

Seile mit Kontakt und Reibung:

Finite Elemente Implementierung für das Euler-Eytelwein-Problem und weiterführende Anwendung bei der FE-Modellierung von Seemannsknoten Andreas Metzger

Motivation

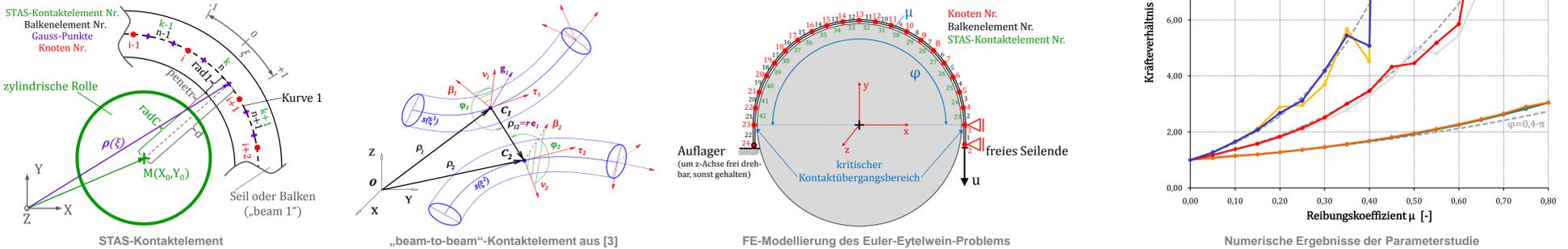
Die Berechnung und Simulation des Verhaltens von Seilen mit Kontakt und Reibung wird bei vielen Ingenieur Anwendungen benötigt. Hierbei kann es sich um den Kontakt von Seilen untereinander oder um den Kontakt eines Seils mit einem starren oder flexiblen Körper handeln. Die Berechnungsgrundlage für Kontakt und Reibung eines Seils mit einem starren Körper in Form eines Zylinders bildet in der Regel auch heute noch die berühmte, aus dem Jahr 1762 stammende Euler-Eytelwein-Formel. Der thematische Schwerpunkt dieser Diplomarbeit liegt folglich auf der Berücksichtigung von Kontakt und Reibung im Rahmen der Finite-Elemente-Methode und der damit verbundenen Implementierung von Kontaktelementen.

Das Euler-Eytelwein-Problem
Die Euler-Eytelwein-Formel beschreibt die Abnahme der Zugkraft des um einen Zylinder gewundenen Seils aufgrund der Seilreibung entlang der Kontaktzone. Bereits im Jahr 1717 hatte der französische Brücken- und Wegebauinspektor HUBERT GAUTIER in seiner Dissertation diese Fragestellung beobachtet. GAUTIER überlegte sich, dass man mit Hilfe der Seilreibung ein schweres Weinfass einfach in den Keller befördern könnte. Die analytische Lösung hierfür, die auch für das Anlegen eines Schiffes gilt, lieferte LEONHARD EULER im Jahr 1762. Durch die Veröffentlichung im „Handbuch der Statik fester Körper“ im Jahr 1808 durch JOHANN ALBERT EYTELWEIN wurde diese analytische Lösung schließlich bis heute zur Grundlage für nahezu alle Berechnungen zur Seilreibung (wie z.B. Spannkraftverlust an Umlenkstellen beim Spannbeton).



Das STAS-Kontaktelement

Das im Zuge der Diplomarbeit auf Basis der Theorie aus [3] entwickelte „Segment-To-Analytical-Surface“-Kontaktelement, zusammen mit dem strukturmechanischen Balkenelement aus [4], erlaubt nun, eine numerische Lösung für das mechanische Modell eines um eine zylindrische Rolle gewundenen Seils mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode. Als Ansatzfunktionen kommen hierbei C1-Spline-Funktionen zum Einsatz. Die numerischen Ergebnisse des entworfenen FE-Modells aus der umfangreichen Parameterstudie korrespondieren mit der Euler-Eytelwein-Formel.

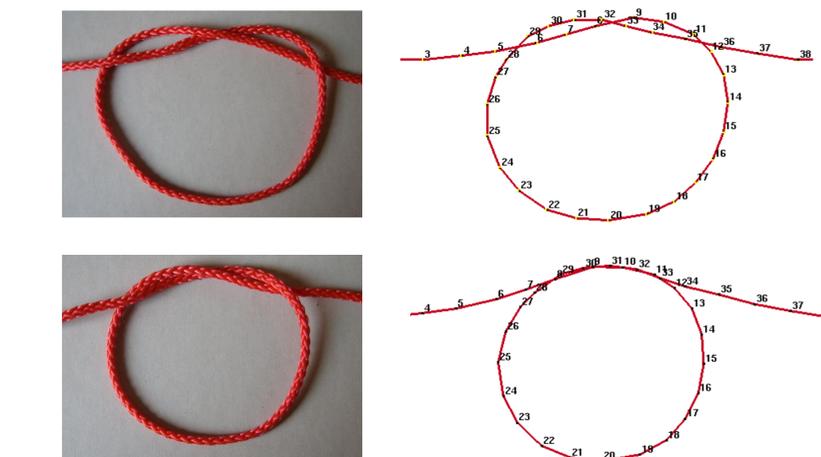


FE-Modellierung von Seemannsknoten

Zusätzlich zum STAS-Kontaktelement wird nun für den Kontakt von Seilen untereinander das bereits vorhandene „beam-to-beam“-Kontaktelement aus [3] und [4] verwendet. Aufgrund der beliebigen Krümmung und der auf Kontakt und Reibung basierenden mechanischen Funktionsweise eignen sich Seemannsknoten sehr gut zur Ermittlung der Anwendungsgrenzen dieser Kontaktelemente.

Der Überhandknoten: In der Seemannssprache gelten diejenigen Gebilde als Knoten, die nur aus dem Seil selbst bestehen und in sich stabil sind, wie der Überhandknoten, der im täglichen Leben sehr häufig vorkommt. Zur Modellierung des Überhandknotens wird lediglich das „beam-to-beam“-Kontaktelement benötigt, welches den Kontakt zwischen zwei Seilen beschreibt. Bis zum Auftreten eines linienförmigen Kontakts der Seile untereinander wird das mechanische Verhalten des Überhandknotens durch das „beam-to-beam“-Kontaktelement wirklichkeitsnah abgebildet.

Der Webeleinenstek: Beim Webeleinenstek handelt es sich um einen „Knoten“, der zur Befestigung eines Seils an einem Gegenstand (wie z.B. einem Pfahl oder einem Hafenspiller) eingesetzt werden kann. Solch ein „Knoten“ wird in der Seemannssprache nicht als Knoten, sondern als Stek bezeichnet. Zur Beschreibung des Kontakts kommen das STAS-Kontaktelement und das „beam-to-beam“-Kontaktelement gleichzeitig zum Einsatz. Bei ein- oder beidseitiger tangentialer Zugbeanspruchung drückt das obenliegende kreuzende Seil punktuell die beiden untenliegenden Seilabschnitte gegen den festen Gegenstand und die beiden untenliegenden Seilabschnitte bewegen sich aufeinander zu.



Quellen-/Abbildungsnachweis (Auszug):
[1] Hubert GAUTIER: Dissertation sur l'Épaisseur des Cables des Ponts, sur la Largeur des Piles, sur la Ponte des Voussoirs, sur l'Effort et le Pesanteur des Arches à différents surbaissimens, & sur les Profils de Maçonnerie qui doivent supporter des Chaussées, des terrasses, & des remparts, Paris, 1717. Digitalisiertes Buch aus dem urheberrechtlich freigegebenen Bestand der Bayerischen Staatsbibliothek München, BVB-ID: BV001423581
[2] Johann ALBERT EYTELWEIN: Handbuch der Statik fester Körper. Mit vorzüglicher Rücksicht auf ihre Anwendung in der Architektur. Band 2. In der Realchulbuchhandlung, Berlin, 1808
[3] Alexander KONVUKHOV, Karl SCHWELZERHOF: Geometrically exact covariant approach for contact between curves. Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 2010, doi:10.1016/j.cma.2010.04.012
[4] Balázs GEORG ALLERT: Modellierung gekrümmter Balken bei beliebigen großen Deformationen und Kontakt. Diplomarbeit am Institut für Mechanik und Fakultät für Mathematik, Universität Karlsruhe (TH), 2009
[5] Clifford W. ASHLEY: The Ashley Book of Knots. Doubleday, Garden City, New York, 1993