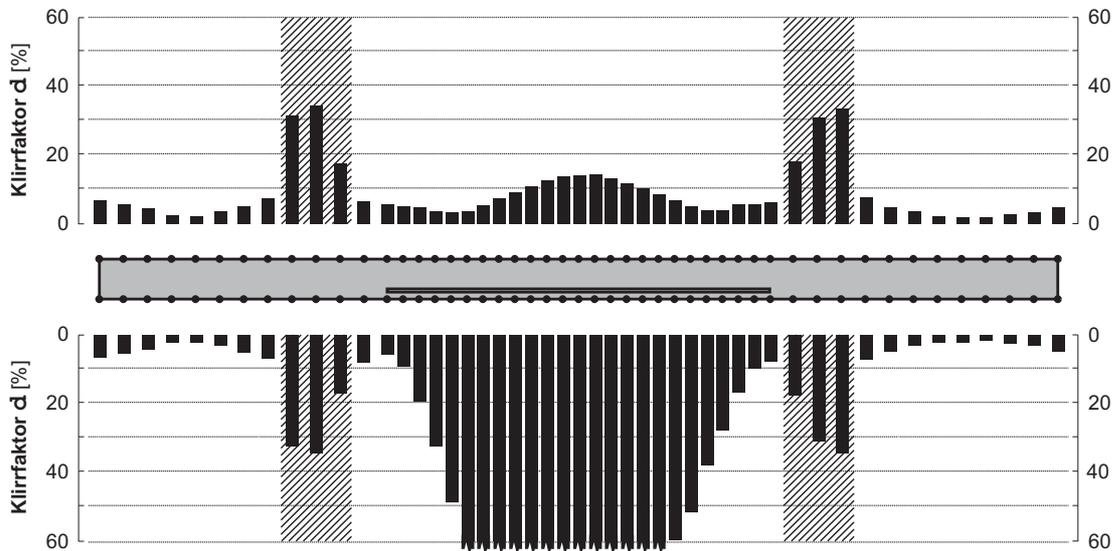


Bild 6.12: Verteilung der Klirrfaktoren d_i bei hohem Erregerniveau für den Fall einer symmetrischen Delamination, $f_1 = 26.24\text{Hz}$.

Das Delaminationsszenario führt bei den hier betrachteten Geschwindigkeitsantworten zu Maximalwerten des Klirrfaktors d von ca. 70%, welche an der gelösten Schicht vorzufinden sind. Offensichtlich wird die aus der Schädigung entstehende Nichtlinearitätsquelle bei der Klirrfaktorverteilung im Bild 6.12 besonders hervorgehoben. Zusätzlich tragen auch die Schwingungsantworten außerhalb des Schädigungsbereiches einen signifikant nichtlinearen Charakter, wenngleich das zugehörige Nichtlinearitätsmaß kleiner als im Schadensbereich ist. Ihre Größe liegt im Bereich von $d > 2\%$. Diese Tatsache bestätigt die bereits anhand der numerischen Untersuchungen im Abschnitt 4.5 prognostizierten Durchgriffseigenschaften eines Schadensereignisses auf die ungeschädigten Bereiche der Struktur. In diesem Fall beträgt beispielsweise der Durchgriffskoeffizient D am Restquerschnitt zwischen Schadensmitte und linkem Balkenende ca. 43%. Eine solche Größenordnung bietet eine zuverlässige Basis für das Aufspüren einer Delamination auf Systemebene anhand weniger Meßpunkte, die auch außerhalb des Schadensbereiches liegen dürfen. Um die geschilderten Fakten anschaulich darzustellen, wurde die Skalierung des Bildes 6.12 so gewählt, daß der Bereich der Klirrfaktoren bis 60% entsprechend aufgelöst wird.

Bild 6.12 offenbart zusätzliche Strukturbereiche außerhalb der Delamination (schraffierte Regionen), deren Schwingungsantworten nennenswerte Klirrfaktoren aufweisen, welche jedoch nicht auf die strukturelle Nichtlinearität zurückzuführen sind. Die entsprechenden Regionen sind durch nahezu verschwindende Schwingungsamplituden gekennzeichnet, welche auf die hier vorliegenden Knoten der angeregten Schwingungs-

form zurückzuführen sind. Die hier auftretenden Antworten liefern bei der Messung sehr kleine Signale mit einem sehr schlechten Signal-Rausch-Verhältnis, die nicht zur Berechnung eines Klirrfaktors geeignet sind. Testpunkte mit einer derartig schlechten Signalcharakteristik müssen von der Auswertung ausgenommen werden. An diesen Stellen kann dennoch eine Untersuchung erfolgen, indem zum Beispiel durch die Wahl einer anderen Resonanzfrequenz die Schwingungsknoten verlagert werden. Offenbar liefert die geschilderte Strategie einer nichtlinearen, experimentellen Schadensdiagnose alle benötigten Informationen, um den vorliegenden Delaminationsschaden zu charakterisieren. Werden die Klirrfaktordaten aus Bild 6.12 in einem ‚contour‘-Plot zusammengefaßt, so gehen hieraus die wesentlichen Schadenseigenschaften hervor (siehe Bild 6.13). Testpunkte mit einem schlechten Signal-Rausch-Verhältnis wurden in nachfolgender Darstellung entfernt.

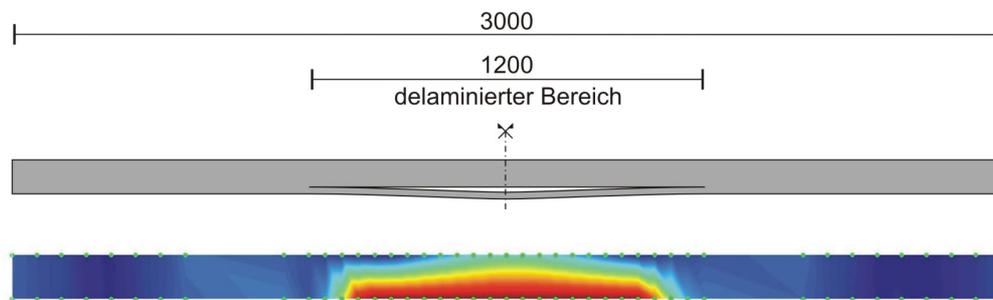


Bild 6.13: Verteilung der Klirrfaktoren \mathbf{d}_i bei hohem Erregerniveau für den Fall einer symmetrischen Delamination, $f_1 = 26.24\text{Hz}$.

Bild 6.13 zeigt, daß sowohl der Schadensort (Unterseite, symmetrisch zur Balkenmitte) als auch die Größe der Delamination korrekt bestimmt werden. Diese Eigenschaften erlauben eine Klassifizierung als Level-3-Verfahren (vgl. Abschnitt 2.3.3) vorzunehmen. Wie bereits angesprochen wurde, bietet die vorgefundene Verteilung der Klirrfaktoren die Möglichkeit die Existenz einer Delamination auf Systemebene nachzuweisen. Um diese Eigenschaft zu verdeutlichen, wurden entsprechend der geschilderten Vorgehensweise die Klirrfaktoren am ungeschädigten Referenzbalken ermittelt. Die Größenordnung der hier vorgefundenen Nichtlinearitäten lag mit $\mathbf{d} \leq 0.1\%$ weit unterhalb aller am geschädigten System erfaßten Werte. Sind an geeigneten Meßstellen für die jeweilige Struktur oder Strukturkomponente ungewöhnlich hohe Nichtlinearitäten festzustellen, ist also die Existenz eines Schadens zu erwarten. Zur Bestimmung des im ungeschädigten Zustand zu erwartenden Nichtlinearitätsmaßes kann eine entsprechende Referenzstruktur dienen. Wie im weiteren noch gezeigt wird, kann anhand des Gradienten zwischen den Klirrfaktoren der ausgewählten Meßstellen bereits eine grobe Eingrenzung des Schadensortes erfolgen.

Die schadensbezogene Sensitivität der vorgestellten Vorgehensweise hängt von der Art der gewählten und gemessenen Zustandsgrößen ab, worauf bereits im Abschnitt 4.3 hingewiesen wurde. Während Beschleunigungssignale die höchste schadensbezogene Sensitivität aufweisen, welche selbst schwache Nichtlinearitäten hervorhebt, zeigen Verschiebungen nur eine begrenzte Empfindlichkeit. Exemplarisch soll dieser Einfluß am

Beispiel des bereits im Bild 6.9 [c] gezeigten Verlaufes der Verschiebungen des delaminierten Querschnittsteils nachvollzogen werden. Hierzu dokumentiert Bild 6.14 die Zeitverläufe sowie die Spektren der Verschiebungs-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsantwort. Mit Blick auf die Ergebnisse von Bild 6.14 stellt die durchgeführte

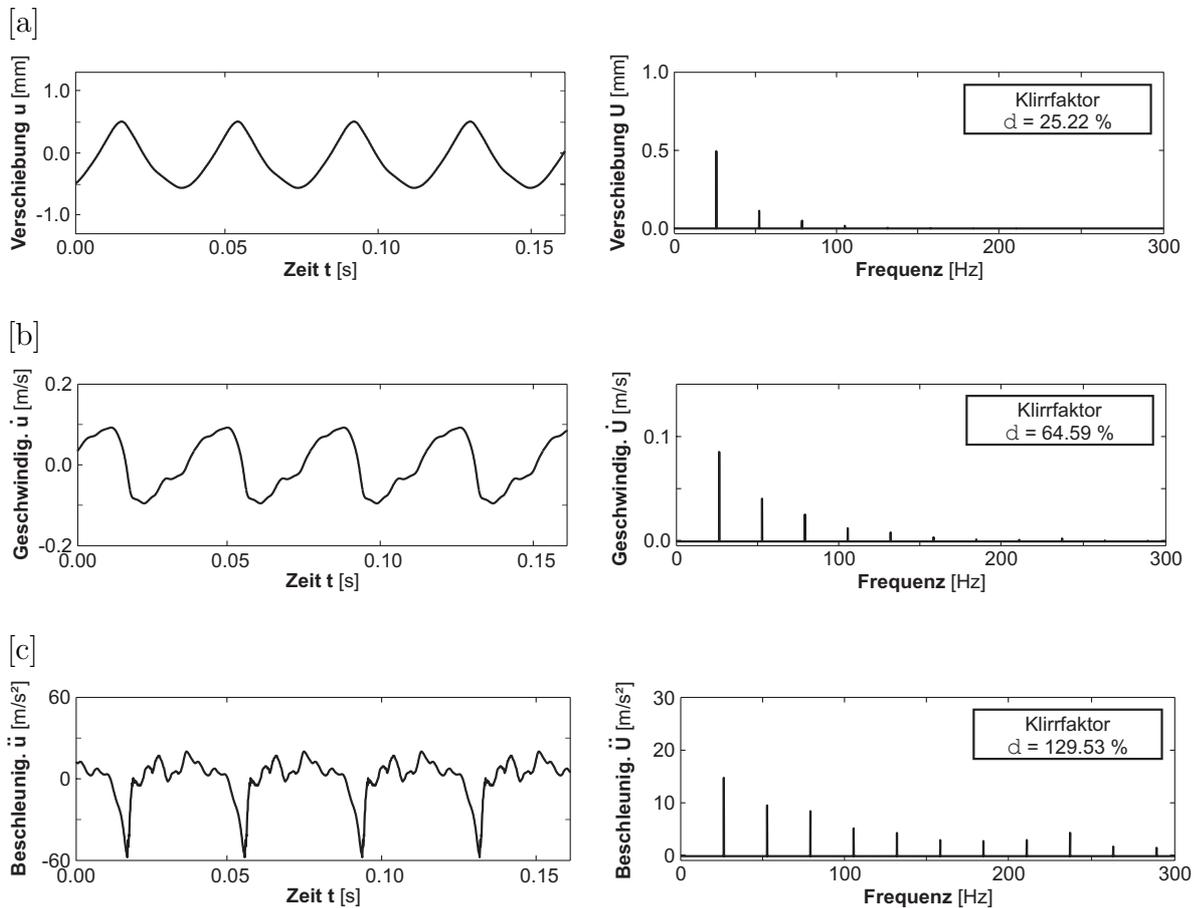


Bild 6.14: Zeitverläufe und Spektren der nichtlinearen Schwingungsantwort an der delaminierten Schicht, $f_1 = 26.24\text{Hz}$: [a] Verschiebung, [b] Geschwindigkeit, [c] Beschleunigung.

Erfassung der Geschwindigkeitsantwort einen guten Kompromiß dar. Diese Antwort ist ausreichend empfindlich im Bezug auf die Nichtlinearität und kann, im Gegensatz zur Beschleunigung, berührungsfrei abgetastet werden.

6.2.5 Untersuchung weiterer Delaminationsszenarien

6.2.5.1 Außermittige Delamination

Die Ergebnisse der symmetrischen Delaminationsgeometrie aus Bild 6.13 basieren auf einer Anregung mit der niedrigsten globalen Resonanzfrequenz des Systems. Erwartungsgemäß treten hierbei zwei Schwingungsknoten auf, die symmetrisch zur Balkenmitte liegen. Der delaminierte Bereich befindet sich somit zwischen den beiden

Knoten eingebettet und innerhalb des Schwingungsbauches. Die dort während des Schwingungsverlaufes auftretenden großen Krümmungen des Restquerschnitts stellen die gewünschte Relativbewegung zwischen den gelösten Querschnittsteilen sicher und garantieren das Auftreten großer, detektierbarer Nichtlinearitäten.

Verfolgt man die zuvor dargestellte Überlegung für den Fall eines nicht-symmetrischen Delaminationsszenarios, so muß eine Resonanzfrequenz gefunden werden, bei deren zugehöriger Schwingungsform zumindest ein Schwingungsbauch vollständig im delaminierten Bereich liegt. Umgekehrt betrachtet, erlaubt die Kenntnis der niedrigsten Resonanzfrequenz, die zu einer Relativbewegung im Schadensbereich führt und nicht-lineare Antworten produziert, eine Abschätzung über Schadensort und -größe zu treffen. In diesem Zusammenhang korrespondieren höhere Schwingungsformen mit kleineren Schädigungen bei den betrachteten balkenartigen Strukturen. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß im allgemeinen mehrere Resonanzstellen zum gewünschten nichtlinearen Schwingungsverhalten führen. Die Wahl einer der niedrigsten in Frage kommenden Resonanzstellen als Erregerfrequenz ist allerdings erfahrungsgemäß für eine Schadensdiagnose zu bevorzugen, da hier in der Regel die charakteristischen Signale erhalten werden.

Eine anschauliche Darstellung der diskutierten Zusammenhänge bietet die folgende Untersuchung eines nicht-symmetrischen Delaminationsszenarios (Bild 6.15). Die äußere Geometrie sowie die Querschnittsabmessung bleiben unverändert gegenüber dem bisher betrachteten Beispiel. Nur die Delamination mit einer Länge von 1200mm wird entlang der Balkenachse verschoben.

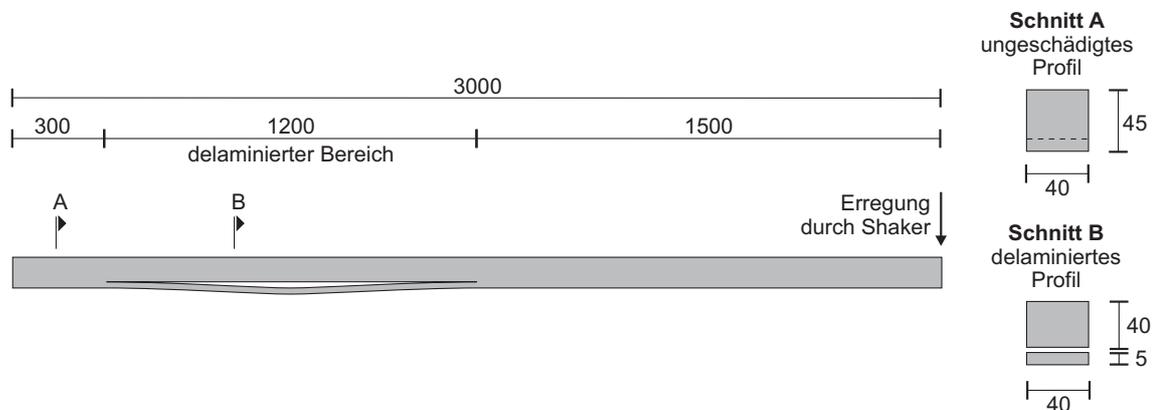


Bild 6.15: Balken mit ausgeprägter, exzentrischer Delamination.

Zunächst werden die beiden niedrigsten Resonanzfrequenzen ($f_1 = 24.75\text{Hz}$, $f_2 = 69.67\text{Hz}$) des globalen Systems herausgegriffen, um die Schadensempfindlichkeit der jeweiligen resonanten Schwingungsantworten zu untersuchen. Hierzu werden im Bild 6.16 die Ergebnisse der Betriebsschwingungsanalyse für die beiden ausgewählten Schwingungsformen anhand von sechs Verformungszuständen während einer Erregerperiode T verglichen. Die vertikalen Verschiebungen sind jeweils ca. 200-fach überhöht abgebildet.

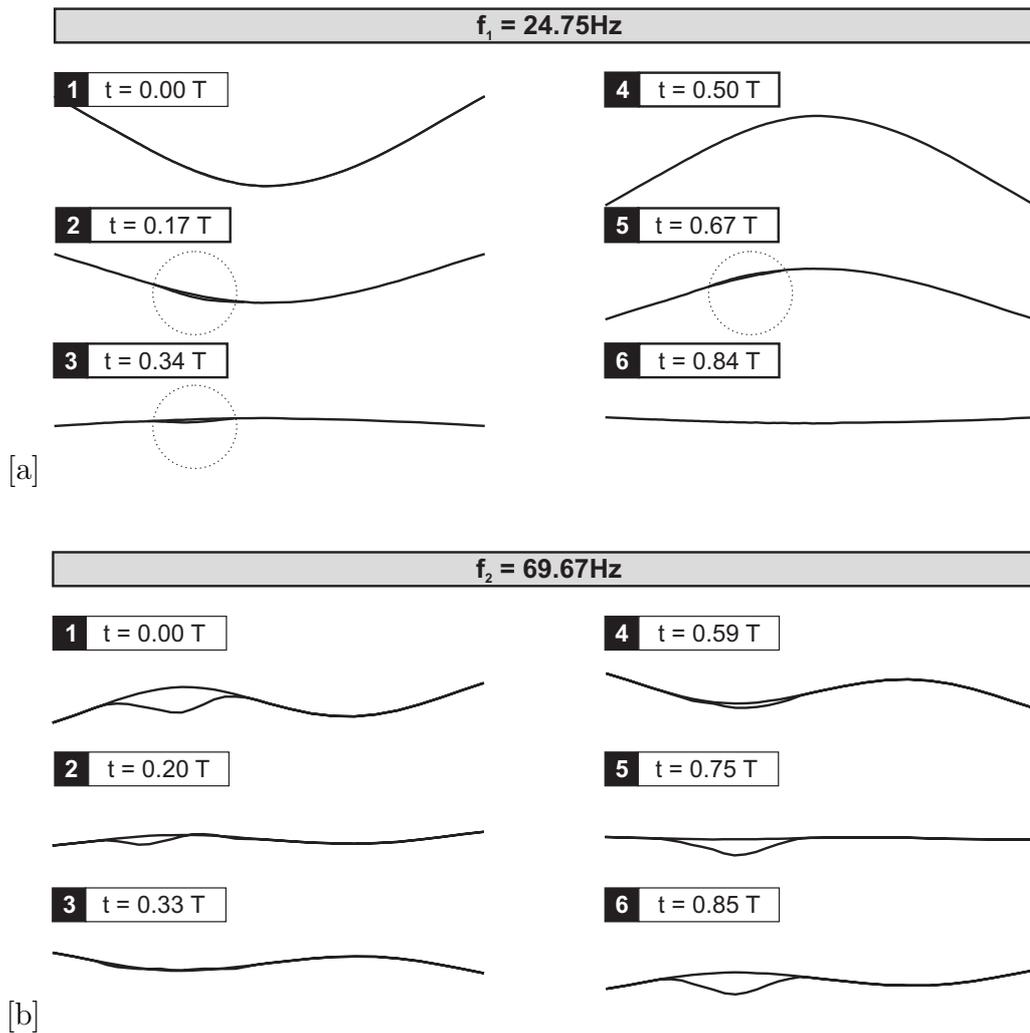


Bild 6.16: Betriebsschwingungsverlauf während einer Erregerperiode T , [a] $f_1 = 24.75\text{Hz}$, [b] $f_2 = 69.67\text{Hz}$.

Wie aus oben diskutierten Überlegungen zu erwarten war, ist im betrachteten Fall einer außermittigen Delamination offenbar die zur zweiten globalen Resonanz gehörende Schwingungsform diejenige der beiden untersuchten, die eine schadensbezogene Sensitivität aufweist. Die sich bei dieser Schwingungsform einstellende Bewegung weicht aus der Sicht des Kontaktablaufes ein wenig von der im Bild 6.7 gezeigten Situation ab. Die Kontaktevolution beginnt hier am rechten Delaminationsrand und läuft dann in Richtung der Delaminationsmitte. Dennoch bleiben alle im Abschnitt 6.2.3 herausgestellten schadensbezogenen Phänomene erhalten, so daß auch hier eine stoßartige Kontaktphase beobachtet werden kann.

Die im vorangegangenen Abschnitt vorgeschlagene Meßprozedur liefert wiederum die Verteilung der Antwortnichtlinearitäten anhand der Klirrfaktoren \mathbf{d}_i . Die im Bild 6.17 dargestellten Ergebnisse der experimentellen Schadensdiagnose belegen die Effektivität der beschriebenen Vorgehensweise.

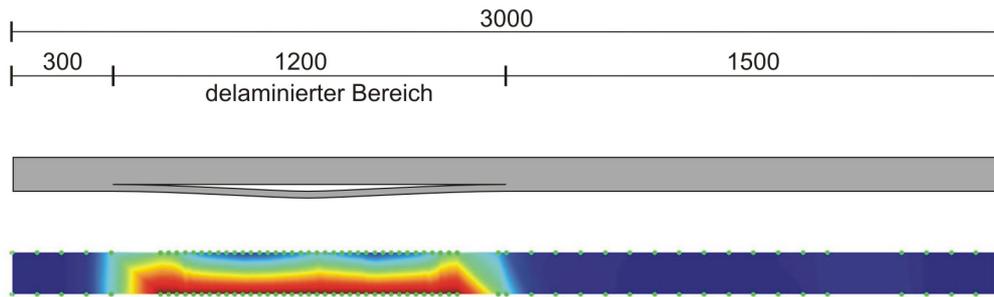


Bild 6.17: Verteilung der Klirrfaktoren \mathbf{d}_i bei hohem Erregerniveau für den Fall einer außermittigen Delamination, $f_2 = 69.67\text{Hz}$.

6.2.5.2 Symmetrische Delamination mit kurzer Länge

Abschließend soll die Anwendbarkeit des beschriebenen Verfahrens an einem realitätsnahen Schadensszenario überprüft werden. Hierzu wird ein delaminierter Balken mit einer symmetrisch angeordneten Delaminationsschädigung von nur 400mm Länge betrachtet. Die sonstigen Abmessungen der Struktur bleiben gegenüber den zuvor betrachteten Beispielen unverändert.

Die stark reduzierte Delaminationsgröße läßt anhand des vorgetragenen Gedankengangs vermuten, daß nur höhere Erregerfrequenzen für die Schadensdiagnose in Frage kommen. In der Tat wird diese Vermutung durch die experimentelle Realität bestätigt. Eine Erregerfrequenz von $f_3 = 132.80\text{Hz}$, welche die dritte globale Schwingungsform einstellt, führt zur gewünschten Erzeugung des ‚clapping‘-Phänomens. Bild 6.18 gibt das überzeugende Ergebnis der bekannten Meßprozedur in Form der Nichtlinearitätsverteilung wieder.

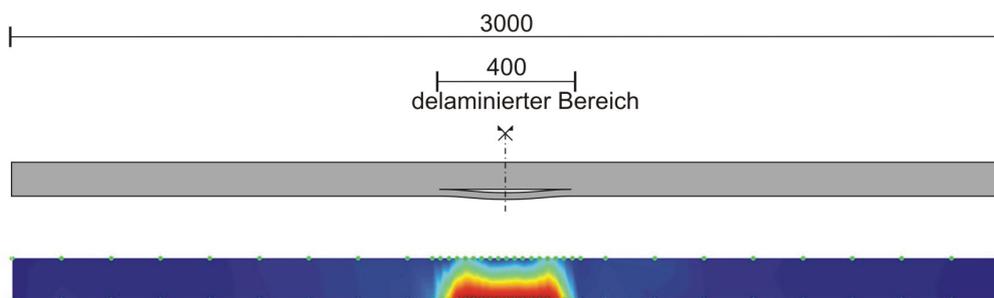


Bild 6.18: Verteilung der Klirrfaktoren \mathbf{d}_i bei hohem Erregerniveau für den Fall einer kurzen Delamination, $f_3 = 132.80\text{Hz}$.

6.3 Experimentelle modellunterstützte Detektionsprozedur

Für die praktische Anwendung des experimentellen Detektionsverfahrens, wie in den vorangegangenen Abschnitten dargestellt, ist eine Abtastung der gesamten Struktur mit einem dichten Netz der Testpunkte nicht erforderlich. Vergegenwärtigt man sich noch einmal die Tatsache, daß ein bestimmtes Delaminationsszenario die Anregung einer ausgewählten Schwingungsform erfordert, um anhand des ‚clapping‘-Mechanismus detektierbare Nichtlinearitäten zu erzeugen, so wird eine Verbindung zwischen Erregung und Schadensbild offensichtlich. Geeignet sind solche Erregerfrequenzen, deren zugehörige Schwingungsformen mindestens einen Schwingungsbauch bzw. eine ausgeprägte Krümmung im delaminierten Bereich aufweisen. Darüber hinaus ist bekannt, daß die Position für die Sensoren derart zu wählen ist, daß an der entsprechenden Stelle ein vorteilhaftes Signal-Rausch-Verhältnis zu erwarten ist. Diese Überlegungen können in einer effizienten Prozedur für die experimentelle Schadensdetektion zusammengefaßt werden, die sich folgendermaßen dargestellt:

(1) Bestimmung der globalen Resonanzfrequenzen.

Als Grundlage für die folgende resonante Erregung der Struktur müssen die globalen Resonanzfrequenzen der Struktur ermittelt werden. Dies geschieht mit einer breitbandigen Anregung bei geringer Erregungsintensität.

(2) Steuerung der Erregerfrequenz für die resonante harmonische Anregung.

Die Struktur wird durch sukzessive Anregung der einzelnen globalen Resonanzfrequenzen schrittweise untersucht. Die resonante Erregung wird derart gewählt, daß eine hohe Erregergröße die Ausbildung des ‚clapping‘-Mechanismus bei einer geeigneten Schwingungsform sicherstellt. Eventuell muß die zuvor im linearen Systembereich ermittelte Erregerfrequenz im nun verwendeten nichtlinearen Bereich nachjustiert werden.

(3) Festlegung der Sensorposition mit Unterstützung durch ein Strukturmodell.

Für jede eingestellte Erregerfrequenz sind die Sensoren derart zu positionieren, daß Orte mit extremalen Schwingungsamplituden (Schwingungsbäuche) für die jeweilige Schwingungsform gewählt werden. Bei einfachen Strukturen ist gegebenenfalls, insbesondere bei niedrigen Erregerfrequenzen, eine anschauliche Bestimmung der entsprechenden Sensorpositionen möglich. Bei komplexeren Strukturen erfordert eine gezielte Positionsfindung die Kenntnis der angeregten Schwingungsform. An dieser Stelle ist es naheliegend die experimentelle Prozedur durch ein numerisches Modell zu unterstützen. Wie sich bereits gezeigt hat, wird die fundamentale Schwingungsform des Restquerschnitts nur in stark begrenztem Umfang durch eine Delamination beeinflusst (vgl. Bild 6.7). In diesem Zusammenhang scheint es gerechtfertigt, ein lineares (ungeschädigtes) numerisches Modell zu verwenden, an dem durch eine modale Zerlegung die benötigten Schwingungsformen in guter Näherung entnommen werden können.

(4) Grobe Eingrenzung des delaminierten Bereiches.

Die Überwachung der Schwingungsantworten an den zuvor bestimmten Sensorpositionen ermöglicht beim Auftreten des ‚clapping‘-Mechanismus anhand des Durchgriffs

der Schadensnichtlinearität die Existenz einer Delamination nachzuweisen. Darüber hinaus gestattet der Gradient der Klirrfaktoren zwischen den einzelnen Meßpunkten sowie die aus dem Zusammenhang gewonnenen Hinweise, welche Schwingungsform zur Anregung eines nichtlinearen Systemverhaltens geeignet ist, eine grobe Eingrenzung möglicher Schädigungsbereiche.

(5) Lokale Schadensdiagnose.

Im letzten Schritt kann der zuvor aufgespürte Schadensbereich mit einem dichten Meßpunktnetz lokal untersucht werden. Dieses Vorgehen liefert letztendlich die genauen geometrischen Informationen über Ort und Ausmaß der Schädigung. Als Erregerfrequenz ist eine der Resonanzfrequenzen zu wählen, die im vorherigen Schritt zur erfolgreichen Ausbildung des ‚clapping‘-Mechanismus geführt haben.

Im folgenden Abschnitt soll das entwickelte Verfahren mit dem zuvor dargestellten Ablauf auf eine reale Struktur von größerer Komplexität angewendet werden, um dort eine vermutete Delaminationsschädigung aufzuspüren.

6.4 Technische Anwendung des entwickelten Detektionsverfahrens

Als technische Anwendung des zuvor beschriebenen Verfahrens soll im folgenden eine deutlich komplexere Struktur behandelt werden. Als Untersuchungsobjekt steht hierzu ein Rotorblatt einer kleinen Windkraftanlage zur Verfügung, an dessen Schaufel Delaminationsschäden vermutet werden. Im Vergleich zum betrachteten Modellproblem delaminierter Balken ist nicht nur die Geometrie deutlich komplexer, sondern es liegen im Vorfeld auch keine Informationen über die tatsächliche Existenz, Lage und Größe von Schädigungen vor.

6.4.1 Beschreibung der Struktur

Das zu untersuchende Rotorblatt (Bild 6.19) besteht aus einer laminatartig aufgebauten Komposit-Außenfläche (GFK) und einem fachwerkartigen Innenkern. Die letztgenannte Komponente dient im wesentlichen dem Erhalt der Querschnittsform. Ein zylindrischer Stahlschaft mit aufgeschweißtem Flansch bildet den Anschlußpunkt des Rotorblattes. Die gezeigte Struktur besitzt eine Gesamtlänge von ca. $4m$. Die Blattbreite beträgt ca. $0.6m$.

Die geometrische Gestalt des Rotorblattes kann als schwach vorverwundener Balken aufgefaßt werden, welche damit im wesentlichen eine analoge Übertragung der bisherigen Vorgehensweise gestattet. Im Gegensatz zu den bisherigen Untersuchungen wurde aus praktischen Erwägungen eine einseitig eingespannte Lagerung durch umlaufende Verschraubung des Schaftes mit einem starren Widerlager realisiert. Sie entspricht somit den Lagerungsbedingungen des Systems im Betriebszustand. Die äußere Erregung für die Schadenserkennung wurde durch einen leistungsstarken, elektrodynamischen Shaker im Bereich des freien Blattendes aufgebracht.

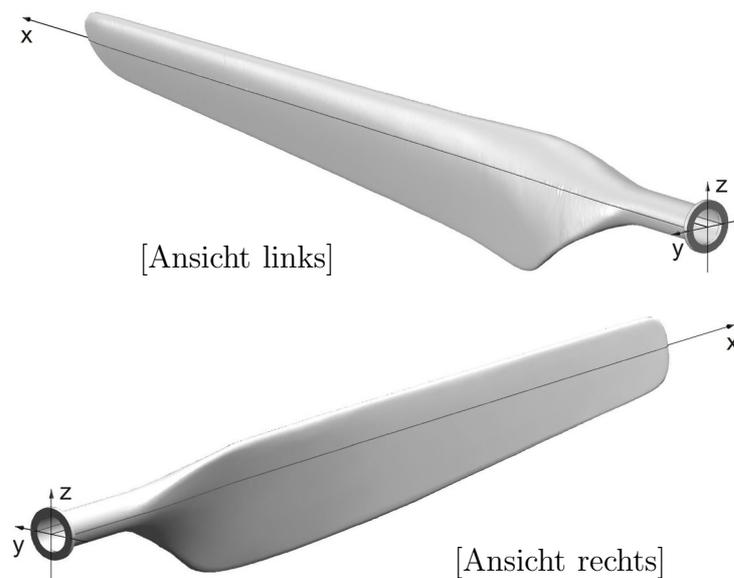


Bild 6.19: Geometrie des untersuchten Rotorblattes.

6.4.2 Experimentelle, modellunterstützte Schadensdetektion

Für die folgende Schadensdetektion wird der im vorangegangenen Abschnitt dargestellte Weg besprochen. Einige zusätzliche Überlegungen und Ergebnisse, welche für die Schadensdiagnose nicht unmittelbar benötigt werden, sondern von allgemeinem Interesse sind, werden an entsprechender Stelle ergänzt.

Bestimmung der globalen Resonanzfrequenzen.

Die experimentelle Analyse beginnt mit der Bestimmung der linearen Eigenfrequenzen des Systems. Hierzu erfolgt eine breitbandige Anregung der Struktur durch einen Schlag mit dem Modalhammer. Um alle signifikanten Frequenzpunkte aufzudecken, erfolgt die Messung der Beschleunigungsantwort an mehreren Punkten gleichzeitig. Bild 6.20 zeigt eine aufgezeichnete Transferfunktion. Das untersuchte Frequenzband wird auf den Bereich bis 100Hz beschränkt, in dem sich 8 ausgezeichnete Frequenzpunkte wiederfinden. Die ermittelten Resonanzfrequenzen dienen neben der Charakterisierung der Erregung für die Schadensdiagnose auch zum Modellabgleich des im folgenden Punkt vorgestellten Strukturmodells.

Numerische Modalanalyse zur Bestimmung geeigneter Sensorpositionen.

Zur Auswahl der Sensorpositionen für die jeweils anzuregenden Schwingungsformen wurde ein lineares FE-Modell des Rotorblattes ohne Berücksichtigung einer Schädigung erstellt. Bild 6.21 zeigt das Strukturmodell, welches aus 5664 degenerierten Schalelementen besteht. Für das gewünschte Anwendungsziel des Modells erscheint die Annahme eines isotropen, linear elastischen Materialverhaltens als akzeptable Näherung. Mit Blick auf die Geometrie des Rotorblattes ist als Gedankenmodell ein schwach

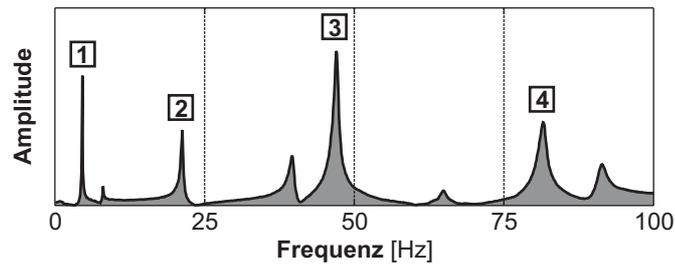


Bild 6.20: Exemplarisch ausgewählte Transferfunktion des Rotorblattes: Biegeformen [1]-[4].

vorverwundener Balken vorstellbar. Die Untersuchung schwach verwundener Balkenstrukturen in [91] zeigt, daß nur die beiden Biegeschwingungsrichtungen gekoppelt sind, während die Torsionsschwingungsformen näherungsweise unabhängig davon auftreten. Aus Sicht der Schadensdetektion sind ohnehin nur die Biegeformen von Interesse, da nur diese eine wirksame Anregung für das ‚clapping‘-Phänomen versprechen. Für die hier zu betrachtenden Biegeschwingungsformen mit niedrigen Eigenfrequenzen kann der Einfluß des inneren Fachwerk-kerns sicher vernachlässigt werden, da dieser hauptsächlich dem Erhalt der Querschnittsform dient. Anhand dieses Gedankenganges bildet das gezeigte FE-Modell nur die Kompositschale und den Stahlschaft des Rotors ab. Anhand des nachfolgenden Modellabgleichs werden mögliche Steifigkeitseinflüsse des Innenkerns in ‚verschmierter‘ Form in gewissem Umfang erfaßt. Die Torsionssteifigkeit des Rotorblattes wird hingegen maßgeblich von der Innenkonstruktion geprägt. Für die Abbildung dieser Schwingungsformen, welche bei der vorliegenden Anwendung ohnehin uninteressant sind, darf keine übermäßig gute Übereinstimmung mit den realen Verhältnissen erwartet werden.

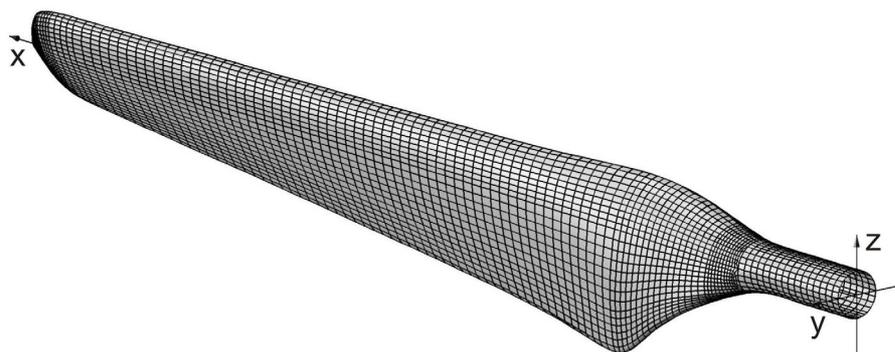


Bild 6.21: Lineares FE-Modell des Rotorblattes für die numerische Modalanalyse.

Wie bereits angesprochen, erfolgt zunächst anhand der experimentell ermittelten Resonanzfrequenzen ein Modellabgleich für die Steifigkeitseigenschaften der GFK-Schale des Rotorblattes. Hierzu wird die von den Materialparametern des FE-Modells abhängige

Residuumsfunktion R_ω aus den experimentellen und den numerischen Eigenkreisfrequenzen ω_j mit dem Ausdruck

$$R_\omega = \sum_j \left(\frac{\omega_{j,num}^2 - \omega_{j,exp}^2}{\omega_{j,exp}^2} \right)^2 \rightarrow \text{MIN} \quad \forall j = 1(1)8. \quad (6.26)$$

minimiert. Als Endergebnis werden für das numerische Modell optimal angepaßte Materialparameter (Elastizitätsmodul $E = 4.50 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$, Dichte $\rho = 3.15 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) für die GFK-Komponente erhalten, die damit zu einer sehr genauen Wiedergabe der Eigenfrequenzen bis 100Hz durch das Modell führen. Die ermittelten Parameterwerte liegen im Größenordnungsbereich der Anfangsschätzung anhand experimenteller Messungen. Vergleichswerte vom Hersteller des Rotorblattes stehen nicht zur Verfügung. Die Eigenkreisfrequenzen sowie die zugehörigen Modalformen lassen sich durch die Lösung des polynomialen Eigenwertproblems aus Gleichung (4.46) ermitteln. Hierbei ist die gewählte Randbedingung einer auskragenden Auflagerung zu berücksichtigen. Die Ergebnisse zeigen, daß im betrachteten Frequenzbereich 4 Biegeformen auftreten. Die zugehörigen Resonanzfrequenzen sind in der Darstellung des Frequenzgangs von Bild 6.20 durch die Nummern 1-4 markiert, da ausschließlich diese Schwingungsformen für die weiteren Untersuchungen interessieren. Darüber hinaus konnte die Annahme bestätigt werden, daß Biege- und Torsionsformen weitgehend entkoppelt voneinander vorliegen. Bild 6.22 zeigt als Untersuchungsergebnis exemplarisch die niedrigste Biegeform ($f_1 = 4.54\text{Hz}$, Bild 6.20, Punkt 1) und die niedrigste Torsionsform (39.88Hz). In der Darstellung (Bild 6.22) sind jeweils Amplitudenbeträge aufgetragen, so daß zwischen Knotenregionen und Bereichen mit großen Amplituden unterschieden werden kann. Die Vorzeichenbeziehung zwischen den Freiheitsgraden ist nicht enthalten.



Bild 6.22: Exemplarisch ausgewählte Modalformen des Rotorblattes, oben: niedrigste Biegeform $f_1 = 4.54\text{Hz}$, unten: niedrigste Torsionsform 39.88Hz .

Eingrenzung des geschädigten Bereiches.

Der nächste Schritt der experimentellen Schadensanalyse umfaßt eine grobe Eingrenzung des geschädigten Strukturbereiches. Wird der Gedankengang des vorangegangenen Abschnittes aufgegriffen, so sind bei der Untersuchung der vier ausgezeichneten Biegeschwingungsformen von Bild 6.20 die Sensoren jeweils in den Schwingungsbäuchen der angeregten Modalform zu applizieren, welche aus der vorhergehenden Modalanalyse bekannt sind. Als Sensoren werden Beschleunigungsaufnehmer verwendet, welche eine hohe schadensbezogene Sensitivität bieten. Um eine entsprechend gute räumliche Eingrenzung des Schadensbereiches zu erzielen, wird zuerst der vierte Biegemode ($f_4 = 81.70\text{Hz}$, Punkt 4 im Bild 6.20) genauer untersucht. Aufgrund der Änderung der Lagerungsbedingungen gegenüber den zuvor betrachteten Balkenstrukturen kann die Reihenfolge der untersuchten Schwingungsformen geändert werden, da hier keine direkte Verknüpfung zwischen Schadensgeometrie und der angewendeten Erregerfrequenz besteht, wie im nächsten Absatz weiter ausgeführt wird. Die gewählte Schwingungsform beinhaltet drei Schwingungsbäuche außerhalb des Erregerpunktes und erfüllt die notwendige Voraussetzung für die Schadenserkenkung, nämlich die Anregung des ‚clapping‘-Mechanismus durch eine Relativbewegung der gelösten Querschnittsteile. Die Erfassung der Beschleunigungsantwort erfolgt an den drei ausgewählten Meßpositionen in den Schwingungsbäuchen, während die Struktur mit einer Frequenz von $f_4 = 81.70\text{Hz}$ bei hohem Erregerniveau angeregt wird (Bild 6.23). Der Gradient zwischen den Klirrfaktoren der Schwingungsantworten zeigt deutlich an, daß im Bereich des Testpunktes (3) eine Schädigung zu vermuten ist.

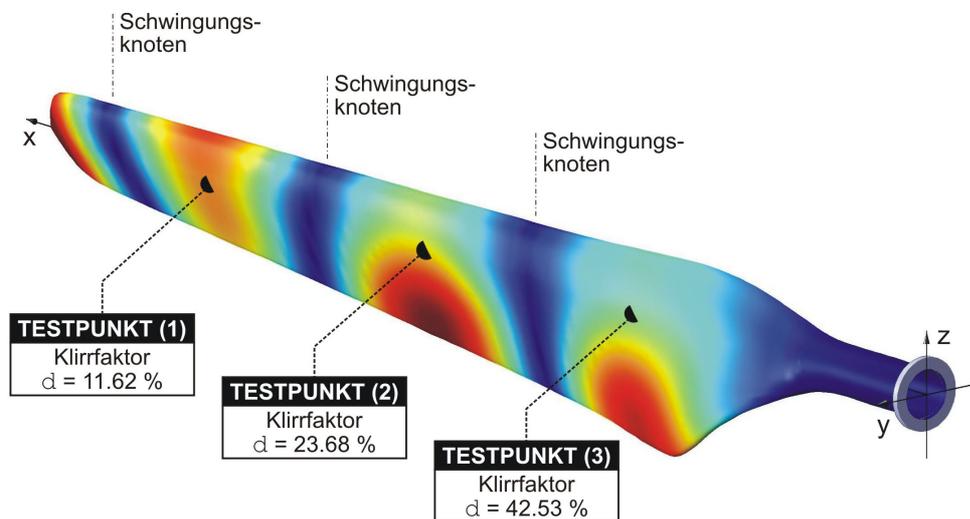


Bild 6.23: Verwendete Schwingungsform $f_4 = 81.70\text{Hz}$ für die Vorlokalisierung des Schädigungsbereiches und Nichtlinearitätsmaß der Beschleunigungsantwort an den drei ausgewählten Meßpunkten.

Lokale Eingrenzung des geschädigten Bereiches.

Der letzte Schritt besteht in der Untersuchung der vorher lokalisierten Schadensregion mit einer hohen Meßpunktdichte. Als Erregerfrequenz kann jede Resonanzfrequenz gewählt werden, deren zugehörige Schwingungsform eine Anregung des Scha-

denbereiches gestattet. Letzteres ist gegeben, wenn die erzeugte Bewegung eine große Krümmung und hinreichend ausgeprägte Schwingungsamplituden in der Schadensregion aufweist. Diese Eigenschaften erfüllt bereits die niedrigste Biegeschwingungsform $f_1 = 4.54\text{Hz}$ (vgl. Bild 6.22), die im weiteren als Erregerfrequenz gewählt wird. Zunächst soll der Blick jedoch auf einen Ausschwingversuch gerichtet werden, der maßgeblich mit der niedrigsten Eigenfrequenz $f_1 = 4.54\text{Hz}$ abläuft. Ausgehend von einem hohen Erregerniveau wird die Zwangserregung plötzlich abgestellt, so daß das System frei ausschlagen kann. Hierbei werden die Schwingungsamplituden infolge der Dämpfung immer weiter abgebaut. Dies geschieht zuerst sehr schnell, da hier gut hörbar stoßartige Kontakte ablaufen, und im weiteren Verlauf wesentlich langsamer. Diese Situation kommt dem Durchfahren der verschiedenen Nichtlinearitätszustände des Systems gleich (vgl. Bild 6.10). Anhand eines Beschleunigungssensors wird das Zeitsignal während des Ausschlagens in unmittelbarer Nähe der Schädigung aufgezeichnet. Bild 6.24 zeigt das Ordnungsspektrogramm der Schwingung über ein Zeitintervall von 3s nach Abstellung der äußeren Erregung. Das Spektrogramm basiert auf einer

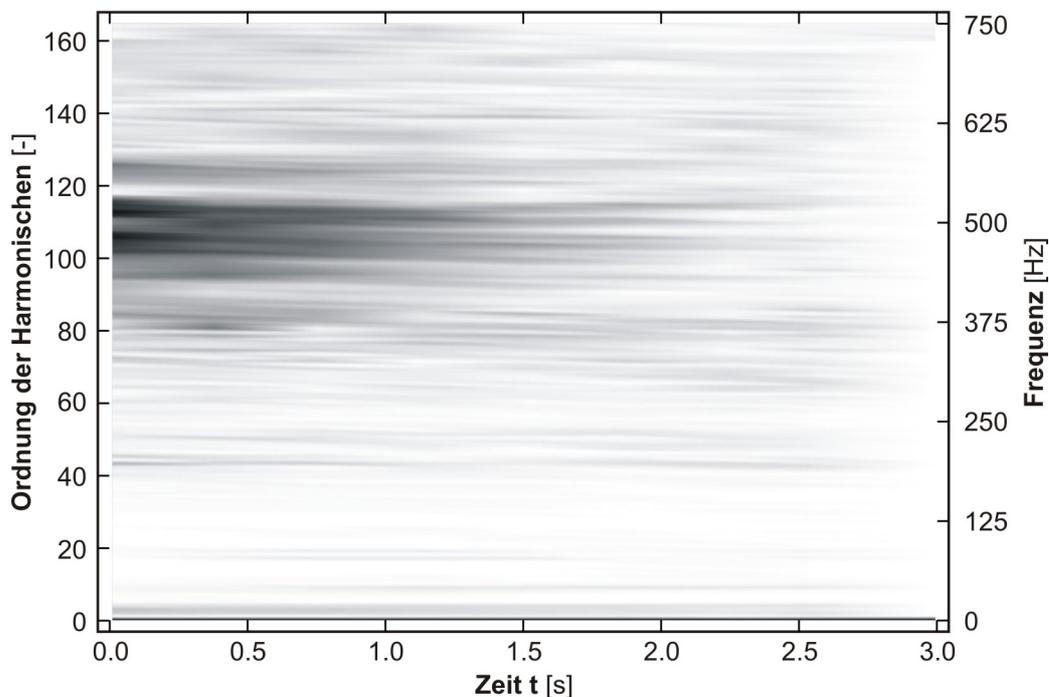


Bild 6.24: Ordnungsspektrogramm des Ausschwingversuchs: Nichtlinearitätszustände des Systems und dominante Oberschwingungsanteile.

fortlaufenden ‚shorttime‘-FOURIER-Transformation, aus der die auf die Grundschwingungsamplitude normierten Ordnungsspektren berechnet werden. Das erhaltene Spektrogramm (Bild 6.24) kann damit als analoge Darstellung zu Bild 6.10 interpretiert werden, wobei die Zeitachse mit der Amplitudengröße korrespondiert.

Zunächst zeigt sich die bereits bekannte Tatsache, daß verschiedene Systemzustände hinsichtlich der Nichtlinearität auftreten. Bemerkenswert ist allerdings, daß die beobachteten Oberschwingungsanteile vornehmlich im Bereich von 500Hz zu finden sind,

also die Erregerfrequenz sehr stark übertreffen. Anhand der Argumentation aus Abschnitt 4.3 ist dieser Effekt damit zu erklären, daß die infolge des Stoßkontaktes im Schadensbereich angeregten lokalen Resonanzfrequenzen sehr hoch sind. Aus diesem Grund ist von einer relativ kleinen Schädigung im Bezug auf die Größe der Gesamtstruktur auszugehen, was die folgenden Untersuchungen bestätigen.

Eine lokale Untersuchung der im vorangegangenen Schritt grob eingegrenzten Schadensregion unter Verwendung eines dichten Meßpunktnetzes zeigt, daß mehrere Einzelschäden unterschiedlicher Größe in diesem Bereich vorliegen. Bild 6.25 gibt exemplarisch die Lage und die Größe einer der aufgespürten Delaminationen wieder. Trotz der erschwerenden Tatsache, daß sich im untersuchten Strukturbereich neben der Schadensnichtlinearität auch strukturelle Nichtlinearitäten aus dem Übergang des Laminates zum Stahlschaft einstellen, wurde ein eindeutiges Diagnoseresultat erzielt. Die Korrektheit der Ergebnisse konnte für die größeren Delaminationen, wie zum Beispiel für die im Bild 6.25 dargestellte, anhand einer speziellen Schräglichtaufnahmetechnik nachgewiesen werden.

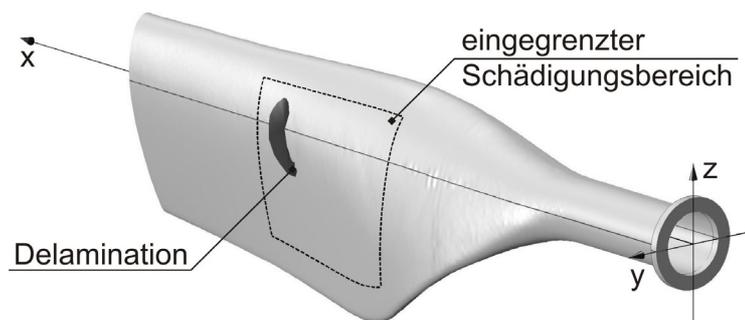


Bild 6.25: Vorlokalisierte Schadensregion und eine detektierte Delaminationsschädigung als Ergebnis der lokalen Untersuchung ($f_1 = 4.54\text{Hz}$).

6.5 Schlußfolgerungen

Im vorliegenden Abschnitt konnte experimentell nachgewiesen werden, daß die numerisch prognostizierten schadensbezogenen Phänomene in gleicher Ausprägung im Experiment wiederzufinden sind. Anhand der numerischen Betrachtungen konnten die experimentellen Bedingungen gezielt eingestellt werden, so daß die mit dem ‚clapping‘-Mechanismus verbundenen nichtlinearen Effekte für eine experimentelle Schadenserkenntnis nutzbar wurden.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß die vorgestellte modellunterstützte Detektionsprozedur aufgrund des durchdringenden Charakters der Schadensnichtlinearität sowie durch die Einbindung eines numerischen Modells zur Wahl geeigneter Sensorpositionen einen effizienten Ansatz zur experimentellen Schadensdiagnose bietet. Der Vorteil der gezielten Ausnutzung der mit dem Eintritt eines Schadens verknüpften

stark nichtlinearen Schwingungseigenschaften wird deutlich. Gegenüber vielen bislang verfügbaren experimentellen Verfahren, die vorwiegend auf Rasterbasis arbeiten (vgl. Abschnitt 2.3.4), kann ein deutlich reduzierter Meßaufwand und eine hohe schadensbezogene Sensitivität der vorgestellten Schadenserkennungstechnik verzeichnet werden. Die Existenz einer Schädigung konnte in allen bislang untersuchten Fällen bereits auf Systemebene nachgewiesen werden. Bei der abschließenden lokalen Feindiagnose wurde sowohl beim Modellproblem mehrschichtiger Balkenstrukturen mit verschiedenen Delaminationsszenarien als auch in der technischen Anwendung an einem Rotorblatt eine zuverlässige Bestimmung von Schadensort und -ausmaß erzielt.

7

Nichtlineare, modellbasierte Schadensidentifikation

Das vorliegende Kapitel befaßt sich mit der modellbasierten Schadensidentifikation unter Verwendung der zuvor entwickelten nicht-glatten numerischen Simulationsmodelle, welche in geeigneter Weise mit den experimentellen Daten zu verknüpfen sind. Zunächst werden die klassischen Konzepte zur modellbasierten Identifikation unter verschiedenen Aspekten diskutiert und daraus das veränderte Konzept für die Verwendung des nichtlinearen Strukturmodells entwickelt. Anschließend wird gezeigt, wie auf der Basis einer sogenannten ‚model-update‘-Strategie das Simulationsmodell durch die Lösung eines nicht-konvexen Optimierungsproblems algorithmisch gesteuert, schrittweise an den vorliegenden Schädigungszustand angepaßt werden kann und damit zur Lösung des inversen Problems führt. Zu diesem Zweck erfolgt die Konstruktion einer Residuumsfunktion auf Grundlage der nichtlinearen Schwingungsantworten der geschädigten Struktur. Abschließend wird anhand der technischen Anwendung des entwickelten Identifikationsverfahrens auf das Delaminationsproblem des Mehrschichtbalkens die Leistungsfähigkeit des vorgeschlagenen Ansatzes erprobt.

7.1 Konzept der modellbasierten Schadensdiagnose

Modellbasierte Verfahren zur Schadensidentifikation verwenden zur Schadenserkenkung neben den experimentellen Daten ein verfahrensangepaßtes Strukturmodell, das den Schädigungszustand repräsentiert. Gegenüber den zuvor betrachteten *modellunterstützten Detektionsverfahren* (Kapitel 6) verschiebt sich der Schwerpunkt bei den *modellbasierten Verfahren* auf eine vorrangig rechnergestützte Behandlung der Problemstellung, während der Umfang der benötigten experimentellen Daten des geschädigten Systems stark eingeschränkt wird. Leicht einsehbar ist die Tatsache, daß die Qualität des involvierten Strukturmodells entscheidend für den erzielten Identifikationserfolg ist. In

den allermeisten Fällen bisher vorgeschlagener modellbasierter Verfahren [12], [106] werden ausschließlich lineare Strukturmodelle hinterlegt, deren eingeschränkte schadensbezogene Sensitivität sich in vielen Fällen als problematisch erweist, da der eigentliche Schadensmechanismus (z.B. Kontaktphänomene im Schädigungsbereich) hier unberücksichtigt bleibt. An dieser Stelle knüpft der neue Zugang der vorliegenden Arbeit an (siehe Abschnitt 7.3.4).

Die grundsätzliche Aufgabenstellung bei der Entwicklung eines modellbasierten Identifikationsverfahrens liegt immer in der Herleitung einer methodischen Verknüpfung zwischen den parameterbezogenen Simulationsdaten und den aktuellen experimentellen Meßdaten. Für diese Verbindung zwischen Experiment und numerischer Simulation haben sich in den vergangenen Jahren im wesentlichen drei verschiedene Vorgehensweisen entwickelt [12], die im nachfolgenden kurz vorgestellt werden. Die Ansätze unterscheiden sich hinsichtlich des Umfangs des verwendeten Strukturmodells sowie dessen Präsenz innerhalb des Identifikationsverfahrens.

Modellkorrekturverfahren (Rückwärtsverfahren).

Für das Konzept der schrittweisen Modellkorrektur wird die Schadensidentifikation als inverses Problem (siehe Abschnitt 2.3.2) formuliert, dessen Lösung die gesuchte Information über den Schädigungszustand liefert. Mit Hilfe sogenannter ‚*model update*‘-Strategien (*Modellkorrekturverfahren*) werden die Parameter des numerischen Modells (beispielsweise FE-Modell) solange iterativ korrigiert, bis die numerische Simulation die gemessenen Daten in entsprechender Güte reproduziert. Das nach dem Anpassungsprozeß vorliegende korrigierte Strukturmodell wird als Repräsentant des realen Schädigungszustandes angesehen.

Vorwärtsverfahren.

Ein zweiter Ansatz, die sogenannten Vorwärtsverfahren, betrachten eine Kandidatenmenge möglicher Schadensszenarien, welche sowohl den Schadensmechanismus als auch die Schadensgeometrie beinhalten können [21]. Hierauf basierend werden die jeweiligen schadensbedingten Änderungen der dynamischen Eigenschaften des Systems vorhergesagt, wobei in den meisten Fällen die Eigenfrequenzen oder Modalformen als Kriterium gewählt werden. Anschließend erfolgt ein Vergleich der gemessenen Strukturantwort mit den zuvor prognostizierten dynamischen Eigenschaften der Schadensfälle. Das am besten zutreffende Schadensszenario wird als Indikator für den realen Schädigungszustand aufgefaßt. In diesem Zusammenhang werden häufig statistische Methoden verwendet, um die Schadenslokalisierung vorzunehmen. Für die wiederum linearen Modelle wird im Gegensatz zum zuvor betrachteten Ansatz nur eine Teilmenge der möglichen Parameter mit schadensinduzierten Auswirkungen (fehlerbehaftete Parameter) ausgetestet.

Neuronale Netze.

Beim Verfahrenskonzept der neuronalen Netze (‚neural networks‘) wird das Problem der Schadenserkennung implizit bearbeitet, so daß der Algorithmus für die eigentliche Identifikationsphase kein detailliertes Modell benötigt. Solche Simulationsmodelle sind nur für den vorgelagerten Prozeß der Trainingsphase des neuronalen Netz-

werks erforderlich. Der gesamte Vorgang kann als ‚Lernprozeß‘ für eine Abbildung $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ interpretiert werden, für die keine Abbildungsvorschrift explizit angebar ist [86]. Eine erfolgreiche Schadensdiagnose mit diesem Konzept erfordert, daß zumindest die grundsätzliche Schadenscharakteristik der betreffenden Struktur von den zuvor während der Trainingsphase angelegten Daten repräsentiert wird. In diesem Zusammenhang erweist sich häufig der vorgelagerte Trainingsprozeß als extrem aufwendig.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll der Weg einer Schadensidentifikation unter Verwendung der erstgenannten Strategie, der sukzessiven Modellkorrektur, beschränkt werden. Diese Wahl bietet sich hier vor allem aus zwei Aspekten an. Das Modellkorrekturverfahren erfordert einerseits eine hohe Modellgenauigkeit bei der Erfassung des Schädigungszustandes und andererseits, wegen der iterativen Lösungsprozedur, eine äußerst effiziente numerische Beschreibung. Sind diese Anforderungen erfüllt, darf eine effektive und präzise Schadensdiagnose erwartet werden. Anhand der umfangreichen Vorarbeiten der vorangegangenen Kapitel kann ein solches Simulationsmodell ohne größere Schwierigkeiten aufgestellt werden, das die genannten Voraussetzungen in hohem Maße erfüllt. Im Rahmen dieser Arbeit sollen die Anwendungen auf delaminierte Balkenstrukturen beschränkt werden. Es sei jedoch betont, daß prinzipiell mit der im weiteren dargestellten Vorgehensweise jede mögliche Strukturklasse problemlos behandelt werden kann, solange ein adäquates numerisches Modell zur Verfügung steht. Die Beschränkung der Betrachtungen auf Balkenstrukturen stellt also keineswegs eine Einschränkung des präsentierten Verfahrenskonzeptes dar.

In den folgenden Abschnitten wird der Ablauf des Modellkorrekturverfahrens im Detail betrachtet sowie die Änderungen und Vorteile der in dieser Arbeit neu eingeführten Strategie gegenüber den bereits existierenden Ansätzen herausgestellt.

7.2 Grundlagen der modellbasierten Schadensidentifikation auf der Basis der ‚model update‘-Strategie

7.2.1 Ablauf der Schadensidentifikation anhand des Rückwärtsverfahrens

Der ursprüngliche Anwendungsgedanke von Modellkorrekturverfahren ist es, Simulationsmodelle derart zu modifizieren, daß das reale Verhalten einer Struktur möglichst zutreffend im Modell abgebildet wird. Der Ablauf der Modellanpassung wird durch einen Algorithmus gesteuert und läuft automatisiert ab, so daß häufig von ‚computational model update‘ (CMU) gesprochen wird. Diese Zielsetzung ist auf das Identifikationsproblem für Strukturschädigungen übertragbar. Umfassende Darstellungen zur klassischen Vorgehensweise beim CMU sowie einen Schrifttumsüberblick sind zum Beispiel in den Arbeiten von MOTTERSHEAD & FRISWELL [63] und LINK [51] zu finden.

Die prinzipielle Vorgehensweise zur Schadensidentifikation anhand eines Rückwärtsverfahrens ist im Bild 7.1 dargestellt. Genau betrachtet muß hierbei zweimal separat ein CMU-Verfahren durchlaufen werden, wovon die erste Anwendung die beabsichtigte Schadensdiagnose nicht unmittelbar betrifft.

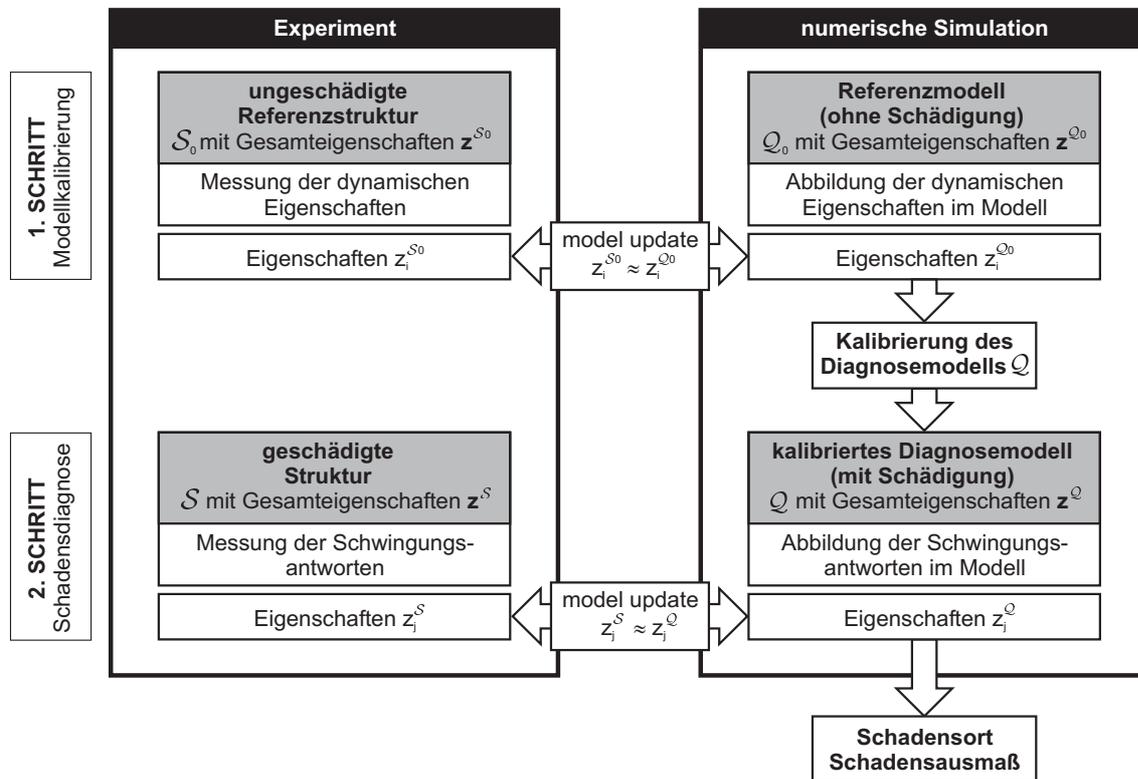


Bild 7.1: Prinzipieller Ablauf des Rückwärtsverfahrens zur Schadensidentifikation.

Im ersten Schritt wird das numerische Simulationsmodell anhand der ungeschädigten Situation kalibriert. Durch schrittweise Anpassung des Referenzmodells \mathcal{Q}_0 wird erreicht, daß das experimentell charakterisierte Verhalten einer entsprechenden ungeschädigten Referenzstruktur \mathcal{S}_0 möglichst exakt wiedergegeben wird. Dieser erste Modellabgleich anhand des ungeschädigten Systemzustandes beabsichtigt im wesentlichen, die Unsicherheiten bei der Beschreibung der dynamischen Eigenschaften (z.B. Materialparameter) als auch in gewissem Maße modellbezogene Abweichungen zu korrigieren, damit schon bei möglichst geringen Schädigungsgraden zuverlässige Diagnoseergebnisse erzielbar sind. Die Anpassung wird anhand linearer dynamischer Kenngrößen (z.B. Eigenfrequenzen) vorgenommen. Ein solches Vorgehen wurde bereits bei der Untersuchung des Rotorblattes im Abschnitt 6.4 skizziert und soll an dieser Stelle nicht näher beleuchtet werden. Es läuft in gleicher Weise wie das im folgenden ausführlich dargestellte Modellkorrekturverfahren zur Schadenserkenkung ab, wobei jedoch unterschiedliche Parameter angepaßt werden.

Im zweiten Schritt, der eigentlichen Schadensdiagnose, erfolgt die Lösung des inversen Problems durch die schrittweise Anpassung der Schadensparameter des (kalibrierten) Simulationsmodells mit Schädigung \mathcal{Q} anhand der experimentellen Meßwerte des mo-

mentanen realen Systemzustandes \mathcal{S} . Die zu bestimmenden Schadensparameter (z.B. Lage und Ausmaß) hängen dabei im allgemeinen nichtlinear von den numerisch simulierten Schwingungseigenschaften ab. Für diesen Teilaspekt des Rückwärtsverfahrens wird erneut eine CMU-Strategie verwendet. Im Ergebnis dieses Schrittes werden die Schwingungseigenschaften des realen, geschädigten Systems möglichst zutreffend vom Simulationsmodell erfaßt, so daß nach dem Modellabgleich die Schadensparameter des aktuellen Modells den realen Schädigungszustand wiedergeben.

7.2.2 Ablauf des CMU-Verfahrens zur Verwendung bei der modellbasierten Schadensdiagnose

Das allgemeine Anwendungsziel der herkömmlichen CMU-Verfahren ist die algorithmisch gesteuerte Parameter- bzw. Systemidentifikation. Diese Grundidee der computer-gestützten Adaption eines Rechenmodells mit Hilfe experimenteller Daten kann auf die Zielsetzung einer modellbasierten Schadensdiagnose übertragen werden. Auch hier werden die Abweichungen zwischen Test- und Analyseergebnissen als Residuum eingeführt, welche im Rahmen der schrittweisen Korrektur des Simulationsmodells iterativ minimiert werden und im Rückschluß die unbekannt Parameter liefern. Hierbei wird vorausgesetzt, daß das globale Minimum der verwendeten Residuumsfunktion mit den tatsächlichen Parametern der Schädigung verknüpft ist.

Das im Bild 7.2 dargestellte Flußdiagramm zeigt den prinzipiellen Ablauf und den Informationstransfer bei der Anwendung der CMU-Strategie auf das Schadensidentifikationsproblem, welches auf drei miteinander verknüpften Grundzügen beruht: die experimentelle Analyse der geschädigten Struktur \mathcal{S} , die numerische Simulation dieses Systems anhand eines mechanischen Modells \mathcal{Q} und die algorithmische Steuerung der Parameteranpassung.

Parameterisierung des Modells.

Kernpunkt der modellbasierten Schadensidentifikation bildet die schrittweise Parameteränderung des numerischen Simulationsmodells, welche die Parameterisierung des Strukturmodells erfordert, wobei die ausgewählten Strukturparameter als Unbekannte gesucht sind. Darüber hinaus ist die Möglichkeit der externen Steuerung des Simulationsmodells durch den iterativen Algorithmus zur Modellkorrektur erforderlich, was im allgemeinen zu einer starken Einschränkung der möglichen Simulationsplattformen führt.

Der Modellanpassung liegt in der Regel ein FE-Modell zugrunde, für das die allgemeinen Bewegungsgleichungen (5.6), also das mathematische Modell \mathcal{Q} , in die parameterisierte Form

$$\mathcal{Q}(\mathbf{p}) : \quad \mathbf{M}(\mathbf{p}) \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{D}(\mathbf{p}) \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}(\mathbf{p}) \mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t) , \quad \mathbf{p} \subset \mathbf{P} \quad (7.1)$$

überführt werden. Hierbei sind \mathbf{M} , \mathbf{D} , \mathbf{K} die bekannten strukturbeschreibenden Systemmatrizen, die im parametrisierten Modell als Funktion der ausgewählten Strukturparameter \mathbf{p} auftreten. Die Parameter \mathbf{p} sind also in der Gesamtheit aller strukturbeschreibenden Modellparameter \mathbf{P} enthalten. Die Auswahl der zu verwendenden

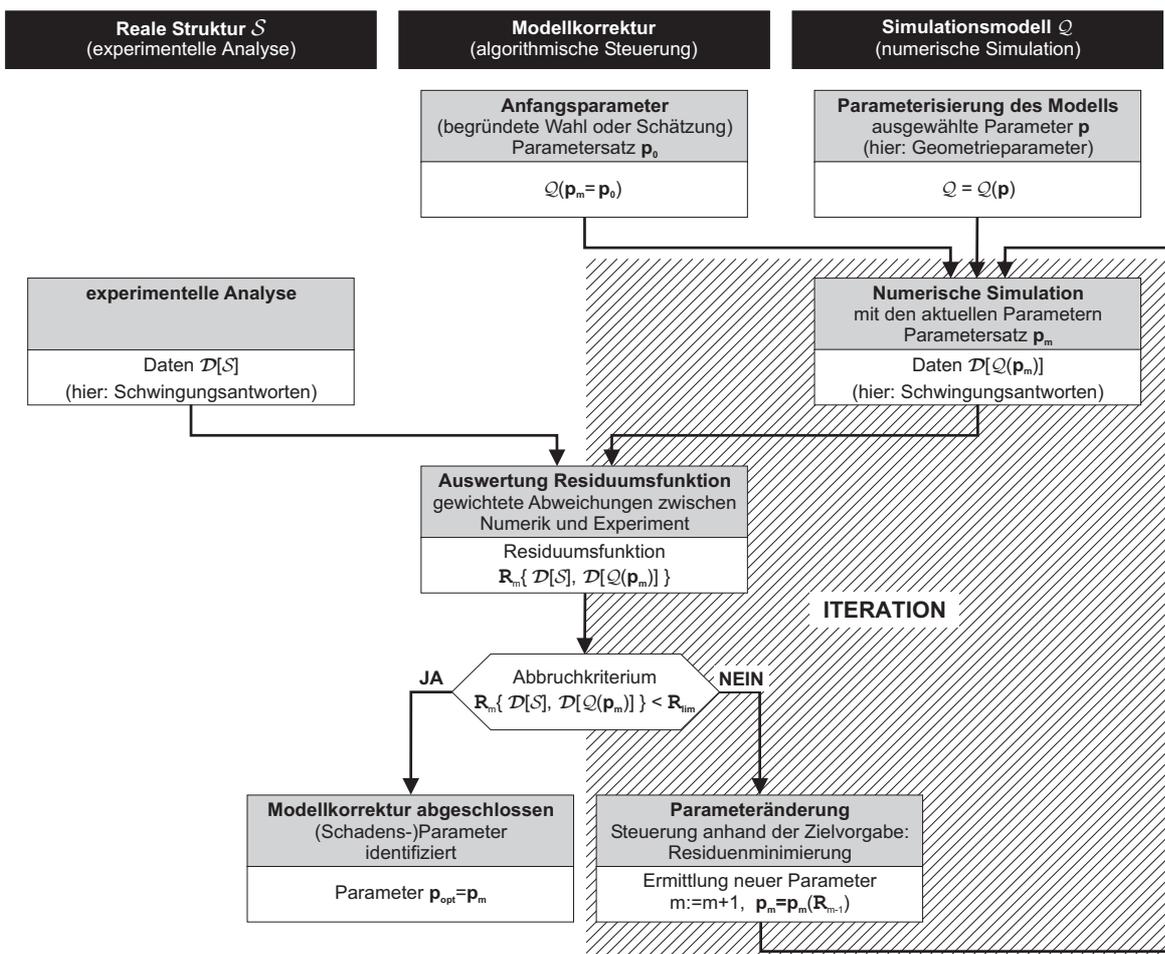


Bild 7.2: Prinzipieller Ablauf des Modellkorrekturverfahrens (CMU-Verfahren).

Strukturparameter erfordert besondere Sorgfalt und ist wesentlich von der Modellklasse (z.B. linear oder nichtlinear) abhängig. In diesem Zusammenhang unterscheidet sich das in der vorliegenden Arbeit verfolgte Konzept wesentlich von den bislang verwendeten Ansätzen. Ein Vergleich zwischen den klassischen modellbasierten Verfahren und der hier zugrundegelegten Strategie (u.a. in Bezug auf die verwendeten Strukturmodelle sowie die Parameterauswahl) wird im Anschluß an diese allgemeine Einführung im Abschnitt 7.3.4 gegeben. Bei den klassischen (linearen) Schadensidentifikationsverfahren wird sehr oft eine direkte Parameterisierung der Systemmatrizen in der Form [74], [57], [50]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K} &= \mathbf{K}_0 + \sum_i \alpha_i \mathbf{K}_i, & i &= 1(1)n_\alpha \\ \mathbf{D} &= \mathbf{D}_0 + \sum_j \beta_j \mathbf{D}_j, & j &= 1(1)n_\beta \\ \mathbf{M} &= \mathbf{M}_0 + \sum_k \gamma_k \mathbf{M}_k, & k &= 1(1)n_\gamma \end{aligned} \right\} \mathbf{p}^T = [\dots \alpha_i \dots \beta_j \dots \gamma_k \dots] \quad (7.2)$$

vorgenommen. Hierbei beschreiben \mathbf{K}_0 , \mathbf{D}_0 , \mathbf{M}_0 die Systemmatrizen des Ausgangsmodells und \mathbf{K}_i , \mathbf{D}_j , \mathbf{M}_k die Substrukturmatrizen zur lokalen Modellkorrektur. Die Substrukturmatrizen definieren den Ort der Modellkorrektur. Die Faktoren α_i , β_j , γ_k sind die Korrekturparameter, die während des Modellabgleichs verändert werden und im Parametervektor \mathbf{p} zusammengefaßt sind. In der vorliegenden Arbeit wird aufgrund des geänderten Typs des Strukturmodells eine abweichende Parameterisierung vorgenommen (siehe Abschnitt 7.3.1).

Wahl der Anfangsparameter.

Nachdem das parametrisierte Simulationsmodell $\mathcal{Q}(\mathbf{p})$ aufgestellt wurde, muß zunächst eine Abschätzung oder eine begründete Wahl der Anfangsparameter \mathbf{p}_0 vorgenommen werden, so daß ein Anfangsmodellzustand $\mathcal{Q}(\mathbf{p}_0)$ vorliegt. Generell ist eine Wahl der Anfangsparameter anzustreben, die keine übermäßig großen Abweichungen zwischen experimenteller Analyse der geschädigten Struktur \mathcal{S} und der numerischen Simulation in der Ausgangskonfiguration $\mathcal{Q}(\mathbf{p}_0)$ ergibt. Diese Forderung trägt bei den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten modernen Algorithmen für die Steuerung der Modellanpassung zu einem schnelleren Ablauf des Diagnosevorgangs bei, sie ist aber keine notwendige Voraussetzung wie bei der Mehrzahl der herkömmlichen Ansätze auf der Basis der Eigensensitivität der Parameter. In diesem Zusammenhang konnte eine vielversprechende Alternative eingeführt werden, die zu einer *Vorkonditionierung* des Verfahrens anhand einer begründeten Anfangsschätzung führt. Näheres hierzu wird im Abschnitt 7.4.2.2 ausgeführt.

Modellabgleich.

Das parametrisierte Simulationsmodell $\mathcal{Q}(\mathbf{p}_0)$ in seiner Ausgangskonfiguration muß nun anhand der Daten aus der experimentellen Analyse $\mathcal{D}[\mathcal{S}]$ der geschädigten Struktur \mathcal{S} derart modifiziert werden, daß eine schrittweise Änderung der Parameter \mathbf{p} zu einer immer besseren Erfassung der gemessenen Daten $\mathcal{D}[\mathcal{S}]$ führt. Die Lösung der inversen Problemstellung besteht darin, die gewählten Parameter für das Simulationsmodell \mathcal{Q} derart zu ändern, damit das Modell zu einem Repräsentanten für die geschädigte Struktur \mathcal{S} wird. Dabei muß vorausgesetzt werden, daß die mathematische Modellstruktur (z.B. Diskretisierungsgrad und Elementierung des Modells) sowie Art und Anzahl der ausgewählten Modellparameter für das betrachtete Problem physikalisch sinnvoll ist [50]. An dieser Stelle muß betont werden, daß die gegenwärtig gebräuchlichen CMU-Verfahren lediglich eine Anpassung ausgewählter Modellparameter vornehmen, das grundlegende physikalische Modell jedoch unverändert bleibt. Bei der Anwendung solcher Verfahren auf modellmäßig unzureichend abgebildete Strukturen geht nicht selten die physikalische Interpretierbarkeit der ausgewählten Parameter verloren, da das Ausgangsmodell an bestimmten Stellen unverträglich mit der physikalischen Wirklichkeit ist. Deshalb muß das zugrundegelegte Simulationsmodell nicht nur den experimentell bestimmten Systemeigenschaften entsprechen, sondern bezüglich seines Verwendungszwecks zur Schadensdiagnose eine ausreichende physikalische Genauigkeit aufweisen. Dieser Aspekt betrifft insbesondere die klassischen modellbasierten Verfahren zur Schadensidentifikation, die durch die involvierte Linearitätsannahme (siehe Abschnitt 2.3.4) die eigentlichen schadensbezogenen Phänomene nur mit begrenzter Genauigkeit erfassen.

Residuumsfunktion.

Die experimentell bestimmten Schwingungseigenschaften $\mathcal{D}[\mathcal{S}]$ (z.B. Frequenzgängeigenschaften, Schwingungsantworten) werden in einem Iterationsprozeß (siehe Bild 7.2) fortlaufend mit den entsprechenden Daten $\mathcal{D}[\mathcal{Q}(p)]$ der numerischen Simulation verglichen. Die Erfassung sowie die Gewichtung der Abweichung zwischen Experiment und Simulation erfolgt anhand einer entsprechenden Residuumsfunktion $\mathbf{R}\{\mathcal{D}[\mathcal{S}], \mathcal{D}[\mathcal{Q}(\mathbf{p})]\}$, die numerisch iterativ durch die Anpassung der Modellparameter \mathbf{p} minimiert wird. Das Residuum $\mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{p})$ hängt dabei im allgemeinen in nichtlinearer Weise von den gewählten Parametern \mathbf{p} ab. Der Definition der Residuumsfunktion kommt eine große Bedeutung zu, da hier die für die Modellanpassung zur Verfügung stehenden Informationen hochgradig verdichtet werden. In der Regel besitzt die Funktion $\mathbf{R}(\mathbf{p})$ die Gestalt einer gewichteten Fehlerquadratsumme

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}) = \mathbf{r}(\mathbf{p})^T \mathbf{W} \mathbf{r}(\mathbf{p}) + \mathbf{p}^T \mathbf{W}_p \mathbf{p}, \quad \mathbf{R} \in \mathbb{R}_+ \quad (7.3)$$

wobei $\mathbf{r}(\mathbf{p})$ den Residuenvektor darstellt. Die Größen \mathbf{W} und \mathbf{W}_p sind Wichtungsmatrizen [63], die den Einfluß einzelner Teilresiduen steuern. Die Wichtungsmatrix \mathbf{W} erfaßt u.a. die Auswirkung unterschiedlich genauer Daten und wird häufig als inverse Kovarianzmatrix der Meßfehler eingeführt. Zur Wahl der Wichtungsmatrizen sei auf [59], [23] verwiesen, da diese in der vorliegenden Arbeit nicht benötigt werden. Die Minimierung der Residuumsfunktion als gewichtete Fehlerquadratsumme liefert innerhalb eines Iterationsverfahrens die gesuchten Modellparameter \mathbf{p} . In diesem Zusammenhang dient das zweite Glied aus Gleichung (7.3) zur Kontrolle und Begrenzung der Parameteränderungen während der Iteration. Da das inverse Schadensidentifikationsproblem häufig als schlecht gestelltes Problem (vgl. Abschnitt 2.3.2) auftritt, erfordern bestimmte (klassische) Lösungsverfahren der Einführung einer solchen numerischen Stabilisierung, die als *Regularisierung* angesehen werden kann. Die zugehörige Wichtungsmatrix \mathbf{W}_p , der Regularisierungsparameter, muß äußerst sorgfältig gewählt werden, da für $\mathbf{W}_p \gg \mathbf{0}$ die Funktion $\mathbf{R}(\mathbf{p})$ ihre Sensitivität gegenüber den Residuen \mathbf{r} verliert. Der Residuenvektor \mathbf{r}_m im m -ten Iterationsschritt ergibt sich anhand eines Ausdrucks der Form

$$\mathbf{r}_m = \mathcal{D}[\mathcal{S}] - \mathcal{D}[\mathcal{Q}(\mathbf{p}_m)] \quad (7.4)$$

aus den Abweichungen zwischen den experimentellen Meßergebnissen $\mathcal{D}[\mathcal{S}]$ und den auf den aktuellen Parametern \mathbf{p}_m basierenden Simulationsdaten $\mathcal{D}[\mathcal{Q}(\mathbf{p}_m)]$.

Klassischerweise werden für die Konstruktion einer Residuumsfunktion entweder modale Systemeigenschaften [50] (Eigenfrequenzen, Eigenformen) oder bestimmte Merkmale bzw. ausgewählte Stützstellen der Übertragungsfunktionen [103], [58], [61] verwendet, die als Charakteristikum für den gesamten Systemzustand dienen. Gerade Eigenwerte und Eigenformen stellen Systemcharakteristiken linearer dynamischer Systeme dar, deren schadensbezogene Sensitivität insbesondere im Bereich niedriger Frequenzen äußerst begrenzt ist [53], [46], [86] und somit nur mäßig geeignet erscheinen.

Minimierung der Residuumsfunktion.

Nach jedem Iterationsschritt wird anhand eines Abbruchkriteriums

$$\mathbf{R}_m(\mathbf{p}_m) < \mathbf{R}_{lim} , \quad \mathbf{R} \in \mathbb{R}_+ \quad (7.5)$$

überprüft, ob die Residuumsfunktion mit den Daten $\mathcal{D}[\mathcal{Q}(\mathbf{p}_m)]$ des aktuellen Iterationsschrittes m eine zuvor festgelegte Grenze \mathbf{R}_{lim} unterschreitet, die als praktisches Anzeichen für das Erreichen der optimalen Modellanpassung angesehen wird. Aufgrund des zu erwartenden Meßrauschens sowie der im allgemeinen unvermeidbaren Modellabweichungen, darf keine vollständige Übereinstimmung zwischen den Meßergebnissen $\mathcal{D}[\mathcal{S}]$ und den Simulationsdaten $\mathcal{D}[\mathcal{Q}(\mathbf{p}_{opt})]$ im Fall eines korrekt abgebildeten Schadens erwartet werden. Dies bedeutet, daß ein entsprechendes Abbruchkriterium $\mathbf{R}_{lim} > 0$ mit Bedacht für das jeweils zu untersuchende Problem zu wählen ist.

Ist das Abbruchkriterium (7.5) nicht erfüllt, wird die Iteration mit dem Schritt $m + 1$ und den zugehörigen Parametern \mathbf{p}_{m+1} fortgeführt. Die Bestimmung des neuen Parametervektors \mathbf{p}_{m+1} folgt aus der jeweiligen algorithmisch gesteuerten Minimierungsprozedur

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}) \rightarrow \text{MIN} , \quad (7.6)$$

wobei die Residuumsfunktion $\mathbf{R}(\mathbf{p})$ nunmehr die Zielfunktion der Optimierung darstellt. Für die Lösung kommen verschiedene Verfahren in Frage.

Herkömmliche Identifikationsverfahren führen zur iterativen Lösung des Minimierungsproblems (7.6) zumeist einen klassischen Sensitivitätsansatz ein [74], bei dem die Entwicklung des Simulationsdatenvektors $\mathcal{D}[\mathcal{Q}(\mathbf{p})]$ schrittweise linearisiert wird. Die Linearisierung erfolgt am Punkt m durch eine nach dem linearen Term abgebrochene TAYLOR-Reihe und führt auf die zentrale Gleichung für die klassische Parameterkorrektur

$$\mathbf{r}_{m+1} = \mathbf{r}_m - \mathbf{G}_m \Delta \mathbf{p} \quad \text{mit } \Delta \mathbf{p} = \mathbf{p}_{m+1} - \mathbf{p}_m , \quad (7.7)$$

welche die Abhängigkeit der Simulationsdaten $\mathcal{D}[\mathcal{Q}(\mathbf{p})]$ von den Parameteränderungen $\Delta \mathbf{p}$ approximiert. Die Sensitivitäts- bzw. Gradientenmatrix \mathbf{G}_m des Systems am Linearisierungspunkt m

$$\mathbf{G}_m = \left. \frac{\partial \mathcal{D}[\mathcal{Q}(\mathbf{p})]}{\partial \mathbf{p}} \right|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_m} \quad (7.8)$$

erfaßt die Sensitivitäten der Simulationsdaten im Bezug auf die Parameteränderung $\Delta \mathbf{p}$ und muß in jedem Iterationsschritt neu berechnet werden. Die numerische Kondition der Gradientenmatrix \mathbf{G}_m spielt bei diesem klassischen Sensitivitätsansatz im Bezug auf die Schlechtgestelltheit des Problems (vgl. Abschnitt 2.3.2) eine wichtige Rolle [73]. So führt die Wahl einer zu geringen Anzahl an Meßpunkten gegenüber den zu bestimmenden Systemparametern oder die geringe Sensitivität einzelner Parameter dazu, daß die Gradientenmatrix singular bzw. nahezu singular wird und die Lösung ungünstig beeinflußt.

Das inverse Problem der Schadensidentifikation führt häufig auf *nicht-konvexe Optimierungsprobleme* (siehe Abschnitt 7.3.2), deren Residuumsfunktionen eine Reihe lokaler Minima aufweisen. In diesem Fall liefern die Standardansätze der numerischen Optimierung in Form einer gradientenbasierten Vorgehensweise (wie das gerade beschriebene) häufig nur ein lokales Minimum als Optimierungsergebnis. Die Anwendung derartiger Verfahren ist zur Lösung des inversen Problems der Schadensidentifikation nur bedingt geeignet, wenngleich zumeist ein effizienter Ablauf der numerischen Optimierung zu erwarten ist. Wird vom Algorithmus fälschlicherweise eine lokale Extremalstelle als globales Minimum identifiziert, führt dies im allgemeinen zu einer unbrauchbaren Lokalisierung der Schädigung. In anderen Anwendungsfeldern solcher Optimierungsalgorithmen, wie zum Beispiel der computergestützten Strukturoptimierung, fällt ein derartiger Fehler weitaus weniger drastisch aus, da hier selbst ein lokales Minimum zur suboptimalen Verbesserung der Eigenschaften führt. Beim Anwendungsziel einer Schadensdiagnose ist dagegen nur das globale Minimum der Residuumsfunktion von Interesse. Auch an dieser Stelle setzt das für die vorliegende Arbeit gewählte Konzept an.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß für die Implementierung des CMU-Algorithmus (siehe Bild 7.2) innerhalb eines Rückwärtsverfahrens zur modellbasierten Schadensidentifikation drei weitgehend unabhängige Fragestellungen zu lösen sind:

- (1) *Aufstellung eines möglichst physikalisch konsistenten Strukturmodells*, das die wesentlichen schadensbezogenen Phänomene mit hinreichender Genauigkeit erfaßt und das jeweilige Schwingungsverhalten mit hoher Zuverlässigkeit wiedergibt. Hierdurch wird gewährleistet, daß die mit dem Modell während der Parameteranpassung getroffenen Vorhersagen die physikalische Realität möglichst zutreffend repräsentieren. Der Typ des gewählten Simulationsmodells beeinflusst offenbar die Möglichkeiten für eine sinnvolle Parameterisierung innerhalb des CMU-Verfahrens (siehe Tabelle 7.3.4).
- (2) *Konstruktion einer geeigneten Residuumsfunktion* als Zielfunktion des Optimierungsalgorithmus zur Schadensidentifikation. Die damit einhergehende Verdichtung der verfügbaren Informationen muß eine hohe schadensbezogene Sensitivität des Residuums sicherstellen.
- (3) *Wahl eines numerischen Optimierungsalgorithmus*, der das Auffinden des globalen Minimums der Residuumsfunktion gestattet.

Anhand der Ergebnisse aus dem Kapitel 5 kann die erste Fragestellung nach der Aufstellung eines adäquaten, zuverlässigen Simulationsmodells als weitgehend geklärt betrachtet werden. Die experimentellen Ergebnisse der vorangegangenen Kapitel (Abschnitt 5.4, Kapitel 6) haben gezeigt, daß die vorgeschlagenen nicht-glatte dynamischen Modelle die im Schadensbereich wirksamen physikalischen Mechanismen in ausgezeichneter Weise erfassen und zudem eine hohe schadensbezogene Sensitivität aufweisen. In diesem Zusammenhang kann für die zu betrachtenden Balkenstrukturen eine direkte Erweiterung des FE-Modells für das Zwei-Lamellen-Problem aus Abschnitt 5.4 erfolgen. Eine Beschreibung des verwendeten Modells und seine Kalibrierung an einer ungeschädigten Referenzsituation wird für eine konkrete Anwendung im Abschnitt 7.4.1

detailliert ausgeführt. Im weiteren sollen nun zunächst die Fragestellungen (2) und (3) im einzelnen diskutiert werden, um schließlich ein Konzept für ein modellbasiertes Identifikationsverfahren auf der Grundlage nicht-glatte Schwingungen zu formulieren.

7.3 Konzept zur nichtlinearen, modellbasierten Schadensidentifikation

7.3.1 Auswahl des Simulationsmodells

Als Simulationsgrundlage werden die bereits ausführlich diskutierten nicht-glatte dynamischen Systeme gewählt, deren Betrachtung in den vorangegangenen Abschnitten eine außergewöhnliche Schadenssensitivität offenbart hat. Gegenüber der klassischen Beschreibung des Schadenszustandes anhand von lokalen Änderungen der Steifigkeits-, Dämpfungs- und Massecharakteristik (Bild 7.3 [a]) erfolgt in der vorliegenden Arbeit eine direkte geometrische Erfassung der Schädigung im Modell (Bild 7.3). In diesem Zusammenhang wird auch eine abweichende Parameterisierung des Simulationsmodells vorgenommen. Während bei den klassischen Schadensidentifikationsverfahren zumeist eine direkte Parameterisierung der Systemmatrizen anhand der Gleichung (7.2) erfolgt, wird im vorliegenden Fall durch die geänderte Systembeschreibung eine Parameterisierung in den geometrischen Daten der Schädigung (Lage, Ausdehnung) möglich. Bei dieser Vorgehensweise werden die Systemmatrizen indirekt durch die Änderung der Modellgeometrie beeinflusst.

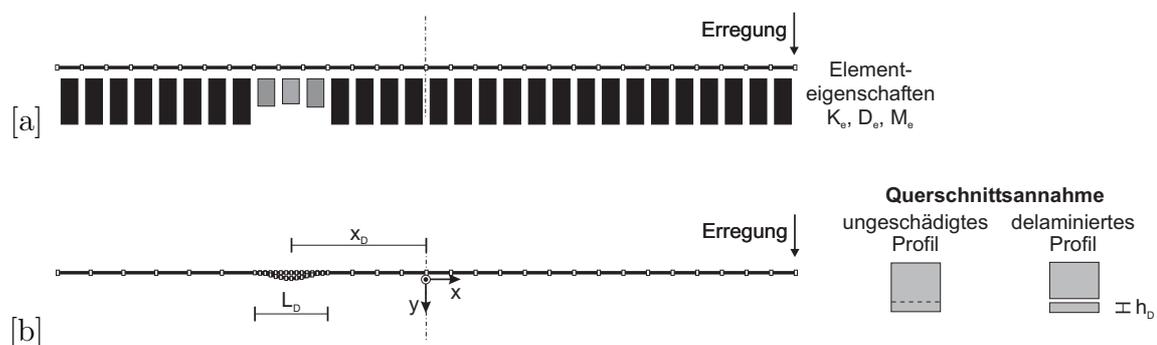


Bild 7.3: Prinzipdarstellung der Modellwahl und der Parameterisierung am Beispiel eines delaminierten Balkens: [a] lineares Modell mit klassischem Ansatz einer direkten Parameterisierung der Systemmatrizen, [b] nicht-glattes Modell mit geometrischer Parameterisierung.

Für das Modellproblem eines delaminierten Balkens ergibt sich damit der Parametervektor \mathbf{p}

$$\mathbf{p}^T = [x_D, L_D, h_D] . \quad (7.9)$$

aus 3 geometrischen Größen, welche das vorliegende Schadensszenario eindeutig beschreiben (siehe Bild 7.3 [b]). Der Parameter x_D erfaßt die Lage der Schädigung längs der Erzeugenden, L_D beschreibt die Delaminationslänge und h_D gibt die Dicke der gelösten Schicht wieder.

7.3.2 Auswahl der Residuumsfunktion

Nachdem die Auswahl des verwendeten Modelltyps (nicht-glattes dynamisches Modell) und dessen Parameterisierung (geometrische Parameter) vorgenommen wurde, verbleiben die Fragestellungen nach der Konstruktion einer geeigneten Residuumsfunktion sowie der Wahl eines numerischen Optimierungsverfahrens. Für diese grundsätzlichen Untersuchungen erscheint die Verwendung des aus Abschnitt 4.2 bekannten Minimalmodells sinnvoll, da aufgrund der gegenüber dem FE-Modell einfacheren kinematischen Struktur die zu beobachtenden Eigenschaften klar hervortreten sowie die algorithmischen Abläufe in unkomplizierter Weise dargestellt und erprobt werden können.

Beim Minimalmodell aus zwei linearen Teilschwingern wird die zu parameterisierende Geometrie der Delaminationsschädigung durch das Massenverhältnis $\mu = m_2/m_1$ und das Verhältnis der Federsteifigkeiten $\kappa = k_2/k_1$ repräsentiert (Bild 7.4). Die in Tabelle 4.1 aufgeführten physikalischen Größen für das Minimalmodell korrespondieren mit dem im Bild 2.4 dargestellten Modellproblem eines delaminierten Balkens, die im folgenden für das System angenommen werden. Für den zu erprobenden Fall einer modellbasierten Schadensdiagnose sind die Parameter $\mathbf{p}^T = [\mu, \kappa]$ zunächst unbekannt und müssen durch Lösung des inversen Problems identifiziert werden. Die im Abschnitt 4.2.3 berechneten Ergebnisse (Bild 4.3, Bild 4.4) können im Sinne eines ‚numerischen Experiments‘ als Meßdaten $\mathcal{D}[\mathcal{S}]$ für den Modellabgleich angesehen werden. Um die Simulation realistisch zu gestalten, wird den aus dem ‚numerischen Experiment‘ erhaltenen Meßdaten ein ‚Meßrauschen‘ durch eine normalverteilte Störgröße mit einem Signal-Rausch-Verhältnis von 1.0% (bezogen auf die Effektivwerte) hinzugefügt. Als korrektes Identifikationsergebnis müssen vom Algorithmus die Werte $\mu = 0.12$, $\kappa = 0.06$ aus Tabelle 4.1 identifiziert werden.

Bei der realen Schadensidentifikation stehen in der Regel nur Schwingungsantworten vom Restquerschnitt des Systems zur Verfügung, da der Schadensort *a priori* unbekannt ist. Dieser Tatsache wird Rechnung getragen, indem nur Schwingungsantworten des Teilschwingers 1, der den Restquerschnitt repräsentiert, für die Schadensidentifikation herangezogen werden.

Zusammenfassend kann das inverse Problem für die Benchmark-Situation des Minimalmodells wie folgt formuliert werden:

Gesucht ist die Größe der schadensrepräsentierenden Parameter μ , κ , die aus den ‚experimentellen‘ Schwingungsgrößen $\mathcal{D}[\mathcal{S}_1]$ des Teilschwingers 1 zu ermitteln sind.

Die Erweiterung der Resultate auf die Anwendung eines FE-Modells in Verbindung mit realen Meßdaten (siehe Abschnitt 7.4) ist anschließend ohne Schwierigkeiten möglich. Durch die modellmäßige Berücksichtigung der Kontaktphänomene im Schädigungsbe-

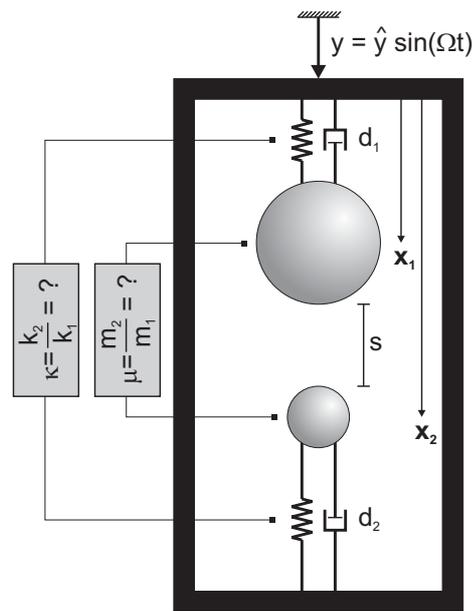


Bild 7.4: Betrachtung des Identifikationsproblems am Minimalmodell einer delaminierten Verbundstruktur, Parameter μ , κ .

reich liegt, wie in den vorangegangenen Kapitel gezeigt wurde, ein stark nichtlineares Systemverhalten vor. Dies muß für die Auswahl der zur Modellanpassung benötigten Residuumsfunktion berücksichtigt werden. Die klassischen Residuen, die zum Beispiel auf Eigenwerten oder Eigenformen der Struktur basieren, können nicht verwendet werden, da sie nur als Charakteristiken linearer dynamischer Systeme existieren. Für die residuelle Erfassung nichtlinearer Systeme kann bislang kaum auf entsprechende Vorarbeiten zurückgegriffen werden, zumal die wenigen vorliegenden Ansätze zumeist keine praktische Erprobung [86], [10] erfahren haben.

Die numerischen Untersuchungen der vorangegangenen Kapitel (vgl. Kapitel 4, Kapitel 5) haben eine hohe schadensbezogene Sensitivität der einzelnen Schwingungsantworten bei nicht-glatte Betrachtung offenbart. Diese Tatsache konnte durch die experimentellen Untersuchungen des Kapitels 6 bestätigt werden. Während die Schwingungsantworten delaminierter Strukturen im linearen Systembereich oder bei Verwendung eines linearen Modells kaum einen ‚Fingerabdruck‘ der Schädigung beinhalten (vgl. Bild 6.9) und im allgemeinen als insensitiv gegenüber der Schädigung zu bezeichnen sind, kann bei nichtlinearer Charakterisierung des Systems eine hohe schadensbezogene Sensitivität festgestellt werden. Aus diesem Grund soll auch bei der Entwicklung einer Residuumsfunktion auf die nichtlinearen Schwingungsantworten gesetzt werden.

Aus Sicht der späteren praktischen Anwendung des Verfahrens soll vorausgesetzt werden, daß die Schwingungsantworten in Form von diskreten Zeitverläufen der Zustandsgrößen ausschließlich am Restquerschnitt anhand eines Experiments verfügbar sind. Über die Anzahl der benötigten Meßpunkte und deren Lage entlang des Restquerschnittes wird im Rahmen eines praktischen Beispiels (Abschnitt 7.4) noch zu befinden sein.

Aus der allgemeinen Darstellung der Residuumsfunktion nach Gleichung (7.3) können für die hier speziell verwendeten nichtlinearen Schwingungsantworten entsprechende Ausdrücke abgeleitet werden. Aufgrund der hohen schadensbezogene Sensitivität der nichtlinearen Schwingungsantworten darf ein ebensolches Verhalten im allgemeinen auch von einer geeigneten Residuumsfunktion erwartet werden, die derartige Größen zur Aufstellung der Funktion nutzt. Wie sich im folgenden noch zeigen wird, kann im Rahmen des vorgelegten Konzeptes auf einen Regularisierungsterm in der Residuumsfunktion verzichtet werden ($\mathbf{W}_p = \mathbf{0}$). Durch die ausgeprägte Sensitivität der Residuumsfunktion und das zur Steuerung der Parameteränderung eingesetzte globale Optimierungsverfahren (nicht gradientenbasiert) ist die numerische Stabilität für die Lösung des Identifikationsproblems gewährleistet (vgl. Abschnitte 2.3.2, 7.2.2). Die Fragestellung nach der Eindeutigkeit der erzielten Lösung wird am praktischen Beispiel im Abschnitt 7.4 näher beleuchtet. Die unterschiedliche Wichtung einzelner Residuumsanteile durch die Matrix \mathbf{W} , also beispielsweise das Hervorheben einzelner Meßpunkte oder die Berücksichtigung unterschiedlich sensitiver Teilresiduen, ist bei den hier verwendeten Residuumsfunktionen nicht von Interesse, so daß im folgenden $\mathbf{W} = \mathbf{I}$ angesetzt wird. Mit den getroffenen Annahmen ($\mathbf{W}_p = \mathbf{0}$, $\mathbf{W} = \mathbf{I}$) läßt sich die allgemeine Residuumsfunktion (7.3) als EUKLIDISCHE Norm des Residuenvektors auffassen und geht in den Ausdruck

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}) = \mathbf{r}^T \mathbf{r} = \|\mathbf{r}\|^2, \quad \mathbf{R} \in \mathbb{R}_+ \quad (7.10)$$

als ungewichtete Fehlerquadratsumme über.

Residuumsfunktion auf Basis der Verschiebungsantwort.

Mit geringer Abwandlung der Formulierung (7.10) können verschiedene Residuumsfunktionen $\mathbf{R}(\mathbf{p})$ auf der Basis der nichtlinearen Schwingungsantworten konstruiert werden. Zunächst sollen dazu die Verschiebungsverläufe des Systems genutzt werden. Rekapituliert man dazu die Möglichkeiten der anzuwendenden resonanten harmonischen Erregung, so kann das System im allgemeinsten Fall sowohl bei unterschiedlichen Lastniveaus (Größe der Erregeramplitude \hat{u} bzw. \hat{y}) als auch bei verschiedenen Resonanzfrequenzen getestet (siehe Kapitel 6) und die gewonnenen Informationen im Residuenvektor \mathbf{r} verarbeitet werden. Bei Beschränkung auf einen Erregerort (Balckende) liefert der Ausdruck

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}, \mathbf{u}^{(n)}) = \sum_{L=1}^{L_e} \sum_{E=1}^{E_e} \left(\int_0^T \left\| \mathbf{u}_S^{(n)}(t, \hat{u}_L, \Omega_E) - \mathbf{u}_{Q(\mathbf{p})}^{(n)}(t, \hat{u}_L, \Omega_E) \right\| dt \right), \quad \mathbf{R}(\mathbf{p}, \mathbf{u}^{(n)}) \in \mathbb{R}_+ \quad (7.11)$$

eine allgemeine verschiebungsbasierte Residuumsfunktion $\mathbf{R}(\mathbf{p}, \mathbf{u}^{(n)})$. Hierbei wird zunächst die Differenz der Verschiebungen $\mathbf{u}^{(n)}$ aus dem Experiment \mathcal{S} und der Simulation $\mathcal{Q}(\mathbf{p})$ an ausgewählten Strukturpunkten n über die Dauer einer Erregerperiode T aufsummiert. Eine solche Summation kann für die Schwingungsantworten bei verschiedenen resonanten Erregerkreisfrequenzen Ω_E und verschiedenen Erregerniveaus \hat{u}_L durchgeführt werden. Hierbei ist sofort einsichtig, daß im allgemeinen die Sensitivität der Residuumsfunktion durch Hinzufügen zusätzlicher Informationen ansteigt,

was offensichtlich mit einem erhöhten experimentellen Aufwand einhergeht. Außerdem wird in der Regel eine Normierung der Residuenanteile der einzelnen Laststufen und möglicherweise auch für die einzelnen Erregerfrequenzen erforderlich.

An dieser Stelle sei angemerkt, daß sich die gewählte Bezeichnungsweise der Verschiebungsgrößen durch die Variable u an der späteren Darstellung im FE-Modell orientiert (vgl. Abschnitt 5.4). Für die folgende Betrachtung des Minimalmodells (Bild 7.4) muß die Variable u entsprechend durch die dimensionslose Verschiebung ξ ersetzt werden. Wird im Experiment die Ausbildung des ‚clapping‘-Mechanismus sichergestellt, darf mit Blick auf die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen im Kapitel 6 eine ausreichende schadensbezogene Sensitivität der Residuumsfunktion erwartet werden, selbst bei Beschränkung auf die Verwendung von Schwingungsantworten eines einzigen Erregerfalls (eine ausgewählte Erregerfrequenz- und amplitude). Hierdurch wird der entstehende Meßaufwand stark reduziert und zudem kann auf eine interne Normierung der Residuenanteile verzichtet werden. Damit entsteht aus Gleichung (7.11) der vereinfachte Ausdruck

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}, \mathbf{u}^{(n)}) = \int_0^T \left\| \mathbf{u}_S^{(n)}(t) - \mathbf{u}_{\mathcal{Q}(\mathbf{p})}^{(n)}(t) \right\| dt, \quad \mathbf{R}(\mathbf{p}, \mathbf{u}^{(n)}) \in \mathbb{R}_+ \quad (7.12)$$

für den verschiebungsbasierten Residuumsvektor. Bild 7.5 zeigt ein Beispiel für die Auswertung des Residuumsausdrucks (7.12). Hierfür wird der künstlich verrauschte Verschiebungsverlauf des ‚numerischen Experiments‘ ($\mu = 0.12$, $\kappa = 0.06$), der in seiner ursprünglichen Form aus Bild 4.3 [a] bekannt ist, exemplarisch dem Verlauf für die Parameterkonstellation $\mu = 0.50$, $\kappa = 0.20$ gegenübergestellt. Offensichtlich führt die Wahl unangepaßter Parameter (hier: $\mathbf{p}^T = [0.50, 0.20]$ gegenüber $\mathbf{p}^T = [0.12, 0.06]$) allein aus der Tatsache, daß hier der Resonanzeffekt verschwindet, zu einem großen Residuum. Beim Benchmark-Problem des Minimalmodells wird zur Berechnung des Funktionswertes der Residuumsfunktion (Gleichung (7.12)) nur die Abweichung einer Verschiebungsgröße bestimmt, nämlich die des Schwingers 1 als Repräsentant des Restquerschnitts. Aufgrund der diskret vorliegenden Zeitverläufe kann dabei der Integralausdruck aus Gleichung (7.12) als Summe ausgewertet werden. Für den exemplarisch gewählten Parameterfall $\mathbf{p}^T = [0.50, 0.20]$ aus Bild 7.5 ergibt sich ein Residuumswert von $\mathbf{R}(\mathbf{p}, \mathbf{u}^{(n)}) = 38.3$.

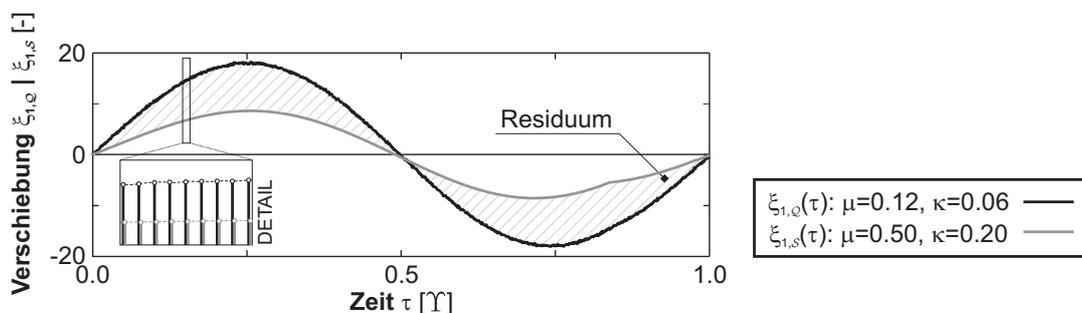


Bild 7.5: Beispiel für die Ermittlung des verschiebungsbasierten Residuums $\mathbf{R}(\mathbf{p}, \mathbf{u}^{(n)})$ anhand von Verschiebungsantworten ξ_1 des Minimalmodells.

Offensichtlich existieren zwei verschiedene Möglichkeiten die zeitliche Anordnung der beiden Einzelverläufe zu referenzieren. Liegt der Zeitverlauf der äußeren Erregung vor, so kann sein Nulldurchgang als Referenzinformation genutzt werden. Anderenfalls können die mittelwertfreien Signale aus dem Experiment und der Simulation derart angeordnet werden, daß diese zum Beispiel jeweils mit einem Nulldurchgang und einer positiven Flanke beginnen. Hierdurch wird gewissermaßen die Phaseninformation zwischen dem experimentellen und dem numerischen Verlauf ausgeschaltet. Im folgenden ausschließlich die zuletzt beschriebene Variante gewählt werden, da für die spätere praktische Anwendung nicht immer der Zeitverlauf der Erregung als Referenz verfügbar ist.

Einen umfassenden Überblick hinsichtlich der Eigenschaften der gewählten Funktion $\mathbf{R}(\mathbf{p}, \mathbf{u}^{(n)})$ aus den Verschiebungsresiduen, insbesondere in Bezug auf deren Sensitivität und die generelle Konstitution des Funktionsverlaufes, gewährt eine systematische Auswertung der Gleichung (7.12) für verschiedene Parameterkonstellationen \mathbf{p} . Darüber hinaus kann überprüft werden, ob das erhaltene globale Minimum der Funktion $\mathbf{R}(\mathbf{p}, \mathbf{u}^{(n)})$ tatsächlich die experimentell vorgegebene Parameterkombination $\mathbf{p}^T = [0.12, 0.06]$ wiedergibt und damit korrekte Abbildungseigenschaften sicherstellt. Hierzu wird der Verlauf der Residuumsfunktion $\mathbf{R}(\mathbf{p}, \mathbf{u}^{(n)})$ im Bereich von $\mu = [0.02, 1.00]$, $\kappa = [0.02, 1.00]$ betrachtet, der zur im Bild 7.6 dargestellten Residuenfläche führt, welche auf 2500 Einzelberechnungen basiert. Da die absolute Größe der berechneten Residuen nicht entscheidend ist sondern nur die relativen Unterschiede (Sensitivität der Funktion) von Interesse sind, kann bei der vertikalen Residuenachse auf eine Größenangabe verzichtet werden. Darüber hinaus darf gegebenenfalls eine zweckmäßige Normierung oder Transformation vorgenommen werden.

In der Darstellung ist der anhand des ‚numerischen Experiments‘ vorgegebene Zielpunkt der Parameteridentifikation $\mathbf{p}^T = [0.12, 0.06]$ markiert, welcher sehr gut mit dem globalen Minimum der Residuumsfunktion $\mathbf{R}(\mathbf{p}, \mathbf{u}^{(n)})$ übereinstimmt. Dies bedeutet, daß ein geeignetes Optimierungsverfahren zu einer korrekten Identifikation der Schadensparameter μ , κ führt. Durch die Anwendung einer logarithmischen Transformation [86] kann die Sensitivität der Residuumsfunktion weiter verbessert werden.

Zur Sicherstellung der Genauigkeit der aus den Schwingungsantworten berechneten Residuen ist eine hinreichend genaue Erfassung der experimentellen Resonanzanregung in der Simulation erforderlich. An dieser Stelle wirkt die Tatsache hilfreich, daß beim vorliegenden stark nichtlinearen System sehr breite Frequenzbereiche mit einem resonanzartigen Systemverhalten vorliegen, so daß geringe experimentelle und numerische Diskrepanzen nur zu kleinen Fehlern im Residuum führen. Die numerische Stabilität der vorgeschlagenen Zielfunktion ist also bei nichtlinearen Systemen ohne weiteres gewährleistet.

Das markanteste Merkmal der erhaltenen Residuumsfläche besteht im Auftreten zahlreicher lokaler Minima, infolge der nichtlinearen Natur der parameterisierten Abbildung $\mathcal{Q}(\mathbf{p}) : \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{u}^{(n)}$. Eine Fülle kleiner, lokaler Minimabereiche, die in der Darstellung des Bildes 7.6 kaum wahrnehmbar sind, überzieht die Oberfläche der Residuumsfunktion. Die zugeordnete Optimierungsaufgabe ($\mathbf{R}(\mathbf{p}, \mathbf{u}^{(n)}) \rightarrow \text{MIN}$) fällt in die Klasse der *nicht-konvexen Optimierungsprobleme*, deren Lösung, d.h. die Suche nach einem globalen Minimum, mit besonderen Schwierigkeiten verbunden ist. Zu den möglichen Eigen-

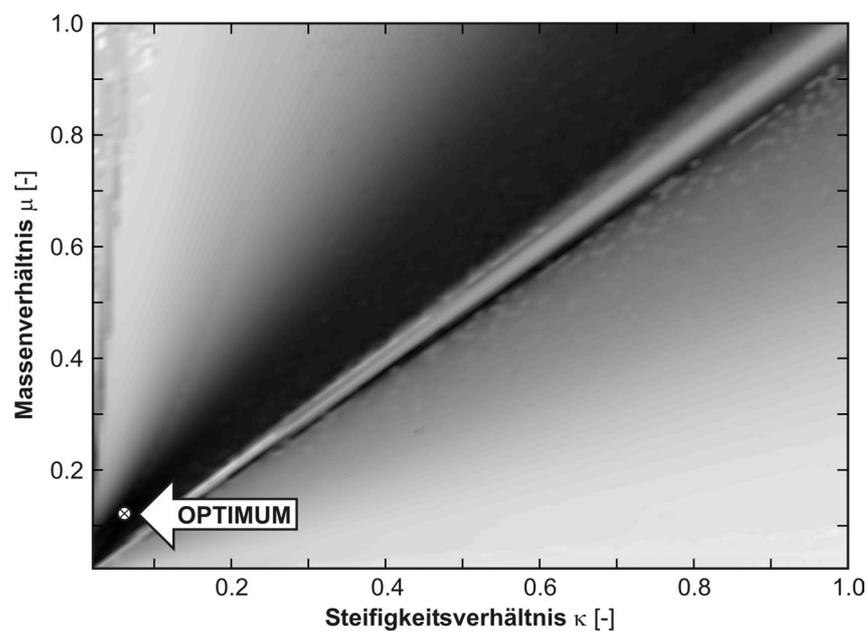
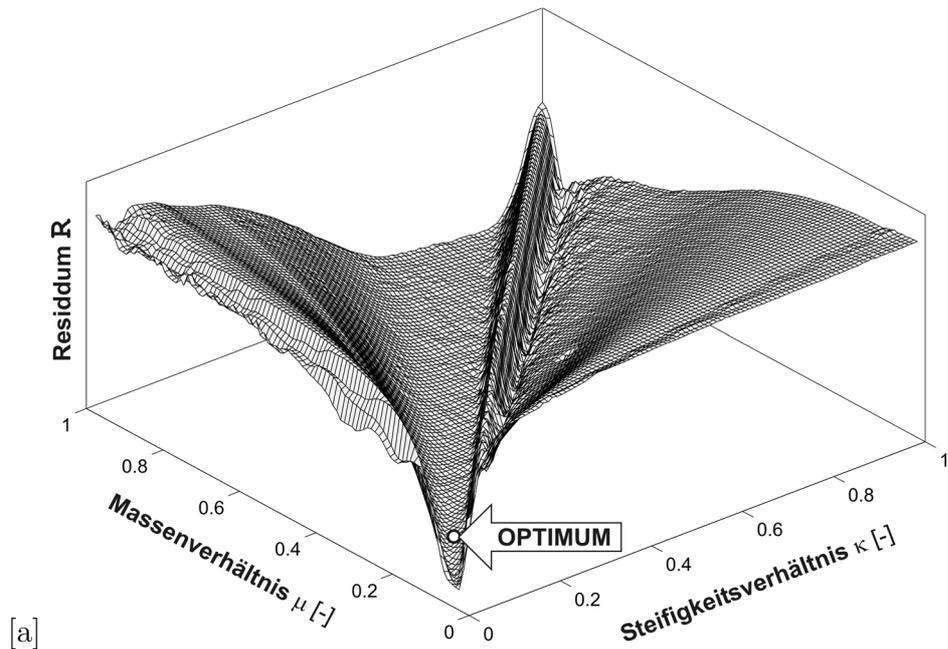


Bild 7.6: Residuenfläche der verschiebungsbasierten Zielfunktion am Beispiel der Schwingungsantwort ξ_1 des Minimalmodells: [a] Höhenplot, [b] ,contour'-Plot.

schaften der nicht-konvexen Optimierungsprobleme zählt das Auftreten von konkaven Funktionsbereichen, Sattelpunkten und lokalen Minima. Jedes Minimum besitzt einen zugehörigen Einzugsbereich, das sogenannte Attraktorbecken, dessen Gradienten zum entsprechenden lokalen Minimum führen. Nur im lokalen Nahbereich eines Minimums

ist das Problem konvex. Zur Veranschaulichung der Eigenschaften zeigt Bild 7.7 exemplarisch eine nicht-konvexe Zielfunktion (Residuumsfunktion) die lediglich von einem Parameter p abhängig ist.

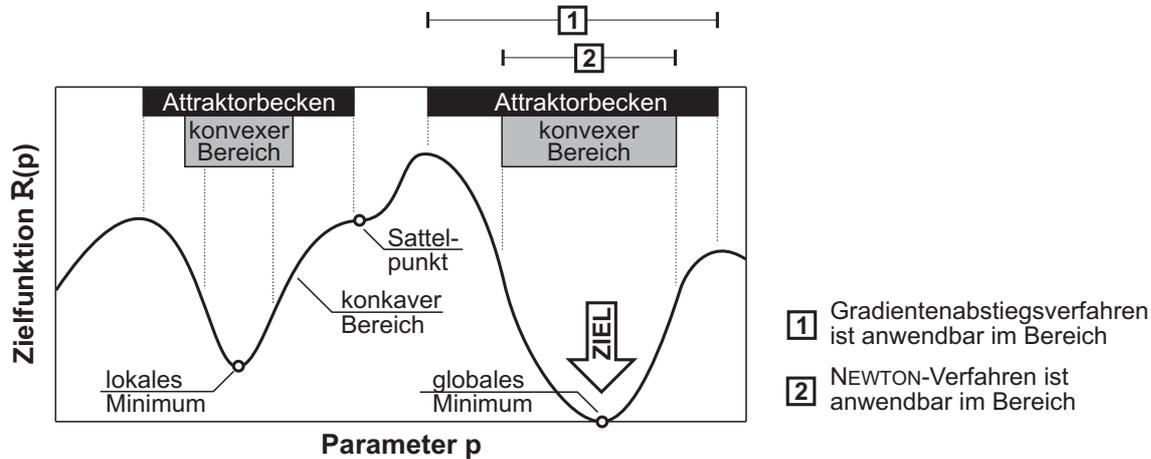


Bild 7.7: Beispiel für die Zielfunktion eines nicht-konvexen Optimierungsproblems.

Die Verwendung klassischer gradienten-basierter Optimierungsverfahren ist beim Vorliegen einer solchen nicht-konvexen Zielfunktion mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden, so daß mit großer Wahrscheinlichkeit nur ein lokales Minimum gefunden wird. Das ermittelte Optimierungsergebnis ist offensichtlich davon abhängig im Einflußbereich welches Attraktorbeckens die Startparameter für den Algorithmus gewählt werden. Unter diesem Gesichtspunkt wird deutlich, daß für die Suche des globalen Minimums eines nicht-konvexen Optimierungsproblems eine globale Suchstrategie (globaler Optimierungsalgorithmus) erforderlich ist. Ein derartiges Verfahren wird im nächsten Abschnitt vorgestellt und im weiteren angewendet.

Anhand numerischer Studien konnte in [86] bereits theoretisch der ausgeprägt nicht-konvexe und nicht-stetige Charakter der Zielfunktion bei der Verwendung eines Residuums aus den dynamischen Antworten gezeigt werden und ist somit als wichtiges Kennzeichen der zu lösenden Aufgabenstellung zu betrachten.

Residuumsfunktion auf Basis der Geschwindigkeitsantwort.

Bereits die experimentellen Untersuchungen aus Kapitel 6 haben gezeigt, daß die Geschwindigkeitsantworten des nicht-glaten Systems ein höhere schadensbezogene Sensitivität aufweisen als die Verschiebungen. Somit liegt es nahe, auch für die modellbasierte Identifikation eine geschwindigkeitsbasierte Residuumsfunktion zu erproben. Ein ebensolches Kriterium kann direkt aus der verschiebungsbasierten Formulierung (7.12) entwickelt werden:

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}, \dot{\mathbf{u}}^{(n)}) = \int_0^T \left\| \dot{\mathbf{u}}_S^{(n)}(t) - \dot{\mathbf{u}}_{Q(\mathbf{p})}^{(n)}(t) \right\| dt, \quad \mathbf{R}(\mathbf{p}, \dot{\mathbf{u}}^{(n)}) \in \mathbb{R}_+. \quad (7.13)$$

Bild 7.8 zeigt auch für diesen Fall die erhaltene Residuenfläche für den Parameterbereich $\mu = [0.02, 1.00]$, $\kappa = [0.02, 1.00]$. Erwartungsgemäß wird eine Erhöhung der Sensitivität der geschwindigkeitsbasierten Residuumsfunktion gegenüber der zuvor be-

trachteten Formulierung auf Grundlage der Verschiebungen verzeichnet, die sich beispielsweise durch einen starken Gradienten im Bereich des globalen Optimums äußert. Demgegenüber verschärft sich die Nicht-Konvexität des Optimierungsproblems. Der

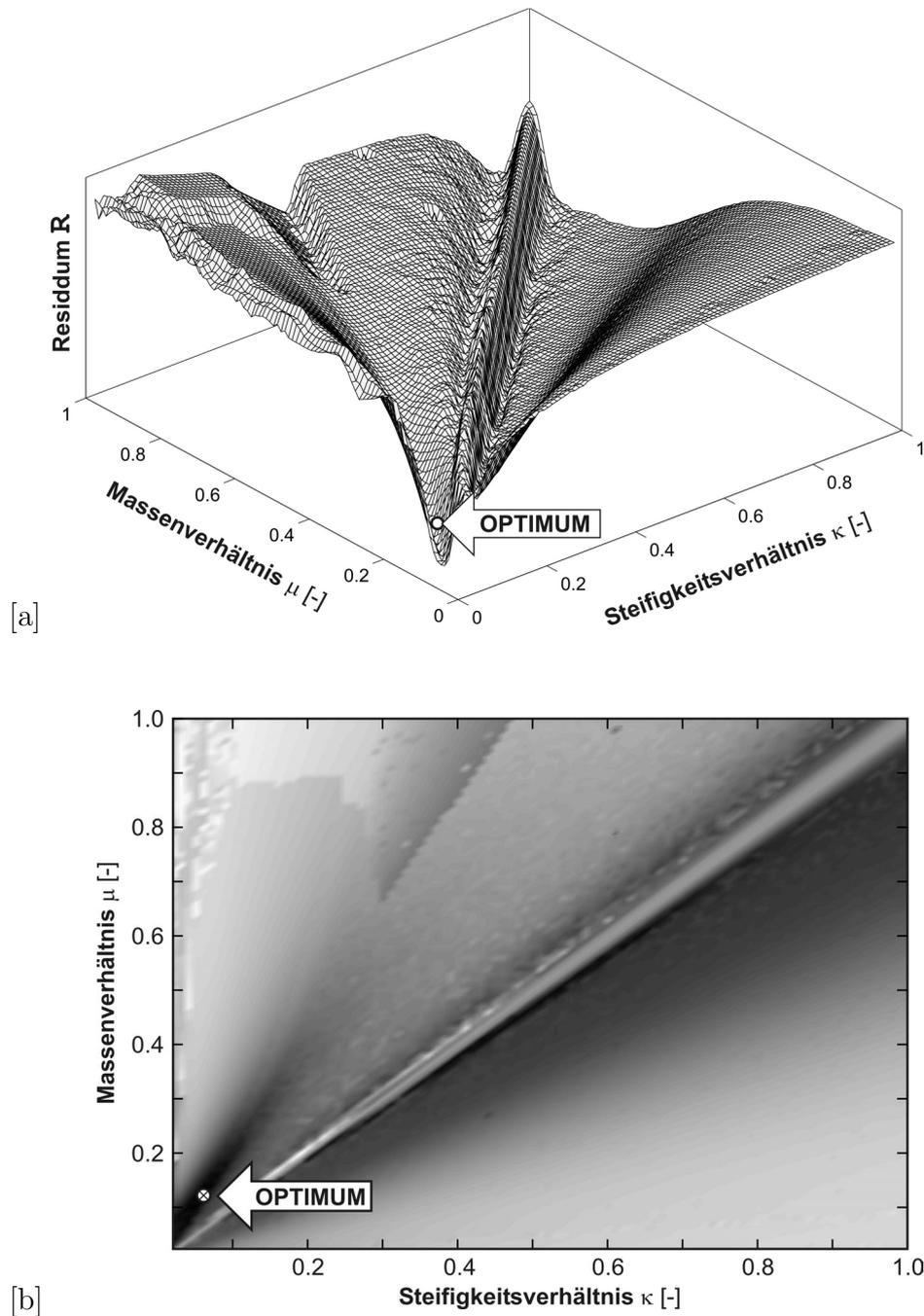


Bild 7.8: Residuenfläche der geschwindigkeitsbasierten Zielfunktion am Beispiel der Schwingungsantwort ξ_1' des Minimalmodells: [a] Höhenplot, [b] ,contour'-Plot.

unmittelbare Attraktorbereich des globalen Optimums wird zudem stark verengt, was sich nachteilig auf die Konvergenzgeschwindigkeit des Optimierungsverfahrens auswirken kann. Offensichtlich werden die Vorzüge der geschwindigkeitsbasierten Formulierung von ihren Nachteilen aufgewogen. Im betrachteten Fall wird der verschiebungsbasierten Variante der Vorzug gegeben.

Weitere Ansätze für Residuen auf Basis der nichtlinearen Antworten.

Bislang wurden die Verschiebungs- und Geschwindigkeitsantworten des zu untersuchenden Systems separat betrachtet. Ein Residuum, das aus dem Betrag einer vektoriellen Überlagerung der beiden (normierten) Größen gewonnen wird, kann als Phasenraumkriterium interpretiert werden:

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}, (\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})^{\langle n \rangle}) = \int_0^T \left\| \sqrt{\left(\frac{\mathbf{u}_S^{\langle n \rangle}(t)}{u_{S,max}^{\langle n \rangle}} \right)^2 + \left(\frac{\dot{\mathbf{u}}_S^{\langle n \rangle}(t)}{\dot{u}_{S,max}^{\langle n \rangle}} \right)^2} - \sqrt{\left(\frac{\mathbf{u}_{Q(\mathbf{p})}^{\langle n \rangle}(t)}{u_{S,max}^{\langle n \rangle}} \right)^2 + \left(\frac{\dot{\mathbf{u}}_{Q(\mathbf{p})}^{\langle n \rangle}(t)}{\dot{u}_{S,max}^{\langle n \rangle}} \right)^2} \right\| dt. \quad (7.14)$$

Eine geeignete Normierung der Verschiebungs- und Geschwindigkeitsvektoren, beispielsweise mit den maximalen Amplitudenbeträgen $u_{S,max}^{\langle n \rangle}$, $\dot{u}_{S,max}^{\langle n \rangle}$ des Experiments, stellt sicher, daß die beiden Einzelkomponenten $(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})$ im Gesamtergebnis des Zielfunktional mit gleichem Einfluß repräsentiert sind. Bei der Erprobung dieses Kriteriums konnte keine signifikante Verbesserung gegenüber der reinen geschwindigkeitsbasierten Residuumsfunktion festgestellt werden.

Denkbar sind darüber hinaus Residuumsfunktionen, welche die Antworten im Frequenzbereich zur Berechnung nutzen. Dabei ist zwischen komplexen und reellwertigen Eingangsdaten zu unterscheiden. Beispielsweise kann eine Residuumsfunktion anhand der superharmonischen Anteile des reellen Amplitudenspektrums konstruiert werden. Bei Verwendung der als schadenssensitiv geltenden Geschwindigkeitsspektren ist die Einführung einer entsprechenden Residuumsfunktion mit dem Ausdruck

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}, \dot{\mathbf{U}}^{\langle n \rangle}) = \sum_{k=1}^{k_e} \left\| \dot{\mathbf{U}}_S^{\langle n \rangle}(k\Omega) - \dot{\mathbf{U}}_{Q(\mathbf{p})}^{\langle n \rangle}(k\Omega) \right\|, \quad \mathbf{R}(\mathbf{p}, \dot{\mathbf{U}}^{\langle n \rangle}) \in \mathbb{R}_+ \quad (7.15)$$

möglich. Die Maximalanzahl k_e der zu betrachtenden superharmonischen Anteile ist anhand der Struktureigenschaften (vgl. Abschnitt 6.4) und der verfügbaren Breite des diskreten Spektrums (siehe Abschnitt 4.3) festzulegen. Entsprechende Untersuchungsergebnisse am Minimalmodell offenbaren, daß dieser Typ der Residuumsfunktion als schlechter geeignet zu beurteilen ist als sein Pendant im Zeitbereich (Gleichung (7.13)). Es darf vermutet werden, daß diese Tatsache auf die Vernachlässigung der Phaseninformation im Ausdruck (7.13) zurückzuführen ist. Als Alternative kann in diesem Zusammenhang ein komplexes Spektrum untersucht werden.

Weitere Ansätze für Residuumsfunktionen im Frequenzbereich (z.B. Antiresonanzen), die für schwach nichtlineare Systeme geeignet sind, finden sich u.a. in [61].

7.3.3 Lösung des nicht-konvexen Optimierungsproblems

7.3.3.1 Anforderungen und moderne Ansätze

Im allgemeinen führt die Lösung des inversen Problems bei der nichtlinearen schwingungsbasierten Schadensidentifikation zur Problemklasse der Optimierung einer nicht-konvexen Zielfunktion. Die Nicht-Konvexität beinhaltet in den meisten Fällen das Auftreten von verschiedenen lokalen Minima (siehe Bild 7.7). Ein klassischer gradientenbasierter Ansatz führt bei solchen Situationen in Abhängigkeit der gewählten Startparameter zur Konvergenz im Attraktorbecken eines bestimmten lokalen Minimums, das natürlich nicht zwangsläufig das gesuchte globale Minimum ist (vgl. Bild 7.7). In diesem Zusammenhang kann selbst bei sorgfältiger Wahl der Startparameter ein komplett falsches Identifikationsergebnis durch das ‚Einfangen‘ eines ausschließlich lokalen Minimums nicht ausgeschlossen werden.

Bei der zu erwartenden ausgeprägten Nicht-Konvexität der Residuumsfunktion (vgl. Bild 7.8) führen selbst Erweiterungen der klassischen Verfahren, beispielweise der wiederholte Gradientenabstieg (von mehreren Startpunkten aus), häufig nicht zum Erfolg. Aus diesem Grund ist die Verwendung globaler Optimierungstechniken eine unverzichtbare Voraussetzung für eine zuverlässige Schadensidentifikation. Derartige Verfahren bieten in unterschiedlichem Maße die Möglichkeit bestimmte Schwierigkeiten im Hinblick auf die Schlechtgestellttheit inverser Probleme, die Nicht-Konvexität und die Nicht-Differenzierbarkeit der Zielfunktion zu überwinden.

Trotz der erheblichen technischen Relevanz wurden die meisten globalen Optimierungstechniken erst in jüngster Zeit entwickelt oder von anderen Zielstellungen übertragen und dabei erweitert. Dies liegt sicher auch darin begründet, daß selbst einfache Grundideen vielfach eine hohe Rechenleistung erfordern. Auch für die Verwendung bei strukturellmechanischen Zielstellungen (Strukturoptimierung, Modellanpassung, Parameteridentifikation) liegen inzwischen eine Reihe Arbeiten vor (z.B. [10], [86]). Hierbei kann bereits auf einige kommerzielle Optimierungsanwendungen zurückgegriffen werden. Um eine spezielle Anpassung und Erweiterung des entsprechenden Algorithmus zu gewährleisten, wird im folgenden jedoch ein eigens entwickeltes Programm auf der Basis von MATLAB verwendet.

Zu den bekanntesten Optimierungsstrategien mit globalem Charakter zählen das Monte-Carlo-Verfahren, das Verfahren des simulierten Ausglühens (‚simulated annealing‘) und der Genetische Algorithmus, deren Grundgedanken jeweils auf gewisse Stochastikkomponenten zurückgreifen. Darüber hinaus werden in einzelnen Arbeiten (z.B. [86]) nichtlineare Filtertechniken (z.B. erweiterter KALMAN-Filter) als wirkungsvolle Instrumente beschrieben. Jede der aufgeführten Verfahrensklassen besitzt in bestimmten Bereichen Vorteile gegenüber anderen Ansätzen und ist damit für jeweils spezielle Problemstellungen besonders geeignet. Mit Blick auf den derzeitigen Entwicklungsstand existiert kein allgemeiner Ansatz, der sowohl ein effizientes Aufspüren des globalen Minimums mit absoluter Sicherheit garantiert und gleichzeitig die Schwierigkeiten der Schlechtgestellttheit inverser Probleme sowie des Verlustes der Konvexität und der stetigen Differenzierbarkeit der Residuumsfunktion überwindet.

Für die Lösung des inversen Problems bei der nichtlinearen schwingungsbasierten Schadensidentifikation stellt die Verfahrensklasse der *Genetischen Algorithmen* und

ihre Erweiterungen eine vielversprechende Strategie dar, die für die weiteren Betrachtungen gewählt wird. Grundsätzlich kommen sicher auch andere globale Optimierungsstrategien in Frage, deren Leistungsfähigkeit für die Anwendung der Schadensidentifikation im Einzelfall zu überprüfen ist. Es kann auch hier festgestellt werden, daß die theoretischen Analysegrundlagen [62] weitgehend vorhanden sind (eine wichtige Erweiterung wird im Abschnitt 7.4.2.2 eingeführt), der Transfer auf reale Probleme der Schadensidentifikation [20] bislang aber kaum stattgefunden hat. Vorliegende Arbeiten beschränken sich zumeist auf numerische Studien mit ‚simulierten Pseudoexperimenten‘ anhand linearer [10], [21] und verschiedenartig nichtlinearer Modelle [36], [86].

7.3.3.2 Genetischer Algorithmus

Die Grundidee des Genetischen Algorithmus (GA) liegt in der algorithmischen Adaption der biologischen Evolutionsstrategie basierend auf der DARWINSchen Vererbungstheorie. Hierbei werden stochastische Elemente mit einer evolutorischen Suchstrategie verknüpft und erlauben eine effektive Suche in großen, nichtlinearen und möglicherweise nur diskret repräsentierten Parameterräumen. Die drei wichtigsten Prozesse der biologischen Evolution - Selektion, Rekombination (‚crossover‘), Mutation - werden zu diesem Zweck in analoger Weise numerisch simuliert und als genetische Operatoren bezeichnet. Im folgenden sollen nur die wesentlichen Grundlagen des Algorithmus dargestellt werden, die zum weiteren Verständnis und zur Entwicklung einer an das Identifikationsproblem angepaßten Strategie von Interesse sind. Ein umfassender Überblick über Genetische Algorithmen und Evolutorische Strategien sowie die Anwendung auf klassische Optimierungsprobleme (z.B. ‚travel salesman problem‘) findet sich in der Arbeit von MICHALEWICZ [62].

Terminologie.

Für die folgende Darstellung des in der vorliegenden Arbeit verwendeten speziellen GA soll die ‚biologische‘ Terminologie einzelner Elemente übernommen werden, so daß die Anlehnung des numerischen Algorithmus an den natürlichen Vererbungsprozeß klar hervorgeht. Ein wesentliches Kennzeichen des GA besteht darin, daß gleichzeitig mehrere Lösungen des Parameterraums (beim Minimalmodell z.B. $\mathbf{p}^T = [\mu, \kappa]$) betrachtet werden, welche der jeweiligen *Gesamtpopulation* entsprechen. Jedes *Individuum* repräsentiert eine Parameterkonstellation \mathbf{p}_I bzw. eine Lösung des Problems $\mathbf{R}(\mathbf{p}_I)$ anhand des entsprechenden Funktionswertes der Residuumsfunktion. Die konstitutiven Merkmale eines jeden Individuums sind durch die einzelnen Parameter $p_{I,C}$ (hier: $C = 1(1)2$) beschrieben, welche die *Chromosomen* darstellen. Analog zum biologischen Prozeß werden die individuellen Eigenschaften sukzessive verändert.

Repräsentation der Parameter.

Klassischerweise werden die Chromosomen durch einen Binärstring repräsentiert, wobei jedes Stringbit als *Gen* aufzufassen ist. Die binäre Verschlüsselung der Chromosomen, welche aus den Anfangstagen der Genetischen Algorithmen stammt, erlaubt die direkte Ausführung der genetischen Operationen (‚crossover‘, Mutation) durch einfaches

Austauschen oder Änderung der Binärwerte, ohne daß eine arithmetische Funktion zur Steuerung benötigt wird. Inzwischen stehen derartige Steuerungsfunktionen für die einzelnen genetischen Operationen zur Verfügung, so daß die modifizierten Genetischen Algorithmen die Chromosomen durch gewöhnliche Gleitkommazahlen abbilden. Die Ebene der Gene, also einzelner Bits, entfällt damit. Bild 7.9 vergleicht beide Darstellungsweisen anhand einer Population mit zwei Individuen und jeweils zwei Chromosomen.

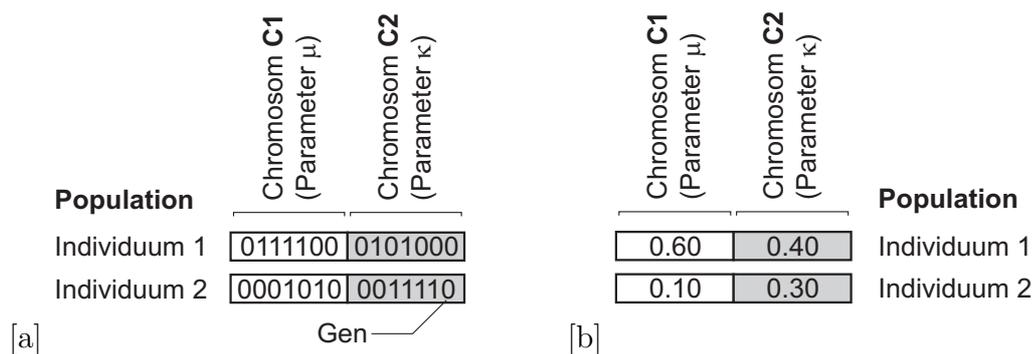


Bild 7.9: Erfassung des Eigenschaftsprofils der Individuen am Beispiel des Minimalmodells: [a] klassischer GA, [b] modifizierter GA.

Für die vorliegende Anwendung wird die modifizierte Form des Genetischen Algorithmus (Bild 7.9 [b]) auf der Basis einer Gleitkomma-Repräsentation verwendet. Der festgelegte Parameterbereich eines Parameters $\mathbf{p}_C \in [p_{C,u}, p_{C,o}]$ und die gewählte Genauigkeit der entsprechenden Gleitkommazahlen $p_C \in [p_{C,u} (\Delta p_C) p_{C,o}]$, d.h. die zugelassene Anzahl an Dezimalstellen oder die Schrittweite für ihre Änderung Δp_C , bestimmt die mögliche Lokalisierungsgenauigkeit für einen Schaden. Eine sinnvolle Parametergenauigkeit läßt sich aus der Abschätzung der zu erwartenden Meßunsicherheiten und strukturellen Gegebenheiten (z.B. Geometrie) ableiten.

Erzeugung der Anfangspopulation.

Ausgangspunkt des Genetischen Algorithmus bildet die Erzeugung einer Anfangspopulation P_0 , die gewöhnlicherweise anhand einer zufälligen Auswahl im Parameterraum generiert wird. An dieser Stelle setzt eine eigens entwickelte Startprozedur der vorliegenden Arbeit an. Anhand der experimentellen Daten (z.B. Gradient der Klirrfaktoren) kann im Vorfeld bereits eine begründete Schätzung für das vorliegende Schadensszenario abgegeben werden. Mit dieser Überlegung kann eine Anfangspopulation P_0 derart erzeugt werden, daß die Individuen, also die Anfangswerte der Parameter $\mathbf{p}_{I,0}$, bereits in der Nähe der zu identifizierenden Schadensparameter liegen (vgl. Abschnitt 7.4.2.2). Anhand einer solchen *Vorkonditionierung* kann das Auffinden des Optimums enorm beschleunigt werden. Trifft die Anfangsschätzung im Ausnahmefall nicht zu, kommt es zur selbstständigen Korrektur durch den Algorithmus.

Ablauf des Genetischen Algorithmus.

Die Eigenschaften der Individuen der erzeugten Anfangspopulation werden schrittweise innerhalb mehrerer *Generations* verbessert. Die Population P_{n+1} der neuen Generation G_{n+1} wird aus der vorherigen jeweils durch einen Selektionsprozeß, die Rekombination der Merkmale anhand einer ‚crossover‘-Operation sowie eine zufällige Mutation gebildet. Hierzu wird den besseren Individuen der Generation G_n eine entsprechend höhere Wahrscheinlichkeit $\varpi_A(I)$ eingeräumt, die Nachkommen der nächsten Generation G_{n+1} zu bilden (‚tournament selection‘). Der Fitnesswert \mathcal{F}_I eines Individuums I , d.h. ein quantitatives Gesamtmerkmal inwieweit sein Eigenschaftsprofil \mathbf{p}_I vom Optimum abweicht, kann anhand der Residuumsfunktion $\mathbf{R}(\mathbf{p}_I)$ berechnet werden. Die Residuumsfunktion wird in diesem Zusammenhang häufig als Fitnessfunktion bezeichnet. Somit besitzt das beste Individuum I^* einer Population den niedrigsten Fitnesswert bzw. das kleinste Residuum $\mathbf{R}(\mathbf{p}_{I^*})$ aller Individuen der entsprechenden Generation G_n . Im Bild 7.10 ist das Ablaufschema des GA mit allen Teilprozessen dargestellt. Darüber hinaus wird die Kommunikation und die Programmhierarchie zwischen dem GA und der numerischen Simulation skizziert.

Selektion.

Nachdem die Anfangspopulation P_0 erzeugt wurde und die Fitnesswerte $\mathcal{F}_I(P_0)$ aller Individuen anhand der entsprechenden Simulationsergebnisse des numerischen Modells vorliegen, beginnt der iterative Teil des Algorithmus. Zunächst wird aus der aktuellen Population P_n (Generation G_n) eine bestimmte Anzahl $N_A \in [1(1)N/2]$ an Individuenpaaren für den folgenden Vererbungsprozeß herausgegriffen. Dabei ist die Auswahlwahrscheinlichkeit $\varpi_A(I)$ für ein bestimmtes Individuum I umgekehrt proportional zu seinem Fitnesswert \mathcal{F}_I (‚tournament selection‘):

$$\varpi_A(I) \propto 1/\mathcal{F}_I, \quad \varpi_A(I) \in [0, 1]. \quad (7.16)$$

Anschaulich bedeutet dies, daß bessere Individuen bei der Vererbung ihrer Merkmale bevorzugt werden, wenngleich auch die Weitergabe der Eigenschaften schlechterer Individuen nicht völlig ausgeschlossen ist. Die Anzahl der auszuwählenden Individuenpaare N_A muß als Parameter des GA festgelegt werden und bleibt in der Standardform des GA immer konstant.

Rekombination der Merkmale.

Im folgenden ‚crossover‘-Schritt werden die Nachkommen der zuvor ausgewählten Individuen unter Rekombination ihrer Merkmale erzeugt. Beim modifizierten GA mit Repräsentation durch Dezimalzahlen wird die ‚crossover‘-Operation durch eine analytische Funktion gesteuert. Hierfür stehen zahlreiche Ansätze (z.B. ‚simple crossover‘, ‚heuristic crossover‘) zur Verfügung [62]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird das ‚arithmetical crossover‘ verwendet, das die Nachkommen aus einer Linearkombination der Eigenschaften \mathbf{p}_{E1} , \mathbf{p}_{E2} der beiden Eltern ermittelt. Die Eltern bleiben im Genpool enthalten. Um eine konstante Populationsgröße von N Individuen zu gewährleisten, werden die schlechtesten Individuen der vorherigen Generation durch die Nachkommen der ausgewählten Eltern ersetzt. Die Rekombination der Elternmerkmale findet nicht für alle Eigenschaften \mathbf{p}_{E1} , \mathbf{p}_{E2} statt, sondern wird zufällig für jedes Chromosomenpaar

$\{p_{C,E1}, p_{C,E2}\}$ der beiden Eltern mit der konstanten Wahrscheinlichkeit ϖ_C gesteuert. Hierzu kann eine Zufallszahl \mathfrak{Z}_C genutzt werden, die für jedes Chromosomenpaar neu zu generieren ist:

$$\mathfrak{Z}_C = \text{rand}[0, 1] \begin{cases} \leq \varpi_C : & \begin{aligned} p_{C,N1} &= \alpha_C p_{C,E1} + (1 - \alpha_C) p_{C,E2} \\ p_{C,N2} &= \alpha_C p_{C,E2} + (1 - \alpha_C) p_{C,E1} \end{aligned} \\ & \varpi_C \in [0, 1] \gg 0, \\ & \alpha_C \in \text{rand}[0, 1], \\ & \forall C = 1(1)C_e. \\ > \varpi_C : & \begin{aligned} p_{C,N1} &= p_{C,E1} \\ p_{C,N2} &= p_{C,E2} \end{aligned} \end{cases}, \quad (7.17)$$

Die hieraus entstehenden Nachkommen mit den Eigenschaften \mathbf{p}_{N1} , \mathbf{p}_{N2} haben die Chance, besser als ihre Eltern mit den Merkmalen \mathbf{p}_{E1} , \mathbf{p}_{E2} zu sein.

Mutation.

Um die genetische Vielfalt der Population zu erhalten, d.h. um neue Entwicklungsrichtungen des Optimierungsprozesses zu ermöglichen, wird ein Mutationsprozeß eingeführt, bei dem während der Vererbung (7.16) zufällig bestimmte Chromosomen mit einer Wahrscheinlichkeit ϖ_M verändert werden. Auch für diese Operation sind verschiedene algorithmische Umsetzungen (z.B. ‚boundary mutation‘, ‚gradient mutation‘) bekannt [62]. Im folgenden wird die uniforme Mutation verwendet. Anhand der Zufallszahlen \mathfrak{Z}_C wird für jedes Chromosom C aller Nachkommen Ni die Mutationsprozedur gesteuert. Für die zu verändernden Chromosomen wird aus dem jeweiligen Parameterbereich $[p_{C,u}(\Delta p_C) p_{C,o}]$ zufällig ein neuer Wert gewählt:

$$\mathfrak{Z}_C = \text{rand}[0, 1] \begin{cases} \leq \varpi_M : & \tilde{p}_{C,Ni} = \text{rand}[p_{C,u}(\Delta p_C) p_{C,o}] \\ & \varpi_M \in [0, 1] \ll 1, \\ & \forall C = 1(1)C_e. \\ > \varpi_M : & \tilde{p}_{C,Ni} = p_{C,Ni} \end{cases}, \quad (7.18)$$

Austausch der schlechtesten Individuen.

Nachdem die genetischen Operationen durchgeführt wurden, erfolgt die Bestimmung der Fitnesswerte \mathcal{F}_{Ni} für die neu entstandenen Individuen Ni anhand des numerischen Simulationsmodells $\mathcal{Q}(\mathbf{p}_{Ni})$. Zum Abschluß des Iterationsschrittes (für die Generation n) können nun die N_D schlechtesten Individuen der Population durch eine entsprechende Anzahl neuer Individuen ersetzt werden, dem Grundprinzip ‚survival of the fittest‘ folgend. Hierdurch wird ebenfalls eine ausreichende Diversifikation des Genpools sichergestellt. Für die ausgetauschte Teilpopulation muß wiederum der Fitnesswert \mathcal{F} durch die numerische Simulation ermittelt werden. Insgesamt bleibt die Populationsgröße von N Individuen für alle Generationen konstant.

Erreichen des Optimierungsziels.

Die Überprüfung des Abbruchkriteriums für die Iteration erfolgt anhand des besten Individuums I^* der aktuellen Population. Liegt dessen Fitnesswert bzw. Residuumswert oberhalb eines Limits $\mathcal{F}(I^*) > \mathbf{R}_{lim}$ wird die Iteration mit der nächsten Generation $n+1$ fortgesetzt. Anderenfalls stellen die Parameter des besten Individuums \mathbf{p}_{I^*} , d.h. seine Chromosomen, das Ergebnis des Optimierungsverfahrens dar.

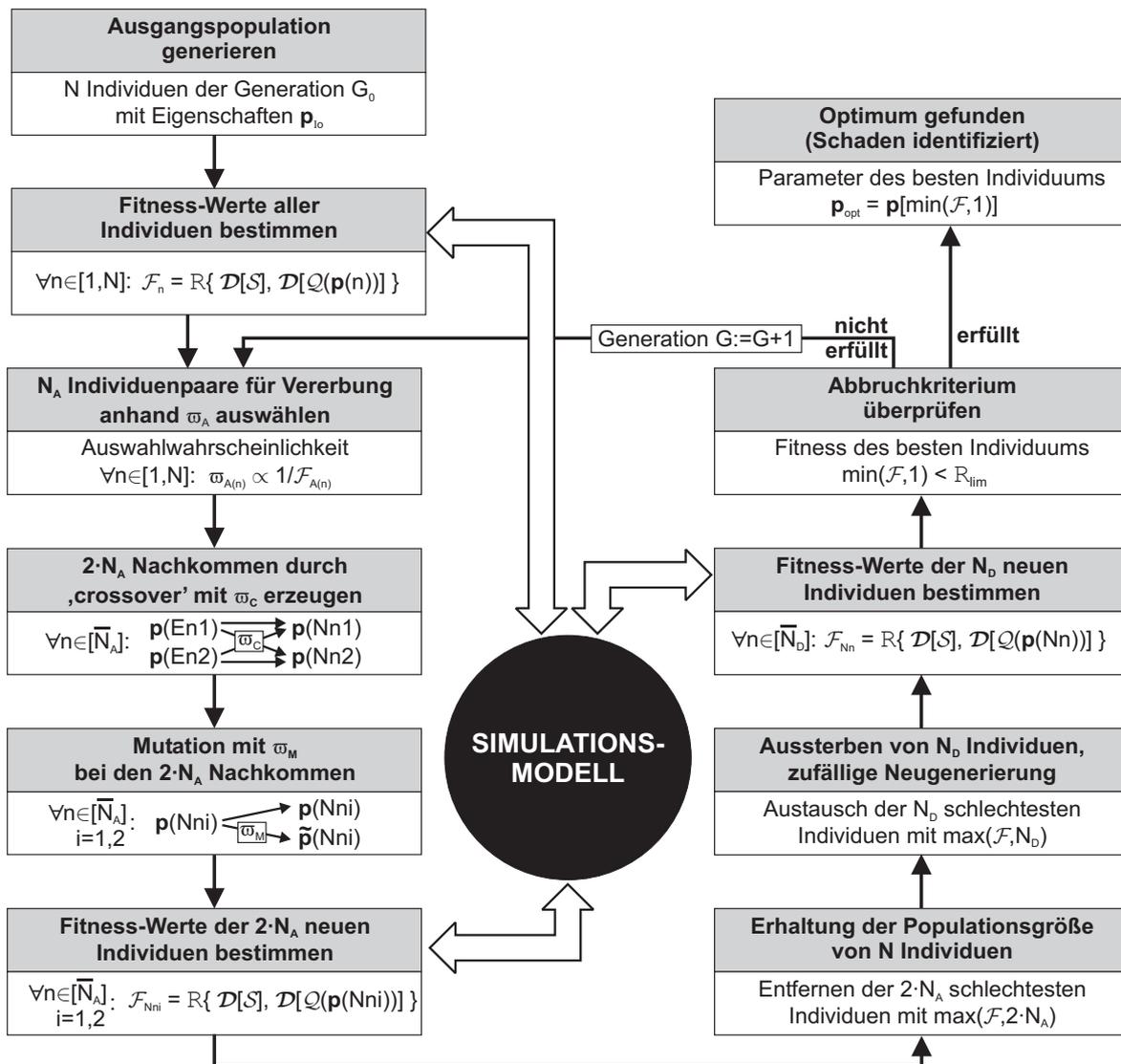


Bild 7.10: Ablaufschema des Genetischen Algorithmus.

Rekapituliert man den grundsätzlichen Gedankengang des Genetischen Algorithmus, so bleibt festzuhalten, daß versucht wird erfolgversprechende Parameterpfade sukzessive weiterzuentwickeln, während aussichtslos erscheinende Versuche abgebrochen werden. Damit ist ein guter Kompromiß aus benötigtem Rechenaufwand und Konvergenzgeschwindigkeit erzielbar, der im wesentlichen auf dem hybriden Charakter des Ansatzes aus deterministischen und stochastischen Teilprozessen gründet. Der Selektionsprozeß bildet vorrangig den deterministischen Teil des GA, während die ,crossover'- und Mutationsoperationen vorwiegend von stochastischer Natur sind.

Programmtechnische Umsetzung.

Die programmtechnische Umsetzung des beschriebenen Algorithmus erfolgt anhand eines eigens entwickelten MATLAB-Programms, das die extern vorliegende Starrkörpersimulation bzw. FE-Simulation (siehe Abschnitt 7.4.1) steuert. An dieser Stelle wird klar,

daß die Verwendung kommerzieller Simulationssoftware mit Schwierigkeiten verbunden ist, da hier in der Regel nur eingeschränkte Möglichkeiten vorliegen, ein parameterisiertes Rechenmodell aufzustellen, dessen Parameter extern, in gewünschter Weise gesteuert werden. Aus diesem Grunde sollen für die Zielstellungen dieses Arbeitsabschnittes selbst entwickelte Simulationsprogramme eingesetzt werden (vgl. Abschnitt 5.5).

Steuerung des Genetischen Algorithmus.

Für die Steuerung des verwendeten GA sind eine Reihe von Parametern zu wählen (siehe Tabelle 7.1), die den Ablauf der Optimierung im Hinblick auf Konvergenzgeschwindigkeit, Rechenaufwand und Zuverlässigkeit beeinflussen. Wegen der teilweise stochastischen Natur des GA kann für die Wahl bestimmter Parameterwerte nur anhand einer aufwendigen Studie (mit vielen Einzelversuchen) ein mittlerer Trend der Auswirkungen abgelesen werden. Es empfiehlt sich daher eine heuristische oder anschauliche Wahl der Parameter. Als wichtigste Größen erweisen sich in diesem Zusammenhang der Populationsumfang N sowie die Wahrscheinlichkeiten für ‚crossover‘ ϖ_C und Mutation ϖ_M . Stellvertretend seien die Auswirkungen dieser Größen kurz erläutert:

- (1) Die Populationsgröße N beeinflusst die generelle Leistungsfähigkeit des Algorithmus. Eine kleine Populationsgröße sichert zwar einen effizienten Ablauf des Verfahrens, kann aber eine Neigung zu suboptimalen Lösungen hervorbringen. Eine zu hohe Individuenanzahl erfordert zum einen sehr viele Simulationsläufe und kann daneben möglicherweise die Konvergenzgeschwindigkeit herabsetzen. Für den vorliegenden Fall wurde anhand einer Parameterstudie eine konstante Populationsgröße von 15 gewählt.
- (2) Die ‚crossover‘-Rate ϖ_C steuert die Häufigkeit der Merkmalrekombination. Höhere Werte führen häufiger zu neuen Parameterkonstellationen, wobei im Grenzfall die Lösungen zu schnell wechseln, um den Evolutionsprozeß voranzubringen. Sinnvolle Werte sind im Bereich $\varpi_C \in [0.5, 1.0]$ zu finden (z.B. [36]). Im weiteren wird $\varpi_C = 0.75$ gewählt.
- (3) Die Mutationswahrscheinlichkeit ϖ_M beinhaltet maßgeblich die stochastische Komponente des Verfahrens. Ein zu hoher Wert bedingt einen nahezu stochastischen Suchprozeß für das Optimum und ist nicht sinnvoll. Zu geringe Werte können hingegen zur vorzeitigen Konvergenz gegen suboptimale Lösungen führen. Werte im Bereich von $\varpi_M \in [0.01, 0.20]$ sind typisch (gewählt: $\varpi_M = 0.20$).

In der nachfolgenden Tabelle sind noch einmal alle benötigten Parameter zusammengefaßt und die im folgenden gewählten Werte aufgeführt. Überlegungen zur Wahl der Abbruchschranke R_{lim} werden in den Abschnitten 7.3.2, 7.4 diskutiert.

Schadensidentifikation am Beispiel des Minimalmodells.

Die vorgestellte Optimierungsstrategie des GA besitzt globalen Charakter und erlaubt damit das globale Minimum einer nicht-konvexen Residuumsfunktion aufzuspüren, um das gestellte Problem der inversen Schadensidentifikation zu lösen. An dieser Stelle sollen das grundlegende Verhalten und die Eigenschaften des Genetischen Algorithmus für die Schadensidentifikation am Beispiel des Minimalmodells (siehe Bild 7.4)

Tabelle 7.1: Parameter zur Steuerung des verwendeten Genetischen Algorithmus.

Parameter		gewählter Wert
Größe der Gesamtpopulation	$N \in \mathbb{N}$	15
Anzahl der Individuenpaare für Vererbung	$N_A \in [1(1)N/2]$	4
Wahrscheinlichkeit für ‚crossover‘	$\varpi_C \in [0, 1]$	0.75
Wahrscheinlichkeit für Mutation	$\varpi_M \in [0, 1]$	0.20
Anzahl der aussterbenden Individuen	$N_D \in [1(1)N]$	3
Abbruchschranke	\mathbf{R}_{lim}	*)

*) abhängig von der verwendeten Residuumsfunktion

untersucht werden. Dabei besteht die Aufgabe darin, die beiden Modellparameter μ , κ als Schadenscharakteristikum zu identifizieren. Für den GA besitzt somit jedes Individuum zwei Chromosomen. Als Residuumsfunktion bzw. Fitnessfunktion wird die verschiebungsbasierte Formulierung verwendet (siehe Bild 7.6), die anhand der Untersuchungen des Abschnitts 7.3.2 zu bevorzugen ist.

Im Bild 7.11 wird der Entwicklungsprozeß des Optimierungsergebnisses, vertreten durch die jeweilige Population, anhand der gewählten Residuumsfunktion illustriert. Es sei betont, daß diese Darstellung wegen der stochastischen Merkmale des GA natürlich nur als exemplarisches Beispiel anzusehen ist, das aber durchaus repräsentative Züge für das Gesamtverhalten trägt. Bild 7.11 [a] zeigt zunächst die zufällig gewählte Anfangspopulation (Generation 0), bei der keines der Individuen in der Nähe des gesuchten Optimums liegt. In den ersten Iterationsschritten wird die Population durch die bevorzugte Vererbung günstiger Merkmale im Bereich der bis dahin besten Lösungen zusammengezogen (Bild 7.11 [b]). In den anschließenden Generationen, wird durch die sukzessive Verbesserung der Lösung anhand der stochastischen Verfahrenskomponente schließlich der unmittelbare Attraktorbereich des globalen Optimums erreicht. Bereits nach 39 Iterationsschritten (Generation 39) befindet sich eine Teilpopulation in unmittelbarer Nähe des globalen Minimums (Bild 7.11 [c]). In Generation 48 (Bild 7.11 [d]) hat das beste Individuum das gesuchte globale Minimum erreicht und die Suche wird anhand des Abbruchkriteriums beendet. Die Eigenschaften des besten Individuums $\mu = 0.12$, $\kappa = 0.06$ beinhalten das gewünschte Identifikationsergebnis, das im vorliegenden Fall völlig korrekt ermittelt wird. Die in diesem Fall benötigten 48 Iterationsschritte sind repräsentativ für den durchschnittlichen Verfahrensablauf. Im Einzelfall besitzt natürlich die stochastische Komponente erheblichen Einfluß auf die jeweilige Konvergenzgeschwindigkeit.

Um das Konvergenzverhalten des GA genauer zu beleuchten, enthält Bild 7.12 ein entsprechendes Konvergenzdiagramm, das sowohl die Fitnesswerte des besten Individuums als auch den durchschnittlichen Fitnesswert der Gesamtpopulation als Funktion der Generation ausweist. Die ausgezeichneten Punkte in den Verläufen des Bildes 7.12 markieren die in den Bildern 7.11 dargestellten Zustände.

Offensichtlich existieren zwei Bereiche für die Konvergenzgeschwindigkeit. Zunächst kann eine hohe Konvergenzrate des besten Individuums verzeichnet werden. Fällt das erste Individuum in den Bereich des tatsächlichen Optimums, nimmt in den folgenden Schritten die Konvergenzrate spürbar ab, da nun diese Information zunächst an

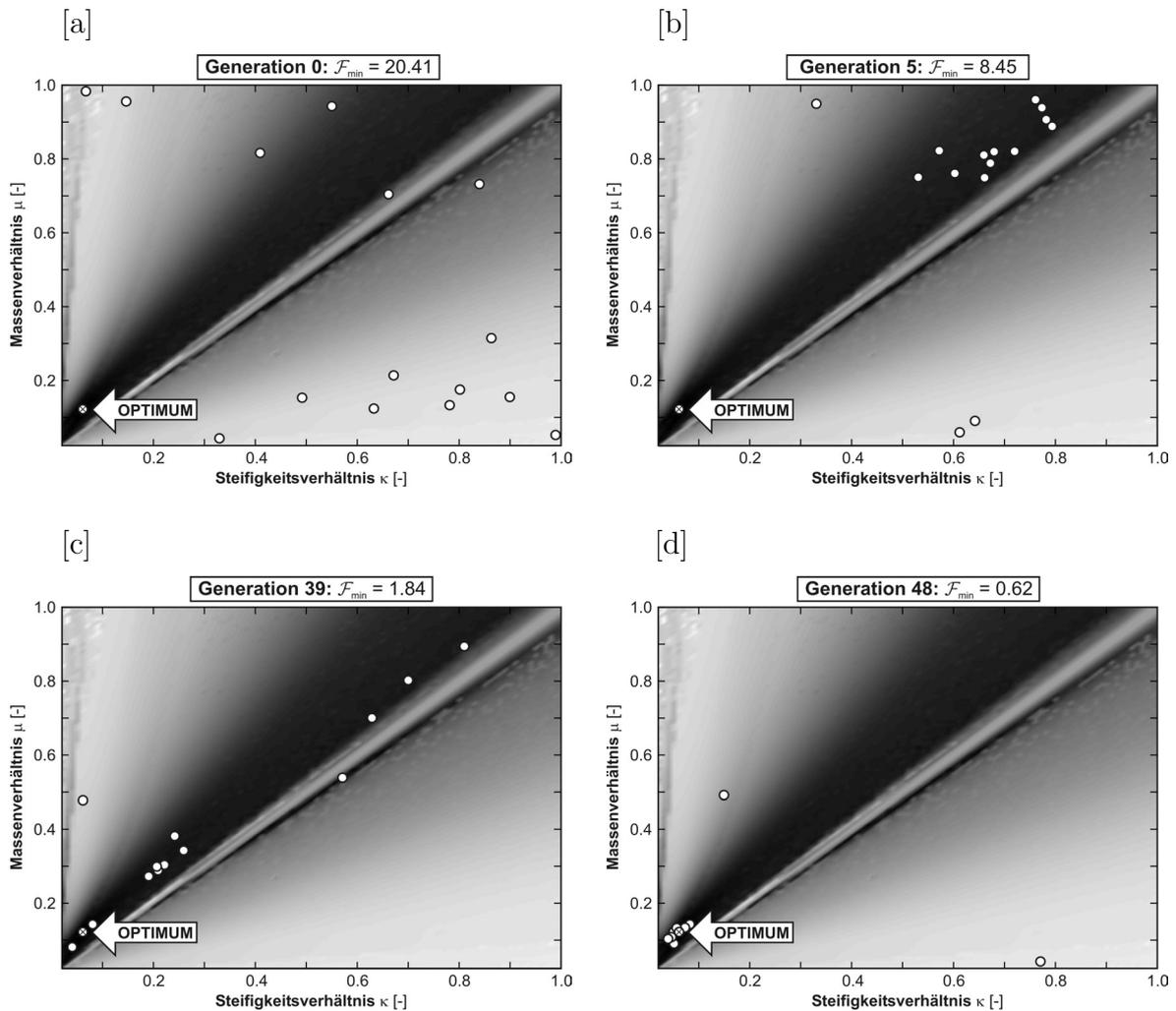


Bild 7.11: Beispiel für die Schadensidentifikation mit dem Genetischen Algorithmus anhand des Minimalmodells: [a] Generation 0 (Anfangspopulation), [b] Generation 5, [c] Generation 39, [d] Generation 48 (Optimum erreicht).

die weiteren Individuen vererbt wird und eine weitere Verbesserung häufig nur durch die stochastische Verfahrenskomponente auftritt. Darüber hinaus wird es natürlich mit zunehmender Fitness der Population immer schwieriger für den Algorithmus, neue Individuen mit noch besseren Eigenschaften zu entdecken. Nachdem das Attraktorbecken des globalen Optimums gefunden ist, werden zumeist noch eine Reihe von Generationen benötigt, um das endgültige Optimierungsziel zu erreichen. An dieser Stelle bietet möglicherweise der Ansatz einer zweistufigen Optimierungsprozedur eine wirkungsvolle Erweiterung für weiterführende Arbeiten, wobei die Entscheidung, wann das Attraktorbecken des globalen Minimums erreicht ist, die eigentliche Schwierigkeit darstellt. Eine andere Möglichkeit stellt die Implementierung einer Gradientenmutation dar, die in Form einer Sensitivitätsinformation die Mutationsprozesse gezielt in Richtung eines lokalen Minimums lenkt [10].

Der Verlauf des durchschnittlichen Fitnesswertes aller Individuen besitzt eine alternde Gestalt, welche durch die fortlaufende Einführung neuer Individuen in den Genpool (Mutation, Aussterben von Teilpopulationen) entsteht. Zu große und häufige Schwankungserscheinungen sind ein Kennzeichen für eine zu stark stochastische Auslegung des Algorithmus anhand der gewählten Parameter. Dem gegenüber ist eine zu starke Annäherung zwischen dem durchschnittlichen Fitnesswert der Gesamtpopulation und dem Fitnesswert des besten Individuums mit dem Verlust der genetischen Vielfalt gleichzusetzen.

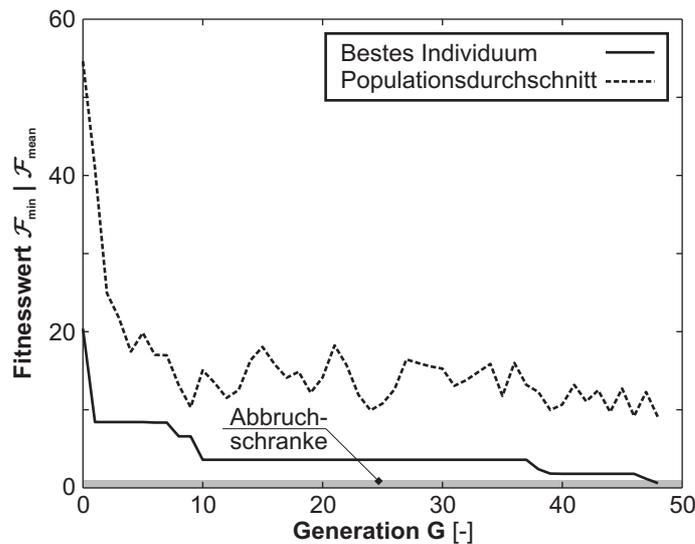


Bild 7.12: Beispiel eines Konvergenzdiagrammes der Schadensidentifikation mit dem Genetischen Algorithmus anhand des Minimalmodells.

Eine Reihe derartiger Versuchsläufe demonstriert, daß das Lösungsverhalten des GA als äußerst robust zu bezeichnen ist. Im Schnitt wurden ca. 55 Generationen benötigt, um das globale Optimum zu erreichen. Mit den gewählten Parametergrößen (z.B. Populationsgröße) sind im Mittel ca. 500 Einzelberechnungen der Schwingungsantworten erforderlich, so daß mit einer durchschnittlichen Rechenzeit von ca. 1 Minute (leistungsfähiger Linux-PC) für die Lösung dieses verhältnismäßig einfachen inversen Problems (Minimalmodell mit 2 Schadensparametern) bereits ca. 8 Stunden zu veranschlagen sind. Ein weiterer Anstieg des Rechenaufwandes ist für komplexere Strukturmodelle (FE-Modell) zu erwarten, insbesondere falls sich die nicht-konvexen Eigenschaften der Zielfunktion verschärfen.

Bewertung der Eigenschaften des Genetischen Algorithmus.

Das gezeigte einfache Modellbeispiel der Schadensidentifikation am Zwei-Massen-System verdeutlicht die typischen Eigenschaften der gewählten Optimierungsstrategie des Genetischen Algorithmus. Die folgenden Punkte beinhalten die wesentlichen Vorzüge des Verfahrens:

- (1) Globale Optimierungsstrategie: Probleme herkömmlicher gradientenbasierter Verfahren bei Vorliegen nicht-konvexer, nicht-differenzierbarer Zielfunktionen werden überwunden.
- (2) Bewältigung der Schlechtgestellttheit inverser Probleme: bei Vorliegen einer ausreichenden Informationsmenge sowie bei Verwendung einer geeigneten Residuumsfunktion werden keine zusätzlichen mathematischen Erweiterungen (z.B. Regularisierung) benötigt, um beispielsweise numerische Instabilität oder Uneindeutigkeit zu vermeiden.
- (3) Wahl der Ausgangsparameter: für das erzielte Optimierungsergebnis weitgehend unerheblich.
- (4) Konvergenzrate: Optimierung beginnt nicht nur von einem Startpunkt, sondern es werden gleichzeitig mehrere Wege verfolgt, so daß ein effizienter Ablauf mit wenigen erforderlichen Iterationsschritten entsteht.

Neben diesen positiven Eigenschaften sollen die an einigen Stellen verbleibenden Schwierigkeiten nicht verschwiegen werden:

- (1) Stochastische Natur: so sehr diese Komponente eine effiziente Suche des globalen Optimums gestattet, verbleibt ein äußerst geringes Restrisiko einen suboptimalen Parameterzustand als Lösung zu identifizieren.
- (2) Konvergenzrate: im Nahbereich des Optimierungsziels nimmt im allgemeinen die Konvergenzgeschwindigkeit des GA ab. Durch einen zweistufigen Algorithmus (beispielsweise: GA + Gradientenabstieg) oder eine Gradientenmutation können Verbesserungen erwartet werden.
- (3) Rechenaufwand: durch die gleichzeitige Betrachtung mehrerer Lösungskandidaten (Population) müssen in jeder Generation zumeist mehrere verschiedene Parameterfälle numerisch simuliert werden, so daß eine Parallelisierung des GA vielversprechend erscheint.

7.3.4 Vergleich der klassischen Konzepte und der hier angewendeten Vorgehensweise

Mit den Ergebnissen der vorangegangenen Abschnitte liegen nun alle Voraussetzungen für eine nichtlineare, modellbasierte Schadensidentifikation vor, die bereits am Modellproblem des Zwei-Massen-Systems (vgl. Bild 7.4) erfolgreich erprobt wurden. Durch die Kombination von nicht-glatten Schadensmodellen und einem modernen, globalen Optimierungsansatz entsteht ein neuartiges Konzept zur sukzessiven Lösung des inversen Identifikationsproblems, das in vielen Punkten von der klassischen Vorgehensweise abweicht. In der nachfolgenden Tabelle 7.2 werden die wichtigsten Unterschiede noch einmal in komprimierter Form herausgestellt. Die praktische Erprobung der vorgeschlagenen Vorgehensweise erfolgt im sich anschließenden Teil der Arbeit.

Tabelle 7.2: Vergleich der vorgeschlagenen Vorgehensweise für eine modellbasierte Schadensidentifikation gegenüber den klassischen Ansätzen.

	Ansatz der vorliegenden Arbeit	üblicher Ansatz klassischer Verfahren
Modell	stark nichtlinear (Einbeziehung der Kontaktvorgänge im Schadensbereich)	linear (lokale Schadensphänomene bleiben unberücksichtigt)
Erfassung der Schädigung	direkte geometrische Abbildung der Delamination im Modell	lokale Änderung bestimmter Systemeigenschaften
Parameterisierung des Modells	geometrische Parameterisierung (indirekte Änderung der Systemmatrizen anhand der Schadensgeometrie)	direkte Parameterisierung der Systemmatrizen
Wahl der Residuumsfunktion	auf Basis der nichtlinearen Schwingungsantworten (z.B. Verschiebungen, Geschwindigkeiten)	meist basierend auf Eigenschaften linearer dynamischer Systeme (z.B. Eigenfrequenzen, Eigenformen)
Optimierungsalgorithmus zur Parameteranpassung	globale Optimierungsstrategie (Genetischer Algorithmus)	meist klassischer Sensitivitätsansatz (gradientenbasiert)
Wahl der Anfangsparameter	weitgehend unbedeutend, aber Vorkonditionierung verbessert Effizienz	schwierig, besonders bei nichtkonvexer Residuumsfunktion (möglichst in Optimumsnähe)

7.4 Technische Anwendung der nichtlinearen Schadensidentifikation an delaminierten Balken

Im folgenden soll das zuvor entwickelte Konzept für eine nichtlineare modellbasierte Schadensidentifikation am Beispiel zweier delaminierter Mehrschichtbalken (Bild 7.13) im Sinne einer praktischen Anwendung erprobt werden. Die hierfür ausgewählten Balkenstrukturen sind vergleichbar mit den im Kapitel 6 experimentell charakterisierten Systemen. Um die Testbedingungen für den Algorithmus sehr realitätsnah und anspruchsvoll zu gestalten, wurde ein Schadensszenario ausgewählt, das eine kurze Delamination ($L_D = 390\text{mm}$) mit geringer Dicke der gelösten Schicht ($h_D = 2\text{mm}$) beinhaltet. Diese Delamination besitzt offensichtlich den Charakter einer Oberflächenschädigung. Derartige Schäden sind im allgemeinen besonders schwierig zu identifizieren, da ihr Einfluß auf das globale Strukturverhalten zumeist begrenzt ist. Ein solches Szenario stellt gewissermaßen einen Testfall mit hohen Anforderungen dar, an dem klassische modellgestützte Methoden nicht selten scheitern oder einen hohen experimentellen Aufwand erfordern. Für die beschriebene Schadensgeometrie werden im weiteren zwei Fälle für die Anordnung der Delamination betrachtet: eine mittige Delamination

(Bild 7.13 [a]) und eine außermittige (Bild 7.13 [b]). Der Werkstoff, die Lagerungsbedingungen und der Erregermechanismus bleiben gegenüber den Untersuchungen aus Kapitel 6 unverändert und können dort (Abschnitt 6.2) im Detail nachgelesen werden.

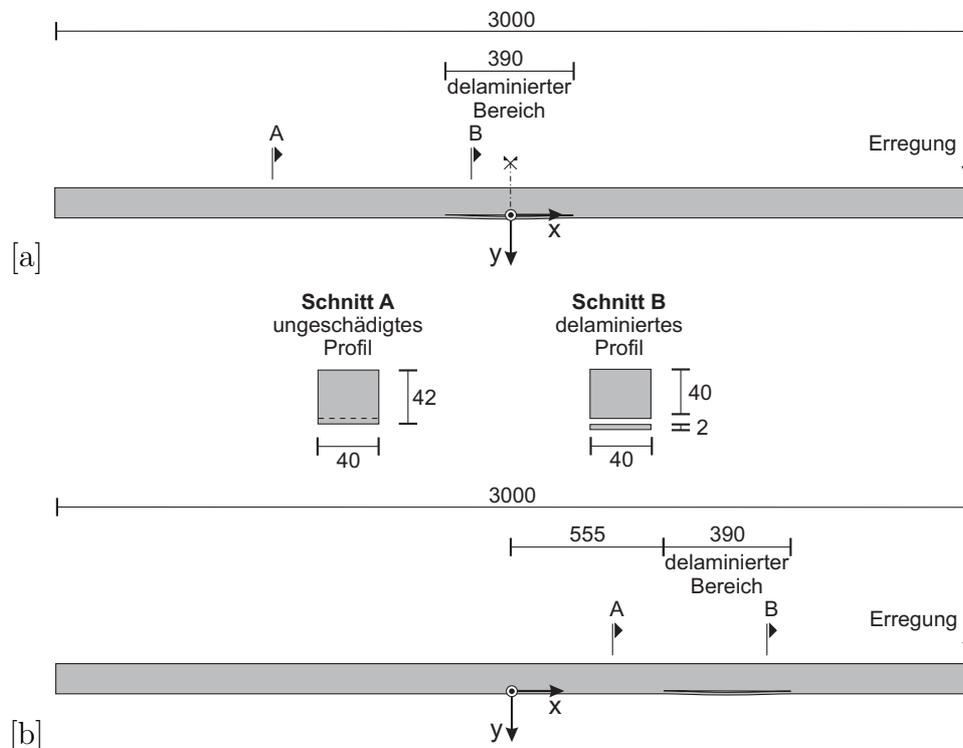


Bild 7.13: Geometrie der untersuchten delaminierten Mehrschichtbalken: [a] mittige Delamination, [b] außermittige Delamination.

Die Beschränkung der folgenden praktischen Beispiele auf balkenartige Strukturen stellt keine generelle Limitierung des entwickelten Identifikationsverfahrens dar. Prinzipiell kann jede Art von Struktur behandelt werden, deren Schwingungsverhalten zuverlässig in einem entsprechenden nicht-glatten FE-Modell simulierbar ist, wenngleich der Rechenaufwand bei komplexeren Strukturen die derzeitigen Möglichkeiten in vielen Fällen übersteigen wird.

7.4.1 Beschreibung des verwendeten Strukturmodells

An ein für die Zielsetzung geeignetes Strukturmodell sind drei wesentliche Anforderungen zu stellen. Erstens muß die Simulation die wirksamen physikalischen Mechanismen der Struktur möglichst genau abbilden und robust gegenüber numerischen Einflüssen sein, damit die mit dem Modell getroffenen Vorhersagen bei Veränderungen der physikalischen Parameter zutreffen. Zweitens wird eine äußerst effiziente modellmäßige Beschreibung benötigt, um den entstehenden Rechenaufwand durch die iterative Lösung des inversen Problems beherrschbar zu halten. Die dritte Forderung betrifft die Möglichkeit der externen Steuerung der Simulationsprozedur durch den Optimierungsalgorithmus.

Rechenaufwand noch beherrschbar zu halten. Im Rahmen einer Konvergenzuntersuchung konnte der im Bild 7.14 dargestellte Diskretisierungsgrad ermittelt werden, der sowohl eine hinreichende Genauigkeit als auch eine entsprechende numerische Effizienz für die verfolgte Zielstellung gewährleistet. Als Weiterentwicklung kann dieser Schritt möglicherweise algorithmisch gesteuert ablaufen. Im folgenden wird der ungeschädigte Strukturbereich durch Balkenelemente von ca. 260mm Länge erfaßt. Die Diskretisierung des delaminierten Bereiches, welche gleichzeitig die Kontaktdiskretisierung darstellt, erfolgt durch eine feinere Unterteilung in ca. 40mm lange Elemente.

Abweichend von der Darstellung des Bildes 6.2 tritt bei den hier betrachteten kleinen Delaminationslängen im Ruhezustand nahezu keine Fuge zwischen den gelösten Querschnittsteilen auf. Für das Identifikationsproblem ist diese geometrische Größe natürlich mit gewissen Unsicherheiten behaftet. Erfreulicherweise zeigt sich jedoch anhand von Untersuchungen, daß bei real auftretenden Delaminationslängen sowohl der Einfluß der statischen Fugenöffnung als auch der Fugengeometrie sehr beschränkt ist und damit für die Modellierung keine erhebliche Unsicherheit darstellt. Bei größeren Delaminationslängen (vgl. Bild 6.2) kann, wie ein Beispiel in [70] zeigt, ein solcher Einfluß nicht völlig vernachlässigt werden. Im vorliegenden Modell wird die Fugengeometrie durch einen Spline-Verlauf abgebildet, der in Delaminationsmitte sowie an den beiden Fugenenden eine horizontale Tangente besitzt. Die maximale Fugenöffnung im Ruhezustand wird mit 0.1mm angenommen.

Die Parameterisierung für das CMU-Verfahren erfolgt durch direkte Änderung der Schadensgeometrie mit den Größen $\mathbf{p} = [x_D, L_D, h_D]$ (siehe Bild 7.13). Die damit vorgenommene geometrische Parameterisierung erfordert für jede Parameteränderung die Neuvernetzung des Systems, da die Schadensgeometrie angepaßt wird.

Die numerische Zeitintegration erfolgt durch das Standard-NEWMARK-Verfahren mit Nachiteration. Für die kontaktfreien Bewegungsabschnitte wird eine Zeitschrittgröße $T/500$ gewählt, welche auf den Wert $T/2000$ reduziert wird, falls an irgendeinem Ort im System ein Kontakt auftritt. Damit ist offensichtlich, daß die erforderliche Rechenzeit in hohem Maße von den jeweils involvierten Kontaktzuständen abhängt und sich zwischen den einzelnen Parameterfällen deutlich unterscheiden kann. Alternative Strategien zur effizienten numerischen Zeitintegration, die auf dem Zentrale-Differenzen-Verfahren basieren, wurden in Abschnitt 5.2 diskutiert.

Die Beschreibung des dynamischen Linienkontaktes erfolgt mit der im Abschnitt 5.4.4.2 entwickelten Formulierung durch eine Kombination von Stoßgesetz und Penalty-Steifigkeit. Den Hauptparameter dieser Kontaktbeschreibung stellt der Stoßkoeffizient e dar, dessen Größe anhand der experimentellen Untersuchungen aus Abschnitt 5.4.3 mit $e = 0.1$ angenommen werden kann. Der weitaus weniger bedeutende Parameter (vgl. Bild 5.28) der Penalty-Steifigkeit wurde anhand der zu erwartenden Steifigkeitsstruktur des Systems mit $c_k = 10000$ angesetzt.

Der im Bild 7.2.1 aufgestellte generelle Ablauf zur Schadensidentifikation sieht im ersten Schritt die Kalibrierung der mechanischen Eigenschaften anhand eines ungeschädigten Referenzsystems vor. Hierbei werden zunächst die experimentell sicher bestimmbaren Größen, wie die Dichte ρ und der Dämpfungsgrad D des Systems, vom Referenzsystem übernommen. Aufgrund der Tatsache, daß im vorliegenden Fall ein nahezu homogenes Bauteil mit einfachen geometrischen Abmessungen untersucht wird (Aluminiumbalken

mit Rechteckquerschnitt), kann die Materialdichte $\rho = 2669.6 \text{ kg/m}^3$ durch Masse- und Volumenermittlung sehr genau bestimmt werden. Die Materialdämpfungseigenschaften lassen sich mit einem Ausschwingversuch am ungeschädigten Referenzsystem messen. Der Dämpfungsgrad der maßgeblich beim Ausschwingen hervortretenden niedrigsten Eigenform beträgt $D = 0.007$. Im Simulationsmodell werden die Dämpfungseigenschaften des Materials in Form einer RAYLEIGH-Dämpfung implementiert. Hierzu werden für die Linearkombination (4.43) die Parameter $\alpha = 0.66$, $\beta = 6.01 \cdot 10^{-5}$ gewählt, welche die experimentell bestimmten Werte für die niedrigste Eigenform des Balkens enthalten. Darüber hinaus wird den höheren Schwingungsformen eine stärkere Dämpfung zugeordnet, um den Einfluß höherer Frequenzen auf die Lösung zu reduzieren, welche ohnehin als Folge der Diskretisierung schlechter repräsentiert sind.

Für die sogenannten unsicheren Parameter (hier: Elastizitätsmodul E), deren Größen nicht mit vertretbarem Aufwand und/oder nur mit eingeschränkter Genauigkeit zu ermitteln sind, müssen anhand eines Modellabgleiches zwischen den experimentellen Daten des Referenzsystems und einem ungeschädigten Simulationsmodell bestimmt werden (siehe Bild 7.1). Der Prozeß dieser Modellkorrektur kann mit dem Ausdruck (6.26) anhand der Eigenfrequenzen des Systems vorgenommen werden. Darüber hinaus stehen zum Beispiel Eigenvektor-Kriterien (MAC-Wert, COMAC-Wert) für eine derartige Operation zur Verfügung. Da eine solche schrittweise Parameterbestimmung analog zum dargestellten Schema des CMU-Verfahrens (Bild 7.2) abläuft und im allgemeinen anhand eines klassischen Gradientenansatzes ohne größere Schwierigkeiten umsetzbar ist (vgl. [59], [74]), soll auf eine ausführliche Beschreibung an dieser Stelle verzichtet werden. Als Ergebnis des Modellabgleichs am ungeschädigten System ergibt sich ein Elastizitätsmodul von $E = 6 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$, der im erwarteten Wertebereich für diese Kenngröße liegt - also physikalisch sinnvoll ist.

Als Erregermechanismus wird im Modell eine harmonische Zwangsverschiebung (Weg-erregung) des äußeren Elementknotens (rechtes Balkenende) vorgenommen. Eine solche Erregung gibt die experimentell eingestellten Anregungsbedingungen sehr gut wieder. Die Frage nach der Wahl einer geeigneten Erregerfrequenz muß bei der Aufnahme experimenteller Daten beantwortet werden. Hier kann problemlos anhand weniger Messungen festgestellt werden (siehe Kapitel 6), welche Resonanzfrequenz geeignet ist, um den ‚clapping‘-Mechanismus hervorzubringen. In Anlehnung an die ersten Schritte der im Abschnitt 6.3 dargestellten experimentellen Detektionsprozedur können nacheinander die globalen Resonanzstellen des Systems untersucht werden, um so die benötigten Informationen über die Existenz einer Schädigung sowie die möglichen schadensrelevanten Erregerfrequenzen zu erhalten. Bei den betrachteten Mehrschichtbalken mit kleiner Delaminationslänge (Bild 7.13) darf anhand der Untersuchungsergebnisse aus Kapitel 6 vermutet werden, daß die niedrigsten Resonanzstellen als Erregerfrequenzen ausscheiden. Tatsächlich führt erst die dritte globale Resonanzstelle des Systems ($f_3 = 125.67 \text{ Hz}$) zu einer deutlichen schadensbedingten Nichtlinearität der Systemantworten. Eine noch ausgeprägtere Nichtlinearitätscharakteristik zeigt das Experiment bei der Wahl der nächst höheren globalen Resonanzfrequenz ($f_4 = 207.62 \text{ Hz}$), die offensichtlich zur weitaus stärkeren Ausbildung des ‚clapping‘-Phänomens führt. Diese Resonanzstelle ($f_4 = 207.62 \text{ Hz}$) soll als Erregerfrequenz für die folgenden Untersuchungen gewählt werden. Die Erregeramplitude $\bar{u} = 0.3 \text{ mm}$ wird für die Simulation direkt

aus dem Experiment übernommen. Sie führt zu einer hohen Erregungsintensität des Systems. Zum besseren Verständnis der sich mit den gewählten Erregereigenschaften einstellenden Schwingungsform ist im Bild 7.15 das Ergebnis einer experimentellen Betriebsschwingungsanalyse für das mittige Delaminationsszenario (Bild 7.13 [a]) anhand einer Folge von Verformungsplots während einer stationären Erregerperiode T angegeben. Es sei betont, daß eine derartige Untersuchung für die Schadensidentifikation nicht benötigt wird, sondern an dieser Stelle nur zur besseren Anschauung der induzierten Bewegung dient. Es zeigt sich, daß im vorliegenden Fall eine nicht-glatte Schwingung mit wechselseitigem Stoßkontakt im Bereich der Drittelpunkte der Delamination auftritt.

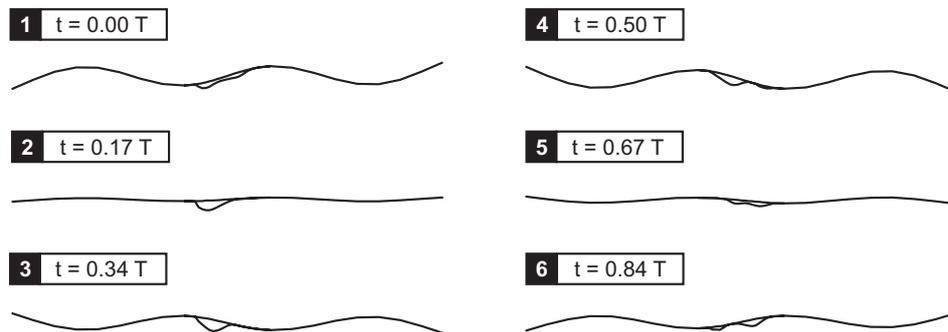


Bild 7.15: Experimentell ermittelter Betriebsschwingungsverlauf $f_4 = 207.62\text{Hz}$ während einer Erregerperiode T der stationären Bewegung.

Für die Schadensdiagnose ist ausschließlich der stationäre Schwingungszustand von Interesse. Alle numerischen Berechnungen beginnen im Ruhezustand des Systems. Die ersten 500 Erregerperioden dienen zum Abklingen der Anfangsstörungen, so daß die gewünschten Berechnungsdaten aus den sich anschließenden Schwingungsperioden gewonnen werden.

Zum Nachweis der grundsätzlichen Eignung des vorgestellten Simulationsmodells wird im folgenden das gemessene Schwingungsverhalten und das zugehörige Simulationsergebnis exemplarisch für die mittige Schädigung gegenübergestellt. Aufgrund der im weiteren verwendeten verschiebungsbasierten Residuumsfunktion sind vorrangig die Verschiebungsverläufe des Systems von Interesse. Als Vergleichskriterium sollen deshalb die Verschiebungsantworten an der Stelle $x = 150\text{mm}$ im delaminierten Bereich dienen. Der Delaminationsmittelpunkt ($x = 0$) ist für eine Gegenüberstellung der Antworten nicht geeignet, da hier nahezu verschwindende Amplituden vorliegen. Zum Zweck dieses Tests wird die Schadensgeometrie des Modells selbstverständlich an die tatsächlich gegebenen Verhältnisse ($x_D = 0\text{mm}$, $L_D = 390\text{mm}$, $h_D = 2\text{mm}$) angepaßt.

Offensichtlich liegt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen numerischen und experimentellen Resultaten vor. Insbesondere der Schwingungsverlauf des Restquerschnitts wird nahezu exakt vom Modell wiedergegeben. Diese Tatsache ist von besonderer Bedeutung, da für das folgende CMU-Verfahren ausschließlich Daten dieses Teilsystems verwendet werden. Der Verlauf der delaminierten Schicht zeigt in seiner Schwingungsform geringe Abweichungen zur experimentellen Referenz, die allerdings ohne Bedeu-

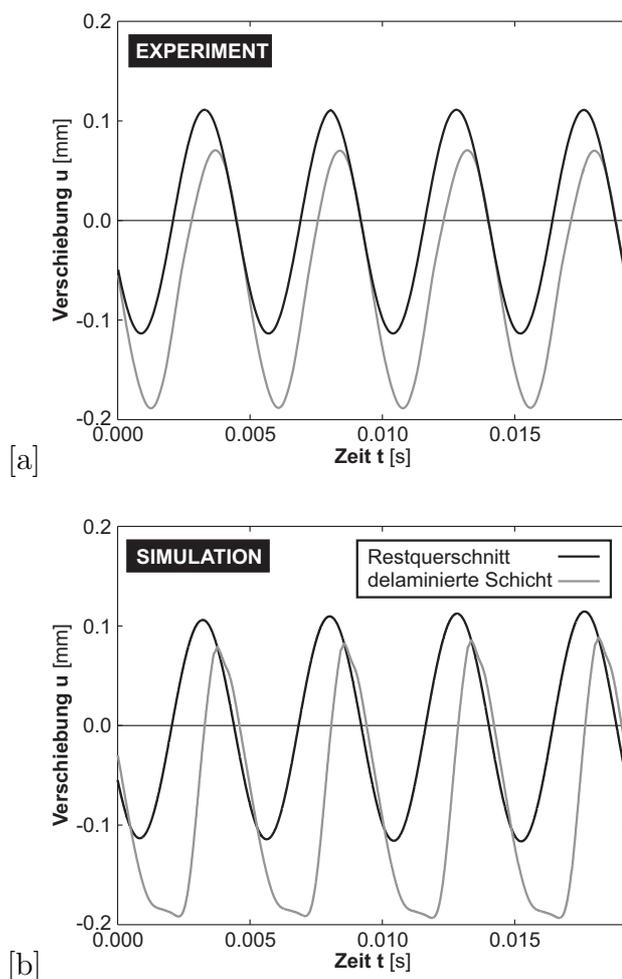


Bild 7.16: Verschiebungsverläufe von Restquerschnitt und delaminierter Schicht ($x = 150\text{mm}$) bei mittlerer Schädigung, Überprüfung der Zuverlässigkeit des Strukturmodells: [a] Experiment, [b] Simulation.

tion für die globale Bewegung sind. Im Kontaktbereich zeigt sich als unvermeidbare Eigenschaft der verwendeten Kontaktformulierung eine geringe Penetration zwischen den Teilsystemen.

Der gezeigte Vergleich, bei dem die experimentelle und die numerisch angenommene Schädigung übereinstimmen, entspricht aus Sicht der Schadensidentifikation dem angestrebten Fall einer vollständig zutreffenden Schadensdiagnose. Wegen unvermeidbarer Fehler, die sowohl die Simulation als auch das Experiment betreffen, werden die erhaltenen Ergebnisse nie exakt übereinstimmen, auch wenn der Schadenszustand korrekt erfaßt ist. Die Modellunsicherheiten entstehen zum Beispiel aus den Modellannahmen sowie aus verschiedenen Diskretisierungsfehlern. Experimentelle Abweichungen folgen aus den Meßunsicherheiten. Hieraus lassen sich zwei wichtige Erkenntnisse für die modellbasierte Schadensdiagnose ableiten:

- (1) Wird vorausgesetzt, daß die numerische Simulation als Kompromiß zwischen Genauigkeit und Effizienz nicht in beliebigem Maße zu verbessern ist, verbleibt

die sorgfältige und vorteilhafte Wahl der Testpunkte auf der Struktur als Einflußmöglichkeit. Als Meßpunkte bieten sich daher, wie bei der experimentellen Detektion, vor allem Strukturbereiche mit extremalen Schwingungsamplituden (Schwingungsbäuche) an.

- (2) Da in jedem praktischen Fall zumindest geringe Abweichungen zwischen Experiment und Simulation auftreten, muß eine von Null verschiedene Abbruchschranke R_{lim} für das Residuum gewählt werden. Die Größe der auftretenden Minimalabweichung ist im Vorfeld zumeist unbekannt, so daß R_{lim} nur heuristisch wählbar ist.

Die beiden genannten Punkte sind auch Gegenstand der folgenden Abschnitte. Zahlreiche numerische Voruntersuchungen mit dem vorgestellten Simulationsmodell zeigen ein durchaus robustes Verhalten, das in hohem Maße der starken schadensinduzierten Dämpfung zuzuschreiben ist. Beispielsweise wirken sich geringe Abweichungen bei den Erregereigenschaften (z.B. Erregerfrequenz) oder Materialparametern in sehr überschaubarem Maß auf das berechnete Ergebnis aus. Diese Eigenschaft ist ein wichtiger Beitrag für die numerische Stabilität des Identifikationsverfahrens. Als weiteres Indiz für die physikalische Zuverlässigkeit der Simulation kann die Tatsache gewertet werden, das selbst bei einfachen Modellen (vgl. Kapitel 4) die wesentlichen Schwingungseigenschaften erhalten bleiben. Dies bedeutet im allgemeinen das die grundlegenden physikalischen Phänomene numerisch stabil abbildbar sind.

Nach Compilierung der zugrundeliegenden MATLAB-Programme lassen sich bei der gewählten Diskretisierung Rechenzeiten von ca. $12min$ (abhängig vom zu berechnenden Kontaktzustand) für einen einzelnen Rechenlauf auf einem leistungsfähigen Linux-PC erzielen. Die aufeinander abgestimmten numerischen Ansätze ermöglichen hierbei einen sehr effizienten Rechenablauf. Für das Ziel der Schadensidentifikation mit vielfachen Rechenläufen erscheint der zu erwartenden Gesamtrechenbedarf noch vertretbar.

7.4.2 Identifikation am Beispiel einer mittigen Delamination

Im folgenden wird die modellbasierte Identifikation des im Bild 7.13 [a] dargestellten Schadenszenarios mit mittiger Delamination unter verschiedenen Aspekten betrachtet. Hierfür stehen reale Experimentdaten in Form von Verschiebungsantworten zur Verfügung. Das grundsätzliche Interesse gilt zunächst den Eigenschaften des zu lösenden Optimierungsproblems. In diesem Zusammenhang sind zunächst die prinzipiellen Eigenschaften der Residuenfläche im Vergleich zum zuvor betrachteten Minimalmodell zu untersuchen. Es darf erwartet werden, daß der nicht-konvexe Charakter des Problems deutlich zunimmt. Die anschließende Fragestellung betrifft die Schlechtgestelltheit des inversen Problems im Bezug auf die Eindeutigkeit des Identifikationsergebnisses. Es ist naheliegend, daß eine bestimmte Anzahl experimenteller Meßdaten sowie geeignete Meßpositionen den Identifikationserfolg maßgeblich beeinflussen. Darüber hinaus ist natürlich die bei der Schadensdiagnose zu erzielende Genauigkeit von Interesse.

Die inverse Schadenserkenkung am Mehrschichtbalken führt im allgemeinsten Fall auf ein Identifikationsproblem von 3 Schadensparametern: Delaminationsort x_D , Delaminationslänge L_D , Dicke der gelösten Schicht h_D . Um die Darstellbarkeit der Ergebnisse

zu erleichtern und den entstehenden Rechenaufwand zu begrenzen, sollen die folgenden Untersuchungen auf ein 2-Parameterproblem $\mathbf{p}^T = [x_D, L_D]$ beschränkt werden. Ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit der dargestellten Vorgehensweise wird die Höhe der delaminierten Schicht ($h_D = 2mm$) im weiteren als bekannt vorausgesetzt.

7.4.2.1 Untersuchung der verschiebungsbasierten Residuumsfunktion

Um die grundsätzlichen Eigenschaften des entstehenden Optimierungsproblems einzuschätzen, genügt es den Verlauf der Residuumsfunktion in Abhängigkeit der beiden Schadensparameter x_D, L_D zu betrachten. Der Ablauf der globalen Optimierungsstrategie ist zunächst nicht von Interesse, da davon auszugehen ist, daß im Falle einer sogenannten ‚praktischen Eindeutigkeit‘ des Problems die korrekte Lösung durch den Genetischen Algorithmus mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit aufgespürt wird.

Um die Schlechtgestellttheit des zu lösenden inversen Problems zu überwinden, muß eine Mindestumfang von Experimentdaten zur Verfügung stehen, die in die Ermittlung der Residuen (7.12) einfließen. Anderenfalls darf nicht erwartet werden, daß eine eindeutige Lösung für das Problem zu finden ist. Der für das betrachtete Identifikationsproblem am Mehrschichtbalken benötigte Umfang an Vergleichsdaten soll im folgenden untersucht werden.

Für die praktische Anwendung einer Identifikationsmethode können keine Meßdaten aus der unmittelbaren Schadensumgebung vorausgesetzt werden, da dieser Bereich im Regelfall *a priori* unbekannt ist. Für die Delaminationserkennung am Mehrschichtbalken bedeutet dies, daß nur die wesentlich insensitiveren Schwingungsantworten des Restquerschnitts in die Residuumsberechnung einfließen dürfen. Eine derartige Restriktion wird im weiteren konsequent befolgt. Die Position der experimentellen Meßstellen wird so gewählt, daß jeweils eine ausreichende Amplitudengröße ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis sicherstellt und somit nicht zu einer weiteren Verschärfung der Schlechtgestellttheit durch ausgeprägte Datenfehler führt. Da mit einer solchen Wahl die Schwingungsamplituden und damit verbunden die entsprechenden Meßunsicherheiten für alle Testpunkte etwa gleiche Größe besitzen, kann eine mögliche Normierung bzw. Wichtung einzelner Teilresiduen entfallen. Im weiteren wird ausschließlich die Residuumsfunktion (7.12) auf der Basis der Verschiebungsantworten verwendet.

Residuumsfläche unter Verwendung von 2 Meßpunkten.

Analog zur Darstellung des Bildes 7.6 [b] wird die verschiebungsbasierte Residuumsfläche des Mehrschichtbalkens mit mittiger Delamination für den Parameterbereich $x_D = [-0.70, +0.70]m$, $L_D = [0.20, 0.80]m$ betrachtet. Hierfür stehen die Resultate von 915 einzelnen Simulationsläufen zur Verfügung.

Die berechneten Verschiebungsantworten werden an jeweils 2 Vergleichspunkten den realen experimentellen Daten anhand des Residuenausdrucks (7.12) gegenübergestellt. Die beiden gewählten Vergleichspunkte finden sich an den Orten $\mathbf{x}_M^T = [-1.05, +1.05]m$, an denen die eingestellte Schwingungsform extremale Antwortamplituden aufweist (vgl. Bild 7.15). Ein vorteilhaftes Signal-Rausch-Verhältnis der Meßdaten ist somit gewährleistet. Die erhaltene Residuumsfläche (Bild 7.17) zeigt die zu-

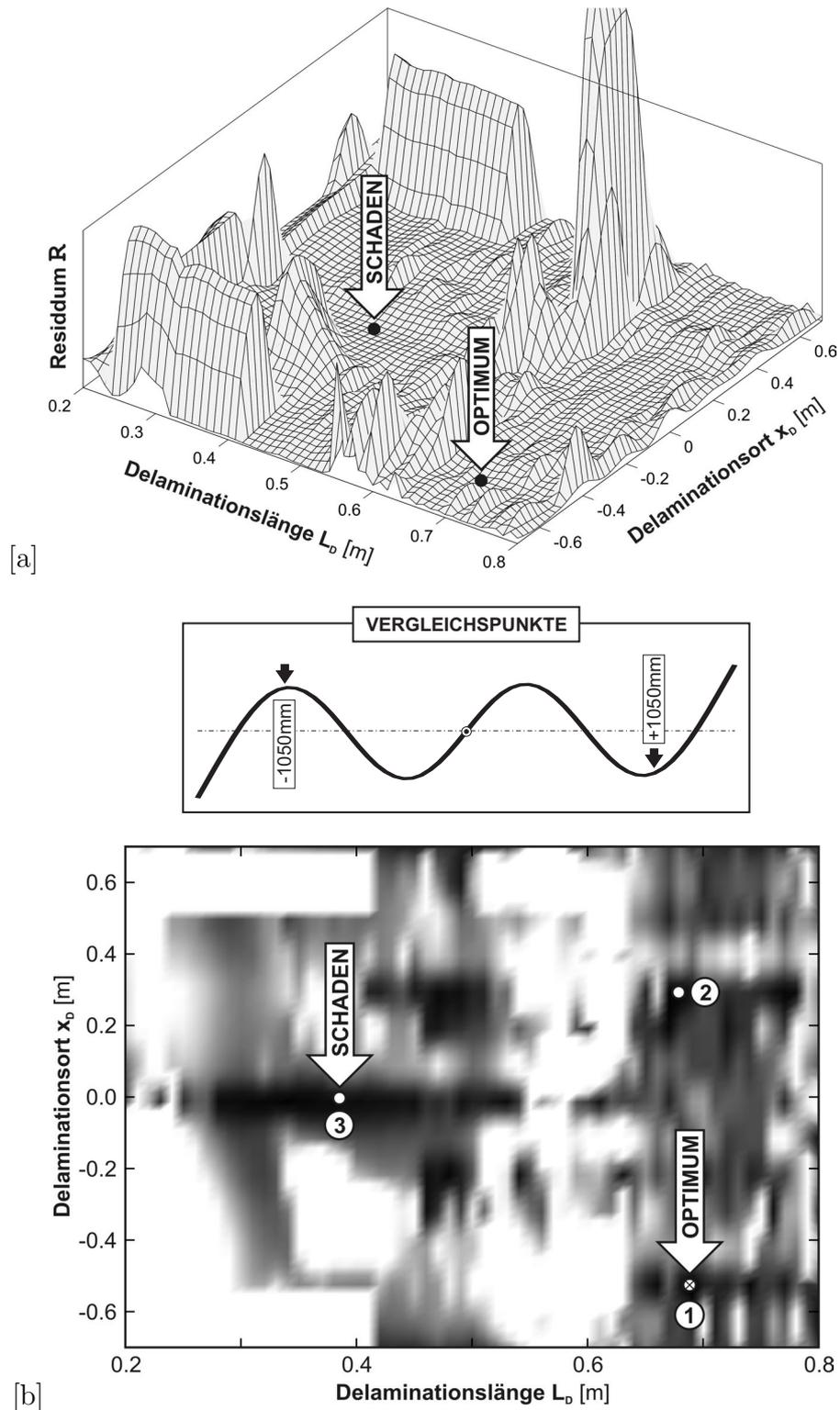


Bild 7.17: Residuenfläche unter Verwendung von 2 Meßpunkten für das mittige Schadenszenario $x_D = 0.00m$, $L_D = 0.39m$: [a] Höhenplot, [b] ,contour'-Plot.

vor vermutete Eigenschaft einer stark ausgeprägten Nicht-Konvexität mit zahlreichen lokalen Minima. Ein weiteres wichtiges Charakteristikum offenbart der Blick auf die Residuen der tiefsten Minima (Bild 7.17 [b], gekennzeichnet durch die Punkte (1), (2), (3)). Die Funktionswerte der Residuumsfunktion für die zugehörigen Parameter sind nahezu identisch, so daß praktisch keine eindeutige Entscheidung über das vorliegende Schadenszenario getroffen werden kann. Darüber hinaus ist die Stabilität der Lösung betroffen. Das tatsächliche Optimum der Residuumsfunktion bei Verwendung der zwei Meßstellen führt in diesem Fall nicht zum korrekten Schadensbild (Punkt (3) im Bild 7.17 [b]), sondern liefert ein völlig falsches Ergebnis (Punkt (1)). Aus den begrenzt auftretenden Daten- und Modellunsicherheiten, die im allgemeinen unvermeidbar sind, folgt in diesem Fall ein erheblicher Fehler bei der Ermittlung des Schadensbildes.

Residuumsfläche unter Verwendung von 4 Meßpunkten.

Eine deutliche Verbesserung der geschilderten Situation bringt bereits die Verwendung von 4 Meßstellen zur Berechnung des Residuums. Sowohl die Ausprägung der Nicht-Konvexität der Residuumsfunktion als auch die Schlechtgestellttheit des Problems wird bereits deutlich reduziert. Neben der verwendeten Meßpunktanzahl ist erwartungsgemäß auch die Lage der gewählten Meßstellen von entscheidender Bedeutung. Um diese Tatsache zu verdeutlichen werden im Bild 7.18 die Residuenflächen für zwei verschiedene Meßpunktanordnungen gegenübergestellt. Während im Fall [a] eine unzulängliche Auswahl von Vergleichspunkten erfolgt (kleine Schwingungsamplituden, große Fehler), die keine zuverlässige Identifikation gestattet, führt die Meßpunktanordnung im Fall [b] auf ein zufriedenstellendes Ergebnis.

Um die Eigenschaft der Eindeutigkeit des Identifikationsergebnisses quantitativ zu bewerten, kann ein Eindeutigkeitsindex \mathbf{E} mit dem Ausdruck

$$\mathbf{E} = 1 - \frac{\mathbf{R}^{(1)}}{\mathbf{R}^{(2)}}, \quad \mathbf{E} \in \mathbb{R}_+[0, 1] \quad \text{mit } \mathbf{R}^{(1)} = \mathbf{R}_{min} \quad (7.19)$$

eingeführt werden. Dieser Index erfaßt den Abstand zwischen dem Residuumswert $\mathbf{R}^{(1)}$ am globalen Minimum und dem Residuum $\mathbf{R}^{(2)}$ am nächst höheren lokalen Minimum. Falls die Residuumsfunktion zu einer nicht eindeutigen Situation führt, besitzen mindestens die beiden niedrigsten Tiefpunkte die gleiche Residuenwerte, so daß der Koeffizient \mathbf{E} eine verschwindende Größe aufweist. Für alle günstigen Identifikationsfälle strebt der Index \mathbf{E} gegen Eins. Eine reale Anwendung erfordert auch im Fall $\mathbf{E} > 0$ aus algorithmischen Gründen stets die Einhaltung eines minimalen relativen Abstandes zwischen den niedrigsten Tiefpunkten, dessen Wert als Grenze der ‚praktischen Eindeutigkeit‘ \mathbf{E}_{lim} bezeichnet werden kann. Hält eine bestimmte Residuumsfunktion bzw. der zugrundeliegende Datenumfang diese Bedingung ein ($\mathbf{E} > \mathbf{E}_{lim}$), ist in der Regel sichergestellt, daß der Algorithmus die korrekte Lösung liefert. Im anderen Fall ist die Möglichkeit einer Fehldiagnose nicht unwahrscheinlich. Die Annahme eines Schrankenwertes $\mathbf{E}_{lim} = 0.1$ liefert eine geeignete Grenze zur Abschätzung praktisch nicht eindeutig lösbarer Identifikationsprobleme. Mit diesem Kriterium führt von den bislang diskutierten Fällen nur die im Bild 7.18 [b] gezeigte Situation (4 günstig gewählte Meßstellen) mit $\mathbf{E} = 0.13 > \mathbf{E}_{lim}$ zu einer praktisch eindeutigen Lösung.

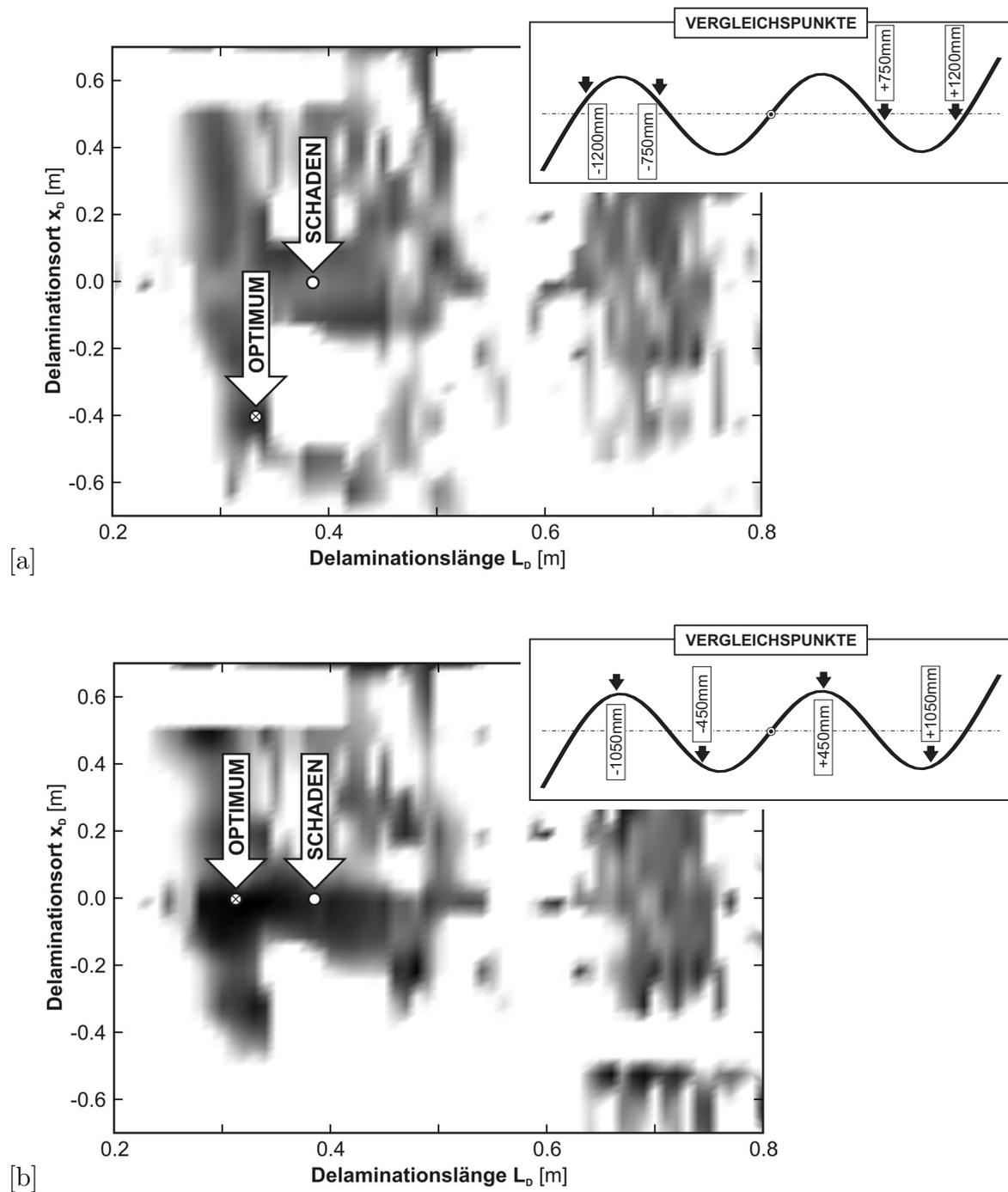


Bild 7.18: Residuenfläche aus 4 Meßpunkten für das mittige Schadensszenario $x_D = 0.00m$, $L_D = 0.39m$: [a] $\mathbf{x}_M^T = [\pm 1.20, \pm 0.75]m$, [b] $\mathbf{x}_M^T = [\pm 1.05, \pm 0.45]m$.

Nicht nur die Eindeutigkeit sondern auch die Güte des Identifikationsergebnisses ist im Fall [b] des Bildes 7.18 bereits zufriedenstellend. Das globale Optimum der gezeigten Residuumsfunktion (Bild 7.18 [b]) und damit das zu erwartende Resultat der Optimierungsprozedur, liegt in diesem Fall mit $x_D = 0.00m$, $L_D = 0.32m$ bereits in der Nachbarschaft der tatsächlichen Schadensparameter ($x_D = 0.00m$, $L_D = 0.39m$).

Zur Quantifizierung der Güte des erzielten Identifikationsergebnisses kann für jeden Parameter p_i ein entsprechender Fehlerindikatorwert mit dem Ausdruck

$$\Psi_i = \frac{\|p_i^{(0)} - p_i^{(E)}\|}{p_{i,o} - p_{i,u}}, \quad \Psi_i \in \mathbb{R}_+[0, 1] \quad (7.20)$$

berechnet werden, der die relative Abweichung des Identifikationsergebnisses $p_i^{(E)}$ vom realen Schadensbild $p_i^{(0)}$ im Bezug auf den zugrundegelegten Parameterbereich $[p_{i,u}, p_{i,o}]$ angibt. Mit diesem Kriterium werden für Fall [a], der schlecht gewählten Vergleichspunkte, Parameterabweichungen von $\Psi_1 = 28.6\%$ für den Delaminationsort sowie $\Psi_2 = 8.3\%$ für die Delaminationslänge bestimmt. Im Fall [b] kommt es mit $\Psi_1 = 0.0\%$, $\Psi_2 = 11.7\%$ zu einer deutlichen Erhöhung der Genauigkeit des Identifikationsresultates.

Gerade im Fall von Residuumsfunktionen mit einem geringen Eindeutigkeitsindex \mathbf{E} führt die Wahl einer Abbruchschranke \mathbf{R}_{lim} für die Optimierungsprozedur auf außerordentliche Schwierigkeiten. Ein zu hoch gewählter Wert \mathbf{R}_{lim} führt dazu, daß häufig suboptimale Lösungen als Identifikationsergebnis akzeptiert werden und somit die Parameterfehler Ψ_i stark anwachsen können. Im anderen Fall, wenn die gewählte Abbruchschranke \mathbf{R}_{lim} unterhalb des Residuums \mathbf{R}_{min} des globalen Optimums liegt, kann ein Abbruch der Optimierungsiteration nur durch eine Beschränkung der maximalen Schrittzahl erfolgen. Im Normalfall eines praktisch eindeutigen Problems mit begrenzter Nicht-Konvexität entschärft sich die Situation, wobei der Wert \mathbf{R}_{lim} dennoch heuristisch im Gesamtkontext des Problems zu wählen ist. Aus den Ergebnissen eines Probedurchlaufes der Optimierungsprozedur können Hinweise über die Größenordnung der zu wählenden Schranke entnommen werden.

Residuumsfläche unter Verwendung von 6 Meßpunkten.

Eine weitere Verbesserung erfährt das Identifikationsergebnis, wenn zu den 4 Vergleichspunkten aus Bild 7.18 [b] zwei zusätzliche Meßstellen bei $\pm 150mm$ hinzugefügt werden. Bild 7.19 [a] zeigt die erhaltene Residuumsfläche. Die Gestalt des Funktionsverlaufes sowie der zugehörige Eindeutigkeitsindex $\mathbf{E} = 0.48$ kennzeichnen die guten Lösungsvoraussetzungen für das Optimierungsproblem. Das globale Minimum der Residuumsfunktion führt in diesem Fall zu einer exakten Identifikation des Schadensortes ($\Psi_1 = 0.0\%$) und zu einer nahezu korrekten Bestimmung der Ausdehnung des geschädigten Bereiches ($\Psi_2 = 8.3\%$). Eine Gegenüberstellung des realen Schadensbildes mit dem erzielten Identifikationsergebnis (Bild 7.19 [b]) verdeutlicht das überaus zufriedenstellende Resultat der Schadenserkennung.

In Anbetracht der äußerst harten Testanforderungen, die das gewählte Beispiel (kleiner Schaden mit geringer Delaminationshöhe) an eine modellbasierte Schadensidentifikation stellt, läßt sich eine bemerkenswerte Sensitivität des vorgestellten Verfahrens festhalten. Bereits mit einem Datenumfang von 6 nichtlinearen Verschiebungsantworten kann das reale Schadensbild eindeutig und mit hoher Präzision rekonstruiert werden. Der benötigte Datenumfang für ein bestimmtes Identifikationsproblem ist ohne Zweifel von der konkreten Situation abhängig. Mögliche Einflußfaktoren sind neben den generellen Struktureigenschaften die Anzahl der zu identifizierenden Schadenspara-

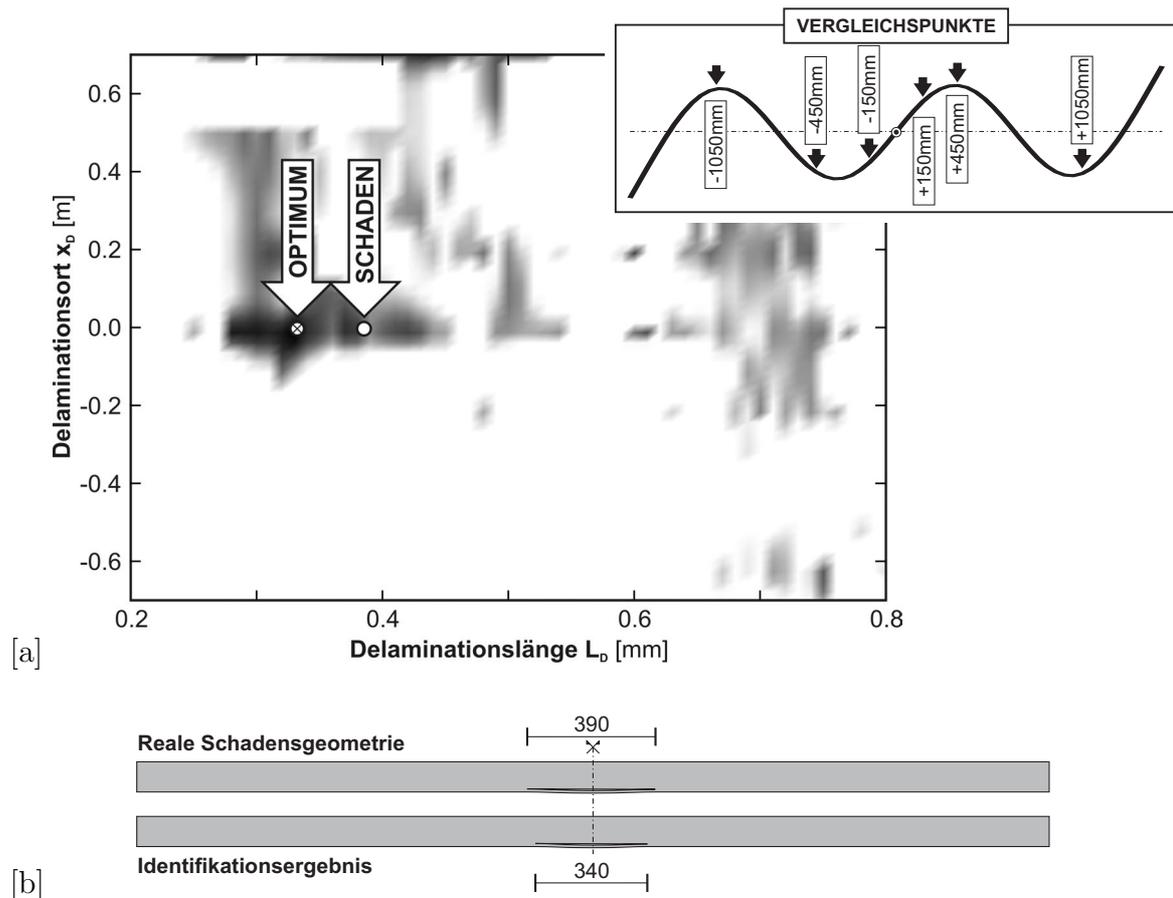


Bild 7.19: Residuenfläche aus 6 Meßpunkten für das mittige Schadensszenario $x_D = 0.00m$, $L_D = 0.39m$: [a] Residuumsfläche, [b] Vergleich zwischen Identifikationsresultat und tatsächlicher Schadensgeometrie.

meter, die gewählte Residuumsfunktion sowie die Größe der auftretenden Meß- und Modellunsicherheiten. Generell kann durch die hohe schadensbezogene Sensitivität der nichtlinearen Betrachtungsweise der Schädigung bereits mit einer überschaubaren Datenmenge ein zuverlässiges und genaues Identifikationsergebnis erzielt werden. Durch eine Erhöhung des Datenumfangs kann zum einen der Eindeutigkeitsindex \mathbf{E} verbessert und häufig zugleich der Prognosefehler Ψ reduziert werden.

Anmerkungen zur praktischen Aufbereitung der Vergleichsdaten.

Häufig sind die Meß- und Berechnungsdaten im Hinblick auf ihre Erfassungsorte (Meßpunkte - Elementknoten) und ihre zeitliche Auflösung (Abtastrate - Zeitintegrationsschritt) unverträglich. Selbst für die Situation, daß die Anordnung der Testpunkte im Experiment und die Elementknoten im Modell räumlich verträglich sind, kann in vielen Fällen eine zeitliche Interpolation der Meßdaten nicht umgangen werden, die möglicherweise zu zusätzlichen Datenfehlern führt. In Ausnahmefällen kann zudem das Problem auftreten, daß einzelne Meßaufnehmer aus Platzgründen nicht an der gewünschten Stelle plaziert werden können.

7.4.2.2 Modifizierter Genetischer Algorithmus mit Vorkonditionierung

Die vorangegangene Betrachtung der Residuumsfunktion für das Identifikationsproblem am Mehrschichtbalken hat gezeigt, daß häufig ein hochgradig nicht-konvexes Optimierungsproblem vorliegt. Entsprechend schwierig und aufwendig gestaltet sich die Suche nach dem globalen Minimum der Residuumsfunktion. Der vorgeschlagene Genetische Algorithmus ist trotzdem in der Lage das gesuchte Minimum aufzuspüren, wengleich infolge eng begrenzter Attraktorbecken eine hohe Anzahl an Iterationen (Generationen) erforderlich ist.

Gerade mit Blick auf die benötigte Rechenzeit des modellbasierten Identifikationsverfahrens, die realistischerweise eine bestimmte Größenordnung nicht verlassen sollte, liegt ein besonderes Interesse in einer begrenzten Anzahl an notwendigen Iterationsschritten für die Schadenserkenkung.

Die bisherige Vorgehensweise des GA sieht die zufällige Erzeugung einer Anfangspopulation innerhalb der vorgegebenen Grenzen vor (siehe Abschnitt 7.3.3.2). An dieser Stelle knüpft der Gedankengang einer für die vorliegende Arbeit entwickelten Modifikation des GA an, die sogenannte *Vorkonditionierung* des Verfahrens. Ziel dieser Erweiterung des klassischen GA ist es, die Wahl der Anfangspopulation derart zu steuern, daß neben der stochastischen Komponente bereits vorliegende Informationen über die zu erwartende Schädigung gezielt genutzt werden. Die Anfangspopulation wird dann im Sinne einer begründeten Anfangsschätzung nicht mehr zufällig erzeugt, sondern der Algorithmus startet im günstigsten Falle bereits in unmittelbarer Nachbarschaft des zu findenden Optimums mit der Suche. Auf diese Weise kann Rechenzeit in erheblichem Umfang gespart werden. Falls sich die Anfangsschätzung als fehlerhaft erweist, führt dies im allgemeinen nicht zu einer falschen Lösung des Optimierungsproblems, da die stochastische Komponente des Verfahrens selbstkorrigierend wirkt.

Aus den Überlegungen zum experimentellen Detektionsverfahren (Abschnitt 6.3) ist bekannt, daß anhand der Klirrfaktoren weniger Meßpunkte zumeist eine grobe Prognose für den Schadensort möglich ist. Die für die modellbasierte Schadensidentifikation benötigten Meßdaten (Schwingungsantworten) können zunächst ohne großen Aufwand unter diesem Gesichtspunkt behandelt werden und liefern somit einen Schätzwert \tilde{x}_D für den Schadensort. Allein die Vorkonditionierung eines Parameters trägt häufig bereits zu einer schnelleren Konvergenz bei. Eine analoge Abschätzung für den zweiten Parameter \tilde{L}_D liefert die Tatsache, welche Resonanzstelle zur Anregung des ‚clapping‘-Mechanismus geeignet ist. Bei den Strukturbedingungen der betrachteten Mehrschichtbalken korrespondiert eine hohe Erregerfrequenz im allgemeinen mit einem kleineren Schädigungsausmaß.

Stehen Schätzwerte für die Parameter $\tilde{\mathbf{p}}$ zur Verfügung, kann die Anfangspopulation des GA, oder ein Teil von ihr, vorkonditioniert werden. Hierzu generiert man die Individuen I nicht durch gleichverteilte Zufallszahlen mit

$$\mathbf{p}_I^T = [\text{rand}[p_{1,u} p_{1,o}], \dots, \text{rand}[p_{C_e,u} p_{C_e,o}]], \quad (7.21)$$

sondern durch normalverteilte Zufallszahlen, deren Mittelwert ν_i die jeweilige Parameterschätzung \tilde{p}_i darstellt:

$$\mathbf{p}_I^T = [\text{randN}_{\langle \nu_1 = \tilde{p}_1, \sigma_1 \rangle}[p_{1,u} p_{1,o}], \dots, \text{randN}_{\langle \nu_{C_e} = \tilde{p}_{C_e}, \sigma_{C_e} \rangle}[p_{C_e,u} p_{C_e,o}]]. \quad (7.22)$$

Die Individuen der Anfangspopulation sind mit einer normalverteilten Abweichung um die jeweiligen Schätzwerte gruppiert. Die Größe der Streuung und damit letztlich die genetische Vielfalt der Anfangspopulation wird durch die heuristisch zu wählende Standardabweichung σ gekennzeichnet. In dieser Weise können die *a priori* verfügbaren Informationen in die Startbedingungen des Algorithmus eingebracht werden, wobei gleichzeitig ein gewisser stochastischer Charakter erhalten bleibt.

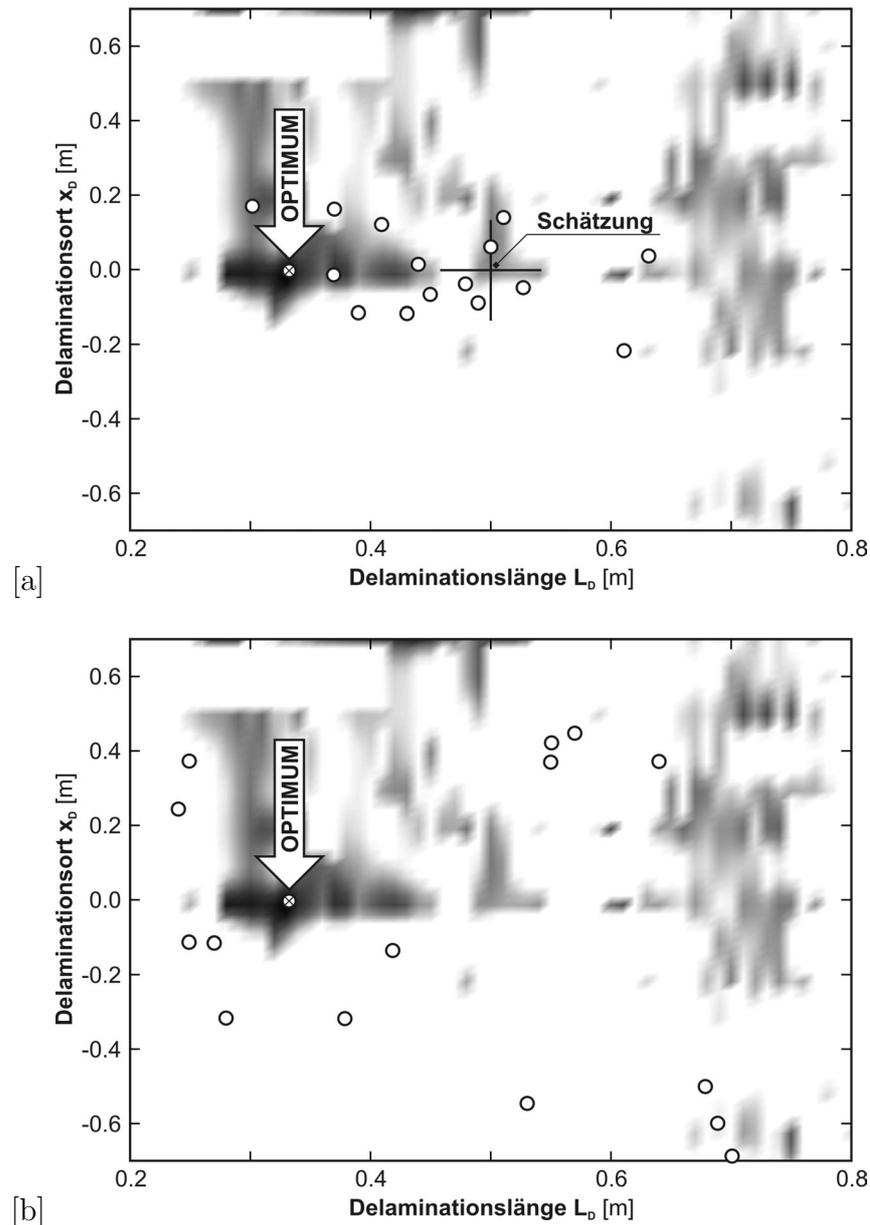


Bild 7.20: Beispiel für die Anfangspopulation des Genetischen Algorithmus anhand der Residuenfläche aus 6 Vergleichspunkten: [a] ohne Vorkonditionierung, [b] mit Vorkonditionierung ($\tilde{x}_D = 0.00m$, $\tilde{L}_D = 0.50m$, $\sigma_i = 0.10m$).

Für den betrachteten Mehrschichtbalken mit mittlerer Delamination (Bild 7.13 [a]) können anhand der experimentellen Voruntersuchungen sehr leicht entsprechende Schätzungen für die Schadensparameter \tilde{x}_D , \tilde{L}_D gewonnen werden. Aus dem Klirrfaktorgradienten zwischen den einzelnen Schwingungsantworten an den Schwingungsbäuchen läßt sich eine Parameterschätzung $\tilde{x}_D = 0.00m$ für den Delaminationsort erhalten. Die Tatsache, daß beim betrachteten Beispiel erst höhere Erregerfrequenzen

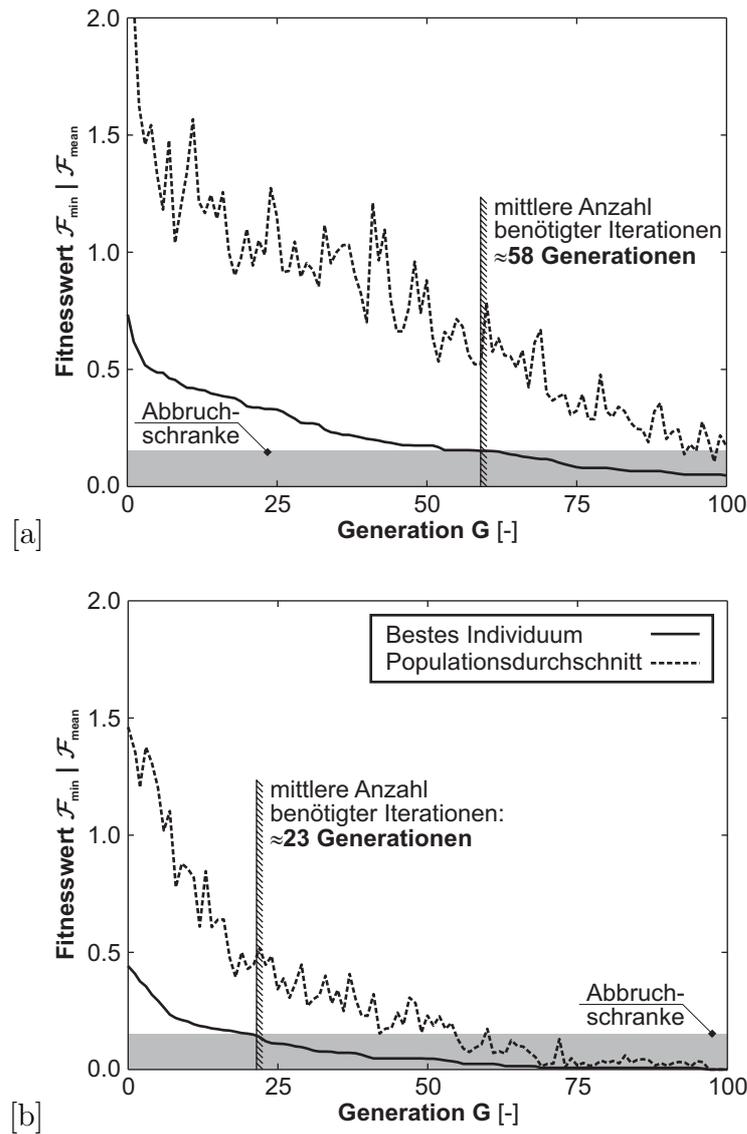


Bild 7.21: Konvergenzdiagramm des Genetischen Algorithmus: [a] ohne Vorkonditionierung, [b] mit Vorkonditionierung ($\tilde{x}_D = 0.00m$, $\tilde{L}_D = 0.50m$, $\sigma_i = 0.10m$).

zur Ausbildung des ‚clapping‘-Phänomens führen, dient als Anhaltspunkt für die Vorschätzung der Schadensgröße $\tilde{L}_D = 0.50m$. Bild 7.20 stellt exemplarisch eine mit dieser Parameterschätzung vorkonditionierte und eine nicht vorkonditionierte Anfangspopulation des GA anhand der Residuumsfunktion des Diagramms 7.19 [a] gegenüber.

Zur Verdeutlichung der Effektivität einer solchen Vorgehensweise wird im folgenden der Verlauf der Optimierungsprozedur mit und ohne Vorkonditionierung anhand zweier Konvergenzdiagramme (Bild 7.21) gegenübergestellt. Die hierin enthaltenen Verläufe repräsentieren den Mittelwert aus jeweils 30 Einzeldurchläufen des GA. Das gezeigte Resultat belegt eindrucksvoll, daß die Vorkonditionierung im Mittel zu einer erheblichen Reduzierung der benötigten Iterationsschritte führt. Während der klassische GA im betrachteten Fall durchschnittlich 58 Iterationen zur Ermittlung des globalen Optimums benötigt, wird dieses Ziel mit der vorkonditionierten Variante bereits im Schnitt nach 23 Generationen erreicht. Die mittlere erforderliche Iterationsanzahl ist jeweils abhängig von der Parameterschrittweite (Genauigkeit) und natürlich in hohem Maße von der vorliegenden Residuumsfunktion. Im hier betrachteten Fall konnte mit der Vorkonditionierung die benötigte mittlere Rechenzeit für die Identifikation um mehr als 50% reduziert werden.

7.4.3 Beispiel einer außermittigen Delamination

Bislang wurde ein Delaminationsszenario untersucht, das durch die mittige Anordnung der Schädigung auf ein symmetrisch aufgebautes System führt. Abschließend soll nun der allgemeinere Fall einer außermittig angeordneten Delamination (Bild 7.13 [b]) behandelt werden, bei dem offensichtlich keine Aufbausymmetrie mehr vorliegt. Hierbei tritt als zentrales Problem die korrekte Lokalisierung des Schadensortes x_D in den Vordergrund. In diesem Zusammenhang ist die Frage zu stellen, ob eine Delamination am Ort $-x_D$ einen anderen Fingerabdruck im Schwingungsverhalten hinterläßt als eine entsprechend konjugierte Schädigung an der Stelle $+x_D$. Ist dies nicht der Fall, kann kein eindeutiges Identifikationsergebnis im Bezug auf die Schadenspositionen $\pm x_D$ erzielt werden.

Der Nachweis der praktischen Funktionsfähigkeit der vorgeschlagenen nichtlinearen modellbasierten Identifikationsprozedur konnte bereits anhand des vorangegangenen Beispiels unter Verwendung realer Experimentdaten erbracht werden. Für die Klärung der zentralen Frage nach der wechselseitigen Eindeutigkeit außermittiger Delaminationen (Schadensort $\pm x_D$) genügt es daher, numerisch erzeugte ‚Experimentdaten‘ für das Schadensszenario $x_D = +0.75m$, $L_D = 0.39m$ (vgl. Bild 7.13 [b]) der folgenden Untersuchung zu verwenden. Alle im Abschnitt 7.4.1 beschriebenen Eigenschaften des numerischen Modells bleiben dazu unverändert. Einzig die Erregercharakteristik wird auf die aktuelle Schadenssituation mit $f_E = 124.49Hz$, $\hat{u} = 1.5mm$ zur Generierung des ‚clapping‘-Mechanismus angepaßt.

Zur Untersuchung des geschilderten Problems hinsichtlich der Eindeutigkeit der konjugierten Schadenssituationen $\pm x_D$ genügt es wieder, den Blick auf die Residuenfläche zu richten. Bild 7.22 zeigt die ermittelten Funktionswerte des verschiebungsbasierten Residuums aus 6 ‚Meßdaten‘ (analog zu Bild 7.19 [a]) im Parameterbereich $x_D = [-1.05, +1.05]m$, $L_D = [0.20, 0.80]m$. Der betrachtete Parameterraum umfaßt 1281 Einzelberechnungen, die sowohl den tatsächlichen Schadensfall ($x_D = +0.75m$, $L_D = 0.39m$) als auch die konjugierte Schadensposition ($x_D = -0.75m$, $L_D = 0.39m$) beinhalten.

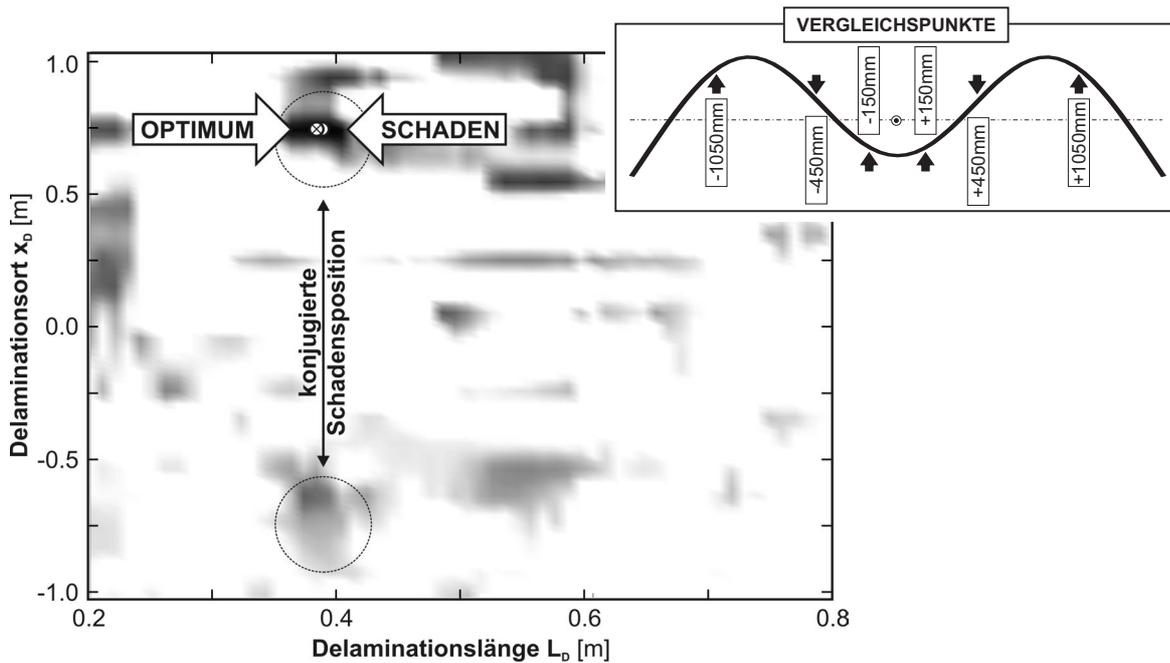


Bild 7.22: Residuenfläche aus 6 ‚Meßdaten‘ für das außermittige Schadensszenario $x_D = +0.75m$, $L_D = 0.39m$.

Die dargestellte Residuumsfunktion weist zwei ausgeprägte Minima auf, die mit den beiden konjugierten Schadensszenarien $\pm 0.75m$ korrespondieren, und rechtfertigt somit die aktuelle Untersuchung. Vergleicht man die zugeordneten Residuumswerte läßt sich jedoch feststellen, daß nach der Definition (7.19) die praktische Eindeutigkeit gegenüber der konjugierten Situation gewährleistet ist. Diese Eigenschaft ist vorrangig auf die außermittig einwirkende Erregung ($x_E = +1.50m$) zurückzuführen, die dem System in jedem Fall eine gewisse grundsätzliche Unsymmetrie verleiht und damit zur Eindeutigkeit des Identifikationsergebnisses beiträgt. Der zu ermittelnde Eindeutigkeitsindex \mathbf{E} beträgt für die gezeigte Situation über 80% und stellt somit keine besondere Schwierigkeit für die globale Optimierung dar. Da im vorliegenden Fall mit numerisch erzeugten ‚Vergleichsdaten‘ gearbeitet wurde, kann die vorgelegte Schadensposition durch die Identifikationsprozedur vollständig korrekt rekonstruiert werden.

7.5 Schlußfolgerungen

Das präsentierte Konzept zur nichtlinearen modellbasierten Schadensidentifikation verknüpft die experimentellen Daten mit der numerischen Simulation durch Einführung von modernen Ansätzen und neu entwickelten Erweiterungen (siehe Tabelle 7.3.4) auf wirkungsvolle Weise. Durch die hohe Schadenssensitivität der zugrundeliegenden nichtlinearen Betrachtungsweise entsteht ein neuartiger Ansatz zur modellbasierten Schadensdiagnose, der sich im Rahmen der untersuchten Beispiele durch eine hohe Zu-

verlässigkeit sowie einen geringen notwendigen Meßaufwand auszeichnet. Es besteht kein Zweifel, daß eine Reihe von Problemen noch umfassende weiterführende Untersuchungen erfordern. Die aufgezeigte Vorgehensweise ist an dieser Stelle nicht als vollständig fertig entwickeltes Verfahren zu verstehen, sondern bietet vielmehr einen ersten umfassenden und vielversprechenden Ansatzpunkt, Delaminationsschäden realer Strukturen anhand nichtlinearer Schädigungsmodelle zu identifizieren, zumal Erfahrungen über die Lösung inverser Probleme bei stark nichtlinearen Systemen bislang kaum vorliegen. Falls ein entsprechend zuverlässiges nicht-glattes Simulationsmodell aufgestellt werden kann, ist die geschilderte Vorgehensweise ohne weiteres auf beliebige Strukturtypen übertragbar.

Als Testfall mit hohen Anforderungen an das aufgestellte Verfahrenskonzept wurden delaminierte Mehrschichtbalken mit kleinem Oberflächenschaden behandelt. Die Untersuchungsergebnisse dieses Beispiels zeigen, daß aufgrund der hohen schadensbezogenen Empfindlichkeit des Verfahrens bereits mit wenigen, geschickt gewählten Vergleichsdaten die Schlechtgestellttheit des zu lösenden inversen Problems überwunden werden kann, so daß eine zuverlässige und genaue Schadensdiagnose möglich ist. Der Prognosefehler kann selbst bei Verwendung von realen Meßdaten und einer geringen Anzahl an Meßpunkten auf wenige Prozent beschränkt werden. Die in einigen Arbeiten theoretisch vermuteten Eigenschaften nichtlinearer Identifikationstechniken (z.B. [20]) im Hinblick auf die Schadenssensitivität sowie die Prognosesicherheit können mit den hier erhaltenen Ergebnissen aus Sicht der Anwendung bestätigt werden.

Ein besonderes Problem stellen die benötigten Rechenzeiten dar, die sich trotz der Einführung verschiedener innovativer Ansätze (Vorkonditionierung des GA, Nachiteration) selbst mit sehr leistungsstarken Rechnern derzeit nicht auf ein zufriedenstellendes Maß reduzieren lassen. So wird beispielsweise für einen Gesamtdurchlauf des Identifikationsverfahrens im diskutierten Fall der mittigen Delamination (Abschnitt 7.4.2) unter Verwendung aller Maßnahmen zur Effizienzsteigerung derzeit eine mittlere Rechenzeit von ca. 46 Stunden auf einem leistungsstarken Linux-PC benötigt. In diesem Zusammenhang empfiehlt sich die Einrichtung eines umfassenden Datenpools mit Simulationsergebnissen für alle benötigten Parameterkonstellationen, falls eine Schadensprognose für eine Serie gleicher Strukturen oder Strukturkomponenten durchzuführen ist. Hiermit läßt sich die modellbasierte Schadensidentifikation sehr effizient umsetzen. Im Rahmen der geschilderten Untersuchungen wurde ein solcher Datenpool angelegt, so daß der Durchlauf des Identifikationsalgorithmus im Mittel weniger als 2 Minuten benötigt. Die praktische Anwendbarkeit der entwickelten nichtlinearen Identifikationstechnik erscheint unter diesen Voraussetzungen durchaus sinnvoll und bietet die Möglichkeit eines Zeitgewinns gegenüber einer experimentellen Schadensdetektion (vgl. Abschnitt 6.3).

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, daß die am Modellbeispiel des Zwei-Massen-Systems entwickelte Identifikationsstrategie (Abschnitt 7.3), die ein ‚computational model update‘-Verfahren mit einem nicht-glatten Strukturmodell verbindet und einen Genetischen Algorithmus zur Lösung des inversen Problems verwendet, sich in hervorragender Weise bei der praktischen Anwendung am realen Delaminationsproblem bewährt hat. Selbst eine Verschärfung der Nicht-Konvexität des zu lösenden Optimie-

rungsproblems im betrachteten Anwendungsfall führt weiterhin zu einer erfolgreichen Schadensdiagnose. Die aus der Schlechtgestellttheit des inversen Problems häufig resultierenden Schwierigkeiten (Nicht-Eindeutigkeit, Stabilitätsverlust des Verfahrens) konnten ohne zusätzliche mathematische Maßnahmen bereits durch die Auswahl einer begrenzten Anzahl geeigneter Meßpunkte überwunden werden und sind damit ein Indiz für die Robustheit der vorgestellten Identifikationstechnik.

Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden Schwingungen nicht-glatte dynamischer Systeme mit der Zielstellung untersucht, ein nichtlineares Konzept zur schwingungsbasierten Schadensdiagnose delaminierter Strukturen zu entwickeln. Während herkömmliche Verfahren zur Schadenserkenkung zumeist nur globale Änderungen linearer Systemcharakteristiken analysieren und die eigentlichen lokalen Phänomene im Schädigungsbereich außer Acht lassen, konnte im Rahmen dieser Arbeit nachgewiesen werden, daß gerade die gezielte Betrachtung der stark nichtlinearen Mechanismen des Delaminationsbereiches zu einer hervorragenden Schadenssensitivität führen.

Zunächst wurden anhand von mechanischen Minimalmodellen die wirksamen physikalischen Phänomene isoliert, die mit einem Delaminationsschaden verbunden sind. Einseitige Kontaktbindungen und die hieraus resultierenden dissipativen Stoßkontakte dominieren das stationäre Schwingungsverhalten geschädigter Strukturen derart, daß deutliche Änderungen der Schwingungsantworten gegenüber ungeschädigten Strukturen verzeichnet werden. Eine resonante harmonische Anregung stellt eine schadensrelevante Anregung dar, die zu einer gezielten Ausbildung der beschriebenen nicht-glatte Bewegung führt. In diesem Zusammenhang kann ein Schaden als lokale Nichtlinearitätsquelle interpretiert werden, deren durchdringender Charakter sich auf das Schwingungsverhalten der gesamten Struktur auswirkt. Diese bemerkenswerte Eigenschaft erlaubt es, den ‚Fingerabdruck‘ einer bestimmten Schädigung an nahezu beliebigen Positionen der Struktur abzulesen und bildet die notwendige Voraussetzung für eine Schadensdiagnose auf Systemebene.

Eine modellbasierte Schadensidentifikation erfordert die Aufstellung eines zuverlässigen Simulationsmodells auf der Basis der Finite-Elemente-Methode. Hierfür mußten die Prinzipien der zunächst untersuchten nicht-glatte Starrkörpersysteme auf entsprechende FE-Modelle erweitert werden. Eine problemorientierte numerische Zeitintegration auf der Basis des impliziten NEWMARK-Algorithmus mit Nachiteration erlaubt eine effiziente Behandlung derartiger Systeme, die zugleich gewährleistet, daß die Größe permanenter numerischer Störungen auf die möglicherweise empfindliche Lösung begrenzt wird. Alternative Strategien für eine effiziente numerische Zeitintegration, welche das Zentrale-Differenzen-Verfahren als wesentlichen Bestandteil einbeziehen, wurden erläutert. Zur Abbildung der dynamischen Kontaktphänomene wird

im allgemeinen eine Glättung der Unstetigkeitsstellen durch Regularisierung vorgenommen, die trotz des wechselnden Bindungszustandes stets eine konstante Anzahl an Freiheitsgraden sicherstellt. Die Fülle der hierfür zu treffenden Annahmen, verdeutlicht die Schwierigkeiten, die mit der Anwendung der Finite-Elemente-Methode auf den Problemkreis der nicht-glatten Dynamik verbunden sind. Anhand einer umfassenden Parameterstudie an einer realistischen Modellsituation für die dynamischen Linienkontakte delaminierter Strukturen konnte gezeigt werden, daß herkömmliche Kontaktelemente auf der Basis einer Feder-Dämpfer-Regularisierung nicht geeignet sind, diesen speziellen Kontakttyp mit ausreichender Zuverlässigkeit abzubilden, da Unsicherheiten bei der Wahl der numerischen Parameter die Struktur der berechneten Lösung erheblich verändern können. Statt dessen konnte die in der Starrkörpersimulation häufig verwendete NEWTONsche Stoßhypothese um einen Penalty-Term erweitert und erfolgreich zur Simulation stationärer Schwingungen mit dissipativen Stoßkontakten im Rahmen der FEM angewendet werden. Die durchgeführten Grundlagenexperimente für Systeme mit linienhaftem Querstoßkontakt belegen, daß eine stark ausgeprägte Kontaktdissipation erwartet werden kann, die maßgeblich der Wellenabstrahlung zuzuordnen ist. Darüber hinaus konnte gezeigt werden, daß die mit der Wellenausbreitung verbundene Kurzzeitdynamik in einem wesentlich kleineren Zeitmaßstab stattfindet, als die für das vorliegende Problem ausschließlich interessierende Langzeitdynamik der Schwingung. Einem derartigen Stoßkontakt kann somit eine verschwindende Kontaktdauer zugeordnet werden.

Aus den numerischen Betrachtungen am Minimalmodell folgt, daß für die schwingungsbasierte Schadensdiagnose auf der Basis stationärer nicht-glatter Schwingungen einperiodische Bewegungen mit einer Kontaktphase in jeder Periode anzustreben sind. Sie sind orbital stabil gegenüber kleinen Störungen. Eine gegenphasige Bewegung der gelösten Querschnittsteile stellt eine besonders ausgeprägte schadensbezogene Sensitivität der Schwingungsantworten sicher. Anhand von experimentellen Untersuchungen an delaminierten Mehrschichtbalken konnte zunächst gezeigt werden, daß sich die numerisch prognostizierten Schwingungsphänomene in gleicher Weise im Experiment wiederfinden lassen. Die hierauf aufbauende experimentelle Detektionsprozedur erlaubt aufgrund des durchdringenden Charakters der Schadensnichtlinearität an nahezu beliebigen Strukturpunkten die Existenz eines Schadens festzustellen. Hierzu wird das Nichtlinearitätsmaß des Klirrfaktors betrachtet, das als Schadensindikator dient. Anhand weniger Meßpunkte, die mit Unterstützung eines linearen Modells geschickt gewählt werden können, läßt der Klirrfaktorgradient bereits eine grobe Eingrenzung des Schadensortes zu. Eine begrenzte lokale Untersuchung des zuvor aufgespürten Schädigungsbereiches liefert anschließend zuverlässig die Lage und die Topologie des Delaminationsgebietes. Die gezielte Ausnutzung der mit dem Eintritt eines Schadens verknüpften stark nichtlinearen Schwingungseigenschaften führt zu einem deutlich reduzierten Meßaufwand gegenüber lokalen experimentellen Verfahren auf Rasterbasis. Zudem wird eine ausgeprägte Schadensempfindlichkeit verzeichnet. Sowohl beim Modellproblem mehrschichtiger Balkenstrukturen mit verschiedenen Delaminationsszenarien als auch in der anschließenden technischen Anwendung an einem geschädigtem Rotorblatt konnte in allen Fällen das Schadensbild erfolgreich rekonstruiert werden.

Ein zweites Konzept der vorliegenden Arbeit zur zerstörungsfreien Schadensdiagnose führt die betrachteten stationären, nicht-glatten Schwingungen in ein modellbasiertes Identifikationsverfahren ein. Die zuvor behandelten Simulationsmodelle für das Schwingungsverhalten delaminierter Mehrschichtbalken bilden die Grundlage für den numerischen Teil des Verfahrens und bestätigen im Nachhinein noch einmal die Wahl einer effizienten, problemorientierten FE-Modellierung auf der Grundlage von Balkenelementen. Prinzipiell kann der vorgestellte Ansatz auf jeden Strukturtyp ohne weitere Schwierigkeiten übertragen werden, solange ein entsprechendes konsistentes Strukturmodell zur Verfügung steht. Die entwickelte Identifikationsstrategie basiert auf einem ‚computational model update‘-Verfahren, welches das nicht-glatte Strukturmodell schrittweise an die experimentellen Daten der realen geschädigten Struktur anpaßt und somit gestattet, den tatsächlichen Schädigungszustand im Sinne einer inversen Analyse zu rekonstruieren. Die hierfür aufgestellte Residuumsfunktion, welche die Abweichungen zwischen den experimentellen Meßdaten und den numerischen Vergleichsdaten erfaßt und gewichtet, basiert auf den Schwingungsantworten des geschädigten Systems. Die hohe Schadenssensitivität der nichtlinearen Strukturantworten kann auf die Residuumsfunktion übertragen werden. Die Minimierung des Residuums erfordert die Lösung eines nicht-konvexen Optimierungsproblems, das häufig durch zahlreiche lokale Minima gekennzeichnet ist. Der hierfür verwendete Genetische Algorithmus hat sich in hervorragender Weise bei der praktischen Anwendung am realen Delaminationsproblem bewährt und führt zu einer erfolgreichen und präzisen Schadensdiagnose. Die Einführung einer Vorkonditionierung des Optimierungsalgorithmus, die bereits vorliegende Informationen bzw. Vermutungen über den Schädigungszustand gezielt in die Identifikationsprozedur einfließen läßt, erweist sich als äußerst wirkungsvolle Maßnahme, die teilweise erheblichen Rechenzeiten deutlich zu reduzieren. Die aus der Schlechtgestellttheit des inversen Problems häufig resultierenden Schwierigkeiten (Nicht-Eindeutigkeit, Stabilitätsverlust des Verfahrens) konnten ohne zusätzliche mathematische Maßnahmen bereits durch die Auswahl einer begrenzten Anzahl geeigneter Meßpunkte überwunden werden und sind damit ein Indiz für die Robustheit der vorgestellten Identifikationstechnik. Der erforderliche Meßaufwand ist als sehr gering zu bezeichnen, während der notwendige Rechenaufwand, selbst bei der Beschränkung auf überschaubare Modelle, enorm hoch ist. In diesem Zusammenhang kann die Einrichtung eines umfassenden Datenpools mit den numerischen Simulationsergebnissen eine wirkungsvolle Alternative bieten, falls eine Serie gleichartiger Bauteile zu beurteilen ist. Die in einigen Arbeiten theoretisch vermuteten Eigenschaften nichtlinearer Identifikationstechniken (z.B. [20]) im Hinblick auf die ausgeprägte Schadenssensitivität sowie die hohe Prognosesicherheit können mit den hier durchgeführten Untersuchungen aus Sicht der Anwendung bestätigt werden.

Generelle Schlußfolgerungen.

Als generelles Ergebnis der vorliegenden Arbeit läßt sich festhalten, daß die nichtlineare Betrachtungsweise geschädigter Strukturen ein immenses Potential beinhaltet, das es für die weitere Entwicklung zuverlässiger und effizienter Schadensdiagnostiktechniken intensiv zu nutzen gilt. In experimenteller Hinsicht bedarf es hierzu einer verstärkten Anstrengung um nichtlineare Analyseverfahren zu etablieren. Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die aufgezeigten Verfahrenseigenschaften der schwingungsba-

sierten Ansätze ohne Zweifel eine erfolgsversprechende Möglichkeit bieten, die Nachteile der klassischen Methoden der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung zu überwinden. Die Anwendung der Finite-Elemente-Methode für den Problembereich der nicht-glaten Dynamik erscheint wegen der technischen Relevanz von dynamischen Stoßkontaktproblemen äußerst interessant, wenngleich die hierfür benötigten Grundlagen derzeit nicht in allgemeingültiger und vollständig abgesicherter Form zu Verfügung stehen, sondern größtenteils problemorientiert entwickelt wurden.

Ausblick.

Mit Blick auf eine Weiterentwicklung der vorgestellten nichtlinearen Ansätze wäre sowohl die Untersuchung weiterer Strukturen mit Delaminationsschädigung als auch die Betrachtung von Mehrfachdelaminationen wünschenswert. Darüber hinaus ist eine Verallgemeinerung der Diagnosekonzepte für verschiedene Schadensformen (z.B. Risse) von Interesse, die schließlich auch die Prognose eines möglichen Schädigungsfortschritts beinhaltet.

Wie bereits angedeutet wurde, besteht für die Beschreibung stationärer Schwingungen nicht-glaten Systeme mit der Finite-Elemente-Methode noch umfassender Forschungsbedarf, der sowohl die Weiterentwicklung der Kontaktformulierungen als auch Aspekte der Modellzuverlässigkeit und Recheneffizienz berührt.

Eine weitere Entwicklungsmöglichkeit betrifft direkt die modellbasierte Identifikation. Der vorgestellte Ansatz auf der Basis eines Genetischen Algorithmus eignet sich ausgezeichnet für eine Parallelisierung der Berechnungsprozedur und bietet damit die Möglichkeit, die Effizienz eines solchen Vorgehens weiter zu verbessern. Zudem stellt eine Kombination von globalen und lokalen Optimierungstechniken eine interessante Entwicklungsmöglichkeit zur weiteren Steigerung der Konvergenzgeschwindigkeit dar. Im Gesamtkontext der Identifikation nichtlinearer Systeme, die auch außerhalb der Zielstellung einer Schadensdiagnose von zunehmendem Interesse begleitet wird, sind zahlreiche Fragestellungen u.a. nach möglichen Residuumsfunktionen für nichtlineare Systeme sowie Kriterien zur Bestimmung des Ursprungs nichtlinearer Effekte von Interesse.

Schrifttum

- [1] ALTENBACH, H.; ALTENBACH, J.; RIKARDS, R. — Einführung in die Mechanik der Laminat- und Schichttragwerke.
Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Stuttgart, (1996).
- [2] BABITSKY, V. I. — Theory of vibro-impact systems and applications.
Springer Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, (1998).
- [3] BALLAD, E. M.; KORSHAK, B. A.; SOLODOV, I. Y.; KROHN, N.; BUSSE, G. — Local nonlinear and parametric effects for non-bonded contacts in solids.
Nonlinear Acoustics at the Beginning of the 21st Century, 2: 727–734, (2002).
- [4] BATHE, K.-J. — Finite-Elemente-Methoden.
Springer Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, (2002).
- [5] BELYTSCHKO, T.; LIU, W. K.; MORAN, B. — Nonlinear Finite Elements for continua and structures.
John Wiley & Sons Ltd., Chichester / New York / Weinheim, (2000).
- [6] BERTHELOT, J.-M. — Composite materials - mechanical behaviour and structural analysis.
Springer Verlag, Berlin, (1997).
- [7] BIWA, S.; NAKAJIMA, S.; OHNO, N. — On the acoustic nonlinearity of solid-solid contact with pressure-dependent interface stiffness.
Journal of Applied Mechanics, 71: 508–515, (2004).
- [8] BREMER, H. — Dynamik und Regelung mechanischer Systeme.
B. G. Teubner, Stuttgart, (1988).
- [9] BROGLIATO, B. — Nonsmooth mechanics - models, dynamics and control.
Springer Verlag, London / Berlin / Heidelberg, (1999).
- [10] BURCZYŃSKI, T.; ORANTEK, P. — Evolutionary algorithms in computational mechanics: applications in optimization and identification.
Fifth World Congress on Computational Mechanics, Vienna / Austria 2002, Eds. Mang, Rammerstorfer, Eberhardsteiner, (2002).

- [11] CRISFIELD, M. A. — Non-linear Finite Element analysis of solids and structures - volume 2: advanced topics.
John Wiley & Sons Ltd., Chichester / New York / Weinheim, (1997).
- [12] DOEBLING, S. W.; FARRAR, C. R.; PRIME, M. B.; SHEVITZ, D. W. — Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristic: a literature review.
Los Alamos National Laboratory, Report LA-13070-MS, (1996).
- [13] EBERHARDT, P.; HU, B.; BESTLE, D. — Longitudinal wave propagation in multiple-impacted rods.
Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM), **81**(12): 795–801, (2001).
- [14] ENGLEDER, T. — Starrkörper und FE-Modellierung nichtglatter Schwingungen infolge Reibung und Stößen.
Dissertation, Institut für Mechanik, Universität Karlsruhe, (2000).
- [15] ENGLEDER, T.; VIELSACK, P.; SCHWEIZERHOF, K. — FE-regularization of non-smooth vibrations due to friction and impacts.
Computational Mechanics, **28**: 162–168, (2002).
- [16] EWINS, D. J. — Modal testing: theory and practice.
Research Studies Press Ltd., Letchworth / Hertfordshire, (1986).
- [17] FANG, W.; WICKERT, J. A. — Response of a periodically driven impact oscillator.
Journal of Sound and Vibration, **170**(3): 397–409, (1994).
- [18] FARRAR, C. R.; DOEBLING, S. W.; DUFFEY, T. A. — Vibration-based damage detection.
Los Alamos National Laboratory, Report MS P-946, (2000).
- [19] FARRAR, C. R.; SOHN, H.; FUGATE, M. L.; CZARNECKI, J. J. — Integrated structural health monitoring.
SPIE's 8th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials, Newport Beach, (2001).
- [20] FRISWELL, M. I.; PENNY, J. E. T. — Is damage location using vibration measurements practical?
Proceedings of Euromech 365 International Workshop: DAMAS '97, Sheffield, (1997).
- [21] FRISWELL, M. I.; PENNY, J. E. T.; GARVEY, S. D. — A combined genetic and eigensensitivity algorithm for the location of damage in structures.
Computers and Structures, **69**: 547–556, (1998).

- [22] FRITZEN, C.-P.; JENNEWEIN, D.; KIEFER, T. — Damage detection based on model updating methods.
Mechanical Systems and Signal Processing, **12**(1): 163–186, (1998).
- [23] FRITZEN, C.-P.; KIEFER, T.; HÄNISCH-LUTTENSCHLAGER, K. v. — Schadenserkennung mit Hilfe von Fehler-Lokalisationsverfahren.
Vortragsband zur 4. Tagung ‚Dynamische Probleme‘, Hannover, pg: 287–307, (1993).
- [24] GASCH, R.; KNOTHE, K. — Strukturdynamik.
Springer Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, (1987).
- [25] GLOCKER, C. — Dynamik von Starrkörpersystemen mit Reibung und Stößen.
VDI Verlag Düsseldorf, (1995).
- [26] GLOCKER, C. — Set-valued force laws.
Springer Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, (2001).
- [27] GLOTH, G.; GÖGE, D. — Detektierung und Charakterisierung von Nichtlinearitäten im Rahmen von Standardschwingversuchen.
VDI Berichte, **1825**: 93–121, (2004).
- [28] HADAMARD, J. — Lectures on the CAUCHY problem in linear partial differential equations.
Yale University Press, New Haven, (1923).
- [29] HAGEDORN, P. — Nichtlineare Schwingungen.
Akademische Verlagsgesellschaft, Wiesbaden, (1978).
- [30] HAGEDORN, P.; OTTERBEIN, S. — Technische Schwingungslehre.
Springer Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, (1987).
- [31] HAHN, W. — Stability of motion.
Springer Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, (1967).
- [32] HALLQUIST, J. O. — LS-DYNA: Theoretical manual.
Livermore Software Technology Corporation, (1998).
- [33] HALLQUIST, J. O. — LS-DYNA: Keyword user’s manual (Version 970).
Livermore Software Technology Corporation, (2003).
- [34] HAN, K.; PERIĆ, D.; OWEN, D. R. J.; YU, J. — A combined Finite/Discrete Element simulation of shot peening processes - part II: 3d interaction laws.
Engineering Computations, **17**(6): 680–702, (2000).
- [35] HARNAU, M. — Finite Volumen-Schalenelemente für große Deformationen und Kontakt.
Dissertation, Institut für Mechanik, Universität Karlsruhe, (2004).

- [36] HE, Y.; GUO, D.; CHU, F. — Using genetic algorithms and Finite Element methods to detect shaft crack for rotor-bearing system.
Mathematics and Computers in Simulation, **57**: 95–108, (2001).
- [37] HOLMES, P. J. — The dynamics of repeated impacts with a sinusoidally vibrating table.
Journal of Sound and Vibration, **84**(2): 173–189, (1982).
- [38] HU, B.; EBERHARDT, P. — Symbolic computation of longitudinal impact waves.
Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **190**: 4805–4815, (2001).
- [39] HU, B.; SCHIEHLEN, W. — Multi-time scale simulation for impact systems: from wave propagation to rigid body-motion.
Archieve of Applied Mechanics, **72**: 885–898, (2003).
- [40] HU, B.; SCHIEHLEN, W.; EBERHARDT, P. — Comparison of analytical and experimental results for longitudinal impacts on elastic rods.
Journal of Vibration and Control, **9**: 157–174, (2003).
- [41] HU, N.; SEKINE, H.; FUKUNAGA, H.; YAO, Z. H. — Impact analysis of composite laminates with multiple delaminations.
International Journal of Impact Engineering, **22**: 633–648, (1999).
- [42] HUGHES, T. J. R. — The Finite Element Method - linear static and dynamic Finite Element analysis.
Prentice-Hall International Inc., Englewood Cliffs, (1987).
- [43] IRRETIER, H. — Experimentelle Modalanalyse - Teil I.
Institut für Mechanik, Universität Kassel, (1999).
- [44] ISHAK, S. I.; LIU, G. R.; LIM, S. P.; SHANG, H. M. — Characterization of delamination in beams using flexural wave scattering analysis.
Journal of Vibration and Acoustics, **123**: 421–427, (2001).
- [45] KAMMERER, H. — Nichtglatte Dynamik eines fremderregten elastischen Balkens mit Reibglied.
Dissertation, Institut für Mechanik, Universität Karlsruhe, (1998).
- [46] KIM, J.-T.; RYU, Y.-S.; CHO, H.-M.; STUBBS, N. — Damage identification in beam-type structures: frequency-based method vs. mode-shape-based method.
Engineering Structures, **25**: 57–67, (2003).
- [47] LANKARANI, H. M.; NIKRAVESH, P. E. — Continuous contact force models for impact analysis.
Nonlinear Dynamics, **5**: 193–207, (1994).

- [48] LAURSEN, T. A. — Computational contact and impact mechanics.
Springer Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, (2002).
- [49] LEE, S.; PARK, T.; VOYIADJIS, G. Z. — Vibration analysis of multi-delaminated beams.
Composites: Part B (Engineering), **B-34**: 647–659, (2003).
- [50] LINK, M. — Was kann man von rechnerisch auf Testdaten angepaßten Finite-Elemente Modellen erwarten?
VDI-Berichte, **1550**: 73–94, (2000).
- [51] LINK, M. — Updating of analytical models - review of numerical procedures and application aspects.
Structural Dynamics 2000, Eds. Ewins, Inman - Research Studies Press Ltd., Baldock, (2001).
- [52] LINK, M. — Finite Elemente in der Statik und Dynamik.
B. G. Teubner, Stuttgart / Leipzig / Wiesbaden, (2002).
- [53] LIU, G. R.; CHEN, S. C. — Flaw detection in sandwich plates based on time-harmonic response using genetic algorithm.
Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **190**: 5505–5514, (2001).
- [54] LOUIS, A. K. — Inverse und schlecht gestellte Probleme.
B. G. Teubner, Stuttgart, (1989).
- [55] LUO, H.; HANAGUD, S. — Dynamics of delaminated beams.
International Journal of Solids and Structures, **37**: 1501–1519, (2000).
- [56] MAGNUS, K.; POPP, K. — Schwingungen.
B. G. Teubner, Stuttgart / Leipzig / Wiesbaden, (2005).
- [57] MAIA, N. M.; SILVA, J. M. — Theoretical and experimental modal analysis.
Research Studies Press Ltd., Taunton / Somerset, (1997).
- [58] MAIA, N. M.; SILVA, J. M.; ALMAS, E. A.; SAMPAIO, R. P. — Damage detection in structures: from mode shape to frequency response function methods.
Journal of Mechanical Systems and Signal Processing, **17**(2): 285–303, (2003).
- [59] MEHLHORN, G. (HRSG.). — Der Ingenieurbau - Baustatik und Baudynamik.
Verlag Ernst & Sohn, Berlin, (1995).
- [60] MENGELKAMP, G.; FRITZEN, C.-P. — Schwingungsbasierte Diagnose von Delaminationen in einer CFK-Struktur mit Hilfe piezoelektrischer Aktoren und Sensoren.
VDI-Berichte, **1788**: 119–133, (2003).

- [61] MEYER, S. — Modellbildung und Identifikation von lokalen nichtlinearen Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften in komplexen strukturdynamischen Finite Elemente Modellen.
Dissertation, Fachgebiet Leichtbau, Universität Kassel, (2003).
- [62] MICHALEWICZ, Z. — Genetic algorithms + data structures = evolution programs.
Springer Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, (1996).
- [63] MOTTERSHEAD, J. E.; FRISWELL, M. I. — Model updating in structural dynamics: a survey.
Journal of Sound and Vibration, 167(2): 347–375, (1993).
- [64] MÜLLER, I. — Schwingungsbasierte Identifikation von Delaminationen in Sandwichstrukturen.
Tagungsband zum Forschungsforum FOMEKK 2003, Universität Weimar, (2003).
- [65] MÜLLER, I. — Clapping in delaminated sandwich-beams due to forced oscillations.
Computational Mechanics, (im Druck), (2005).
- [66] MÜLLER, I.; KONYUKHOV, A.; VIELSACK, P.; SCHWEIZERHOF, K. — Parameter estimation for finite element analysis of stationary oscillations of a vibro-impacting system.
Engineering Structures, 27(2): 191–201, (2005).
- [67] MÜLLER, I.; SCHMIEG, H. — Experimental identification of a surface delamination of a laminated sandwich beam.
PAMM - Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics, 3: 332–333, (2003).
- [68] MÜLLER, I.; SCHMIEG, H.; VIELSACK, P. — Non-smooth forced oscillations of a delaminated sandwich beam.
PAMM - Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics, 2: 286–287, (2003).
- [69] MÜLLER, I.; SCHMIEG, H.; VIELSACK, P. — Verzweigungen in einem kontinuierlichen dynamischen System mit flächenhaftem, dissipativem Stoßkontakt.
PAMM - Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics, 4: 105–106, (2004).
- [70] MÜLLER, I.; SCHMIEG, H.; VIELSACK, P.; SCHWEIZERHOF, K.; KONYUKHOV, A. — Experimentelle und numerische Untersuchung delaminierter Strukturen zur schwingungsbasierten Schadensidentifikation.
VDI-Berichte, 1825: 157–176, (2004).
- [71] MÜLLER, I.; VIELSACK, P. — Penalty-regularisation of a dissipative vibro-impacting system.
Journal of Computational and Applied Mechanics, 4(2): 173–186, (2003).

- [72] MÜLLER, I.; VIELSACK, P. — Identification of delaminations based on non-smooth vibrations.
Proceedings of the 6th International Conference on Structural Dynamics EURODYN 2005, Paris / France, Eds.: Soize, Schuëller, Millpress / Rotterdam, Vol. 2: 1429–1434, (2005).
- [73] MÜLLER-SLANY, H. H. — Möglichkeiten und Grenzen der Schwingungsdiagnose für mechanische Systeme auf der Basis numerischer Strukturmodelle.
VDI-Berichte, **1788**: 71–104, (2003).
- [74] NATKE, H. G. — Einführung in die Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse.
Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, Braunschweig / Wiesbaden, (1992).
- [75] NEILD, S. A.; MCFADDEN, P. D.; WILLIAMS, M. S. — A review of time-frequency methods for structural vibration analysis.
Engineering Structures, **25**: 713–728, (2003).
- [76] PAPOULIS, A. — The FOURIER integral and its applications.
McGraw-Hill Book Company, New York / St. Louis / San Francisco, (1962).
- [77] PETERSEN, C. — Dynamik der Baukonstruktionen.
Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, Braunschweig / Wiesbaden, (1996).
- [78] PFEIFFER, F. — Einführung in die Dynamik.
B. G. Teubner, Stuttgart, (1989).
- [79] PFEIFFER, F. — Unilateral problems of dynamics.
Archive of Applied Mechanics, **69**: 503–527, (1999).
- [80] PHILIPPOW, E. — Grundlagen der Elektrotechnik.
Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig KG, Leipzig, (1967).
- [81] POPP, K. — Non-smooth mechanical systems - an overview.
Forschung im Ingenieurwesen, **64**: 223–229, (1998).
- [82] RIEDER, A. — Keine Probleme mit inversen Problemen.
Friedr. Vieweg & Sohn Verlag / GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, (2003).
- [83] RIEMER, M.; WAUER, J.; WEDIG, W. — Mathematische Methoden der Technischen Mechanik.
Springer Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, (1993).
- [84] SCHERF, O. — Kontinuumsmechanische Modellierung nichtlinearer Kontaktprobleme und ihre numerische Analyse mit adaptiven Finite-Element-Methoden.
Dissertation, Institut für Mechanik, Technische Universität Darmstadt, (1997).

- [85] SCHWEIZERHOF, K.; HALLQUIST, J. O. — Efficiency refinements of contact strategies and algorithms in explicit Finite Element programming.
Computational Plasticity, Eds. Owen, Onate, Hinton - Pineridge Press, pg: 457–482, (1992).
- [86] STAVROULAKIS, G. E. — Inverse and crack identification problems in engineering mechanics.
Kluwer Academic Press, Dordrecht / Boston / London, (2000).
- [87] SWANSON ANALYSIS SYSTEMS. — ANSYS: User's manual (Version 5.7).
Swanson Analysis Systems Inc., (2000).
- [88] TIMOSHENKO, S. — Schwingungsprobleme der Technik.
Springer Verlag, Berlin, (1932).
- [89] VIELSACK, P. — Regularisierung des Haftzustandes bei COULOMBScher Reibung.
Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM), **76**(8): 439–446, (1996).
- [90] VIELSACK, P. — Orbitale Stabilität nichtglatter Bewegungen bei permanenten numerischen Störungen.
Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM), **79**(S1): 105–108, (1999).
- [91] VIELSACK, P. — Lateral bending vibrations of a beam with small pretwist.
Engineering Structures, **22**: 691–698, (2000).
- [92] VIELSACK, P. — A vibro-impacting model for the detection of delamination.
Journal of Sound and Vibration, **253**(2): 347–358, (2002).
- [93] VIELSACK, P.; HARTUNG, A. — An example for the orbital stability of permanently disturbed non-smooth motions.
Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM), **79**(6): 389–397, (1999).
- [94] VIELSACK, P.; KAMMERER, H. — Finite Element formulation for non-smooth oscillations of an elastic beam with a friction device.
Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **173**: 21–29, (1999).
- [95] VIELSACK, P.; KIRILLOVA, J. — Non-uniqueness of the motions of a friction oscillator with self-excitation.
International Journal of Non-Linear Mechanics, **32**(6): 1153–1164, (1997).
- [96] VU VAN, T. — Zur Behandlung von Stoßkontaktproblemen mit Reibung unter Verwendung der Finiten-Elemente-Methode.
Dissertation, Institut für Mechanik, Universität Hannover, (1990).

- [97] WAUER, J. — Dynamics of rotating shafts with delaminations - modeling and solution approach.
Proceedings of 6th International Conference on Rotor Dynamics 2002, Volume 1, Sydney / Australia, Eds. Hahn, Randall, pg: 350–357, (2002).
- [98] WITTENBURG, J. — Dynamics of systems of rigid bodies.
B. G. Teubner, Stuttgart, (1977).
- [99] WOOD, W. L. — Practical time-stepping schemes.
Clarendon Press, Oxford, (1990).
- [100] WORG, R. — Deterministisches Chaos - Wege in die nichtlineare Dynamik.
BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim / Leipzig / Wien / Zürich, (1993).
- [101] WRIGGERS, P. — Nichtlineare Finite-Element-Methoden.
Springer Verlag, Berlin / Heidelberg / New York, (2001).
- [102] WRIGGERS, P. — Computational contact mechanics.
John Wiley & Sons Ltd., Chichester, (2002).
- [103] ZANG, C.; GRAFE, H.; IMREGUN, M. — Frequency-domain criteria for correlating and updating dynamic Finite Element models.
Journal of Mechanical Systems and Signal Processing, **15**(1): 139–155, (2001).
- [104] ZHENG, Y.; MAEV, R. G.; SOLODOV, I. Y. — Nonlinear acoustic applications for material characterization: a review.
Canadian Journal of Physics, **77**: 927–967, (1999).
- [105] ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR R. L. — The Finite Element method - volume 1: the basis.
Butterworth-Heinemann, Oxford / Auckland / Boston, (2000).
- [106] ZOU, L.; TONG, L.; STEVEN, G. P. — Vibration-based model-dependent damage (delamination) identification and health monitoring for composite structures - a review.
Journal of Sound and Vibration, **230**(2): 357–378, (2000).