Modulprüfung

# Dynamik

21. August 2019

Name: ............................................. Vorname: ............................................

Matr.-Nr: .................. Studiengang: ..............................................................

**Hinweise:**

- Bitte schreiben Sie deutlich lesbar. Zeichnungen müssen sauber und übersichtlich sein. Die Benutzung roter und grüner Farbstifte ist nicht zugelassen.
- Aufgaben werden nur beurteilt, wenn sie auf den ausgegebenen Blättern gelöst sind. Eventuell abgegebene Formelsammlungen werden als nicht vorhanden betrachtet. Trennen Sie die Aufgabenblätter nicht auf.
- Bei den Aufgaben muss eindeutig der Lösungsweg erkennbar sein. Ein Ergebnis ohne Lösungsweg wird nicht bewertet. Sollten für eine Aufgabe mehrere widersprüchliche Lösungen angegeben sein, so wird keine bewertet. Streichen Sie deshalb falsche Rechenschritte oder Zeichnungen durch.
- Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite.

---

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Punkte | | | | | | |
| Korrektor | | | | | | |

(Eintrag erfolgt durch Institut)

# 1. Aufgabe: (ca. 10% der Gesamtpunktzahl)

Bitte beantworten Sie folgende Fragen:

a) In welchem Bereich liegt der Dämpfungsgrad eines schwach gedämpften Feder-Masse Schwingers mit einem Freiheitsgrad?

b) Wie ist das logarithmische Dekrement definiert und wozu kann es verwendet werden?

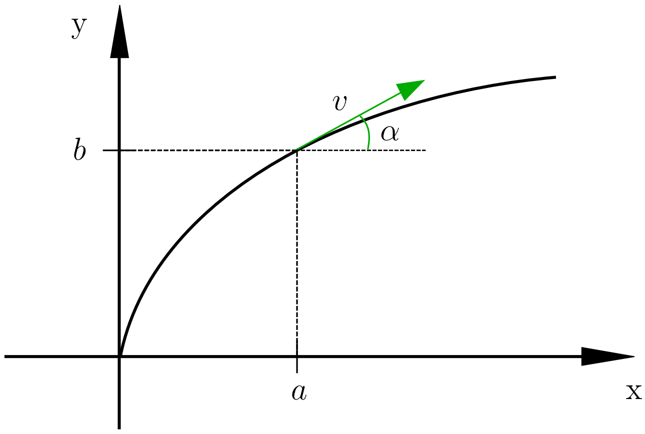
c) Zur Beschreibung eines diskreten mechanischen Systems werden oftmals generalisierte Koordinaten $q_i$ verwendet. Wie lassen sich die zugehörigen generalisierten Kräfte $Q_i$ berechnen, wenn es sich um ein konservatives System handelt?

d) Was versteht man unter einer Führungskraft (auch Reaktions- oder Zwangskraft genannt)?

e) Was besagt der Schwerpunktsatz?

f) Nennen Sie zwei zentrale Annahmen, die der elementaren Theorie des Stoßes zugrunde liegen.

## 2. Aufgabe: (ca. 15% der Gesamtpunkte)




Ein Fahrzeug durchfährt die oben abgebildete, langgezogene Rechtskurve der Form

$$\mathrm{y} = \sqrt{\frac{b^2}{a}\mathrm{x}}$$

Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ ruht das Fahrzeug im Koordinatenursprung. Anschließend beschleunigt es in $x$-Richtung gemäß

$$a_x(t) = \tilde{a}_x t^2$$

Es soll der Zeitraum $t \in [0, T]$ betrachtet werden, bis zu welchem das Fahrzeug den Punkt $P(a, b)$ erreicht.
Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben:

a) Ermitteln Sie die Funktion $\mathrm{x}(t)$ in Abhängigkeit der gegebenen Anfangsbedingungen.

b) Ermitteln Sie die Beschleunigungskonstante $\tilde{a}_x$, so dass der Punkt $P(a, b)$ in $T = 4$ Sekunden erreicht wird.

c) Ermitteln Sie den Geschwindigkeitsverlauf $\dot{\mathrm{y}}(t)$.

d) Wie schnell fährt das Fahrzeug duch Punkt $P(a, b)$ ?

e) Ermitteln Sie den Winkel $\alpha$ der Gesamtgeschwindigkeit zur Horizontalen im Punkt $P(a, b)$.

f) Hängt $\alpha$ von der Länge der Gesamtgeschwindigkeit $v(t)$ ab? Begründen Sie Ihre Antwort.

Gegeben: $y = \sqrt{\frac{b^2}{a}x};\ a = 16m;\ b = 32m;\ a_x(t) = \tilde{a}_x t^2;\ \tilde{a}_x = \text{konst.};\ T = 4s$

**Musterlösung - Aufgabe 2**

**a)** Weg-Zeit-Verlauf $\mathrm{x}(t)$

$$\begin{aligned}
\ddot{\mathrm{x}}(t) &= \tilde{a}_x t^2 \\
\dot{\mathrm{x}}(t) &= \frac{1}{3}\tilde{a}_x t^3 + C_1 && \leftrightarrow \quad \dot{\mathrm{x}}(t=0) = 0 && \Rightarrow C_1 = 0 \\
\mathrm{x}(t) &= \frac{1}{12}\tilde{a}_x t^4 + C_2 && \leftrightarrow \quad \mathrm{x}(t=0) = 0 && \Rightarrow C_2 = 0
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \mathrm{x}(t) = \frac{1}{12}\tilde{a}_x t^4$$

**b)** Beschleunigungskonstante $\tilde{a}_x$ für $T = 4s$

$$\mathrm{x}(T) = a = \frac{1}{12}\tilde{a}_x T^4 \qquad \leftrightarrow \qquad \tilde{a}_x = 12\frac{a}{T^4} = \frac{3}{4}\frac{m}{s^4}$$

woraus folgt

$$\mathrm{x}(t) = \frac{1}{16}t^4$$

**c)** Geschwindigkeitsverlauf $\dot{\mathrm{y}}(t)$

Variante 1

$$\begin{aligned}
\mathrm{y}(t) &= \sqrt{\frac{b^2}{a}\mathrm{x}(t)} = \frac{b}{\sqrt{a}}\sqrt{\frac{1}{16}t^4} = 2t^2 \\
\dot{\mathrm{y}}(t) &= 4t
\end{aligned}$$

Variante 2

$$\dot{\mathrm{y}}(t) = \frac{\partial \mathrm{y}}{\partial \mathrm{x}}\frac{d\mathrm{x}}{dt} = \frac{1}{2}\frac{b}{\sqrt{a}}\frac{1}{\sqrt{\mathrm{x}(t)}}\dot{\mathrm{x}}(t) = 4\frac{4}{t^2}\frac{1}{4}t^3 = \frac{b}{8}t = 4t$$

**d)** Geschwindigkeit in Punkt $P(a, b)$

Gesamtgeschwindigkeit $v(t)$

$$v(t) = \sqrt{\dot{\mathrm{x}}^2(t) + \dot{\mathrm{y}}^2(t)} = \sqrt{\frac{1}{16}t^6 + 16t^2}$$

Geschwindigkeit in $P(a, b)$

$$v(T) = \sqrt{2 * 4^4} = 22.63\frac{m}{s}$$

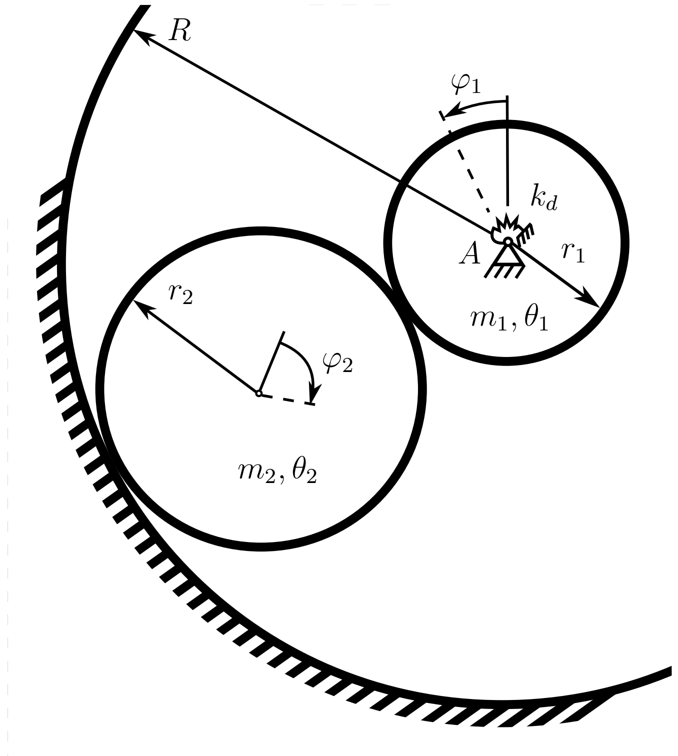
**e)** Winkel $\alpha$ an $P(a, b)$

$$\begin{aligned}
\tan(\alpha) &= \frac{d\mathrm{y}}{d\mathrm{x}} = \frac{d\mathrm{y}}{dt}\frac{dt}{d\mathrm{x}} = \frac{\dot{\mathrm{y}}(t)}{\dot{\mathrm{x}}(t)} \\
\alpha &= arc\tan\left(\frac{\dot{\mathrm{y}}(T)}{\dot{\mathrm{x}}(T)}\right) = arc\tan\left(4T\frac{4}{T^3}\right) = arc\tan(1) = 45^\circ
\end{aligned}$$

**f)** Abhängigkeit des Winkel $\alpha$

Nein, der Winkel hängt ausschließlich von der Bahnkurve ab.

# 3. Aufgabe: (ca. 20% der Gesamtpunkte)




Das oben dargestellte schwingungsfähige System besteht aus drei Walzen mit unterschiedlichen Radien. Eine der drei Walzen (Radius $r_1$, Masse $m_1$, Massenträgheitsmoment $\theta_1$) ist zentral in Punkt $A$ zweiwertig, gelenkig gelagert und wird durch eine Drehfeder (Drehfedersteifigkeit $k_d$) gegenüber Rotationen versteift. Eine zweite Walze (Radius $r_2$, Masse $m_2$, Massenträgheitsmoment $\theta_2$) rollt schlupffrei auf der Innenseite einer starr gelagerten Walze (Radius $R = r_1 + 2r_2$) sowie auf der Außenseite der zentral in $A$ gelagerten Walze ab.

Bearbeiten Sie zu oben beschriebenem System folgende Teilaufgaben:

a) Stellen Sie die kinematische Beziehung zwischen den Koordinaten $\varphi_1$ und $\varphi_2$ auf.

b) Stellen Sie unter Verwendung der Lagrangeschen Gleichungen 2. Art die Bewegungsgleichung in Abhängigkeit der Koordinate $\varphi_1$ auf.

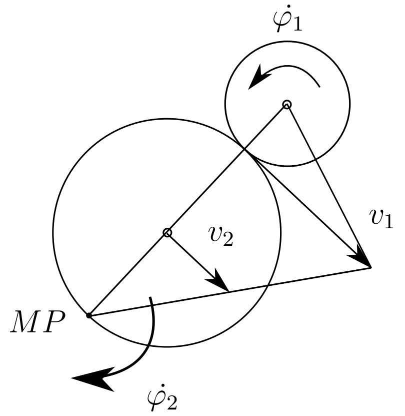
c) Berechnen Sie die Eigenfrequenz des Sytems.

Gegeben: $m_1$; $m_2$; $\theta_1$; $\theta_2$; $r_1$; $r_2$; $k_d$

<u>Hinweis</u>: Die Aufgabe ist mit der Methode nach Lagrange zu lösen. Andere Lösungswege als diese werden nicht gewertet. Der Einfluss der Gravitation kann vernachlässigt werden.

**Musterlösung - Aufgabe 3**

a) kinematische Beziehungen:




$$\dot\varphi_1\, r_1 = v_1$$
$$\dot\varphi_2\, 2r_2 = v_1$$

$$\dot\varphi_1\, r_1 = \dot\varphi_2\, 2r_2$$
$$\Rightarrow \boxed{\dot\varphi_1 = \dot\varphi_2\, 2\frac{r_2}{r_1}}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{\dot\varphi_2 = \frac{1}{2}\,\frac{r_1}{r_2}\dot\varphi_1}$$

b) Bewegungsgleichung

$$T = \frac{1}{2}\,\Theta_1\,\dot\varphi_1{}^2 + \frac{1}{2}\,(\Theta_2 + m_2\,r_2^2)\dot\varphi_2{}^2$$
$$V = \frac{1}{2}\,k_d\,\varphi_1^2$$
$$L = \frac{1}{2}\,\Theta_1\,\dot\varphi_1{}^2 + \frac{1}{2}\,(\Theta_2 + m_2\,r_2^2)\,\underbrace{\dot\varphi_2{}^2}_{\frac{1}{4}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\dot\varphi_1{}^2} - \frac{1}{2}\,k_d\,\varphi_1^2$$

Euler-Lagrange-Gleichung (1 Freiheitsgrad $\varphi_1$):

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot\varphi_1}\right) - \frac{\partial L}{\partial\varphi_1} = 0$$

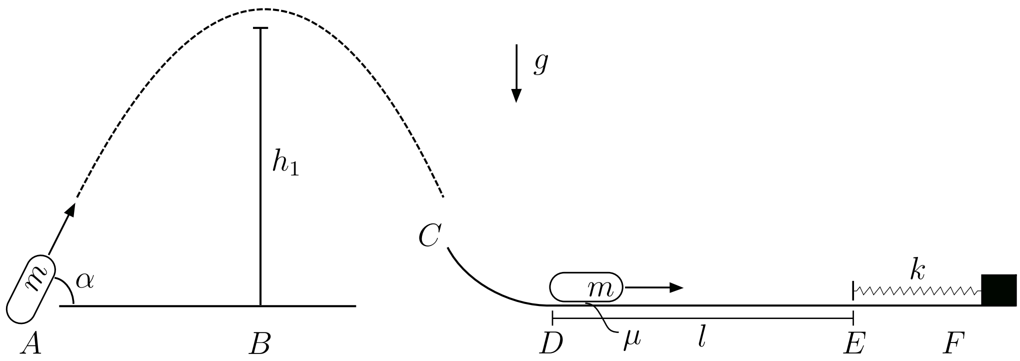
$$\frac{\partial L}{\partial\dot\varphi_1} = \Theta_1\,\dot\varphi_1 + \frac{1}{4}\,(\Theta_2 + m_2\,r_2^2)\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\,\dot\varphi_1$$
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot\varphi_1}\right) = (\Theta_1 + \frac{1}{4}\,\Theta_2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + \frac{1}{4}\,m_2\,r_1^2)\,\ddot\varphi_1$$
$$\frac{\partial L}{\partial\varphi_1} = -k_d\,\varphi_1$$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\Theta_1 + \frac{1}{4}\,\Theta_2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + \frac{1}{4}\,m_2\,r_1^2\right)\ddot\varphi_1 + k_d\,\varphi_1 = 0}$$

c) Eigenfrequenz:

$$\omega = \sqrt{\frac{k_d}{\Theta_1 + \frac{1}{4}\,\Theta_2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + \frac{1}{4}\,m_2\,r_1^2}} \qquad \text{siehe b)}$$

# 4. Aufgabe: (ca. 25% der Gesamtpunkte)




Ein Klotz der Masse $m$ wird in Punkt $A$ mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_A$ und unter dem Winkel $\alpha$ über das Hindernis der Höhe $h_1$ in Punkt $B$ geworfen. Anschließend landet er ohne Energieverlust in Punkt $C$ und gleitet reibungsfrei bis Punkt $D$. Im Bereich $D - F$ befindet sich eine raue Oberfläche mit Reibungskoeffizient $\mu = 0,3$. In Punkt $E$ trifft er mit der Geschwindigkeit $v_R = 4\frac{m}{s}$ auf eine Bremsfeder der Federsteifigkeit $k$.
Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben:

a) Mit welcher Geschwindigkeit $v_0$ wird der Klotz in Punkt $A$ geworfen, wenn im Bereich $D$-$E$ Coulombsche Gleitreibung angenommen wird?

b) Welche Höhe $h_1$ ist für das Hindernis in Punkt $B$ in Abhängigkeit des Winkels $\alpha$ maximal zulässig?

c) Nach welcher Strecke in Bereich $E - F$ kommt der Klotz zum Stillstand?

d) Wie viel Energie ist in diesem Moment in der Feder gespeichert?

e) Welche Strecke legt der Klotz in Bereich $E-F$ zurück und welche Energie wird in der Feder gespeichert, wenn bei gleicher Abwurfgeschwindigkeit $v_0$ die Reibung vernachlässigbar ist?

f) Wie viel Energie wurde dem System durch die Reibung entzogen?

Gegeben: $m = 1kg;\ g = 10\dfrac{\text{m}}{s^2};\ \mu = 0,3;\ k = 10\dfrac{N}{m};\ l = 1,5\text{m}$

**Musterlösung - Aufgabe 4**

**a)** Geschwindigkeit $v_0$

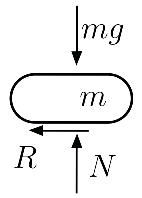
Energien

Punkt D: $$T_D = \frac{1}{2} m\, v_D^2 \qquad V_D = 0$$

Punkt E: $$T_E = \frac{1}{2} m\, v_R^2 \qquad V_E = 0$$

Nichtpotentialkräfte

Reibung:




$$\Rightarrow \qquad F_W = R = \mu N = \mu m g$$

Arbeit: $$W_{F_w}\big|_0^l = -\int_0^l F_W \,\mathrm{d}s = -\int_0^l \mu m g \,\mathrm{d}s = -\mu m g l$$

Energiebilanz

$$\frac{1}{2} m\, v_D^2 - \mu m g l = \frac{1}{2} m\, v_R^2$$

$$\Rightarrow \qquad v_D = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot \left(\frac{1}{2} m\, v_A^2 + mgh - 2cl\right)} = \sqrt{v_R^2 + 2\mu g l} = \sqrt{(4)^2 + 2 \cdot 0.3 \cdot 10 \cdot 1.5} = 5 \quad [\frac{\mathrm{m}}{s}]$$

Selbes Energieniveau von $A$ und $D$ und keine Nichtpotentialkräfte:

$$v_0 = v_D = 5 \quad [\frac{\mathrm{m}}{s}]$$

**b)** Maximale Höhe $h_1$

Kinematik: $v_y = v_0 \sin(\alpha)$

Energien in y-Richtung

Punkt A: $$T_{A_y} = \frac{1}{2} m\, v_y^2 \qquad V_D = 0$$

Punkt B: $$T_{B_y} = 0 \qquad V_B = m g h_1$$

Energiebilanz

$$\frac{1}{2} m\, v_y^2 = m g h_1$$

$$\Rightarrow \qquad h_1 = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{v_0^2 \ \sin^2(\alpha)}{2g} = 2,5 \ \sin^2(\alpha) \quad [\mathrm{m}]$$

**c)** Strecke in Bereich $E - F$ mit Reibung

Energien

Punkt R: $$T_E = \frac{1}{2} m\, v_R^2 \qquad V_E = 0$$

Punkt F: $$T_F = 0 \qquad V_F = \frac{1}{2} k x^2$$

Nichtpotentialkräfte

$$W_{F_R}|_0^x = -\int_0^x F_W \,\mathrm{d}s = -\mu m g x$$

Energiebilanz

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m\, v_R^2 - \mu m g x &= \frac{1}{2} k\, x^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + 2\frac{\mu m g}{k} x - \frac{m}{k}\, v_R^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2\frac{\mu m g}{k} \pm \sqrt{\left(2\frac{\mu m g}{k}\right)^2 + 4\frac{m}{k} v_R^2}}{2} = \begin{cases} x_1 = & 1 \\ x_2 = & -1,6 \lightning \end{cases}$$

**d)** Federenergie und Federkraft

Federenergie : $E_F = \frac{1}{2} k\, x^2 = 5$ [Nm]
Federkraft : $F_F = kx = 10$ [N]

**e)** Strecke in Bereich $E - F$ ohne Reibung

Keine Reibung und selbe Energiehöhe: $v_0 = v_E$

Energien

Punkt R: $$T_E = \frac{1}{2} m\, v_R^2 \qquad V_E = 0$$

Punkt F: $$T_F = 0 \qquad V_F = \frac{1}{2} k \tilde{x}^2$$

Energiebilanz

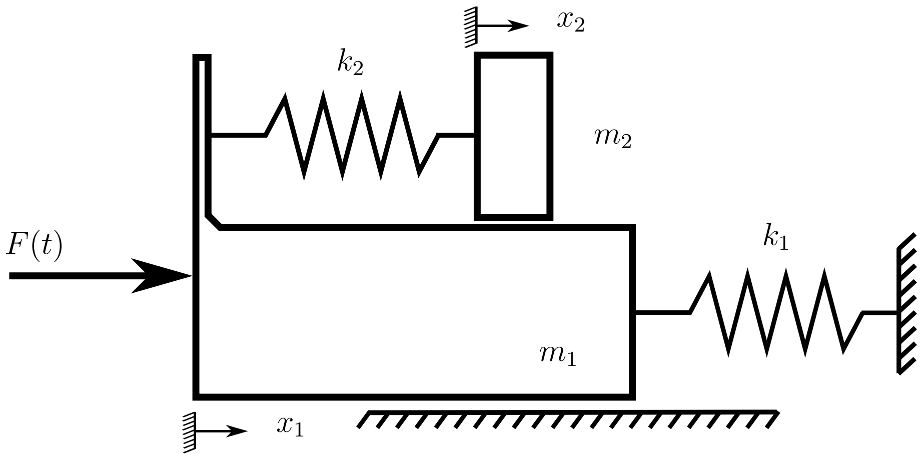
$$\frac{1}{2} m\, v_R^2 = \frac{1}{2} k\, \tilde{x}^2 \qquad \Rightarrow \qquad \tilde{x} = \sqrt{\frac{m}{k} v_0^2} = 1,581 \text{ [m]}$$

Federenergie : $\tilde{E}_F = \frac{1}{2} k\, \tilde{x}^2 = 12,5$ [Nm]

**f)** Arbeit der Reibung

Arbeit der Reibung: $W_{\text{ges}} = \tilde{E}_F - E_F = 7,5$ [Nm]

# 5. Aufgabe: (ca. 30% der Gesamtpunkte)




Ein Masseklotz (Masse $m_1$) wird horizontal mit einer Kraft $F(t) = F_0 \cos \Omega t$ harmonisch angeregt und gleitet reibungsfrei auf einer horizontalen Ebene. Der Masseklotz ist durch eine Feder (Federsteifigkeit $k_1$) mit einer Wand verbunden. Auf dem Masseklotz gleitet, ebenfalls reibungsfrei, ein zweiter Klotz (Masse $m_2$), der wiederrum mit dem ersten Masseklotz durch eine Feder (Federsteifigkeit $k_2$) verbunden ist. Bearbeiten Sie zu diesem mechanischen System folgende Teilaufgaben:

a) Bestimmen Sie die Anzahl der Freiheitsgrade.

b) Schneiden Sie das System frei.

c) Stellen Sie die Bewegungsgleichung(en) auf.

d) Berechnen Sie die Eigenfrequenz(en) des Systems und stellen Sie die zugehörige(n) Eigenform(en) grafisch dar.

e) Bestimmen Sie die Erregerfrequenz $\Omega$ so, dass sich die Masse $m_1$ im eingeschwungenen Zustand nicht bewegt. Ein Abklingen der homogenen Lösung kann angenommen werden.

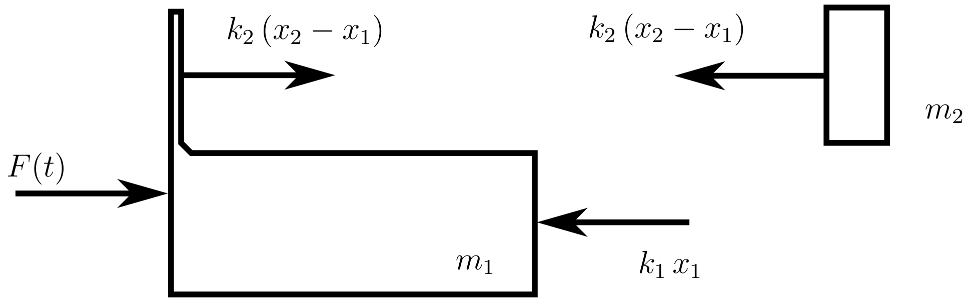
Gegeben: $m = m_2 = \dfrac{1}{2} m_1;\ k_1 = k_2 = k;\ F_0$

<u>Hinweis</u>: Für $x_1 = x_2 = 0$ sind beide Federn entspannt. Die Koordinaten $x_1$ und $x_2$ sind als ortsfest anzusehen. Lösen Sie die Aufgaben durch Zuhilfenahme des Schwerpunktsatzes (synthetische Methode). Andere Lösungsmethoden werden nicht gewertet.

**Musterlösung - Aufgabe 5**

a) Das System hat 2 Freiheitsgrade.

b) Freischnitt:




c) Bewegungsgleichungen:

Schwerpunktsätze

Masse 1: $$F + k_2\,(x_2 - x_1) - k_1\,x_1 = m_1\,\ddot{x}_1$$

$$\Rightarrow \boxed{m_1\,\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)\,x_1 - k_2\,x_2 = F(t)}$$

Masse 2: $$-\,k_2\,(x_2 - x_1) = m_2\,\ddot{x}_2$$

$$\Rightarrow \boxed{m_2\,\ddot{x}_2 + k_2\,x_2 - k_2\,x_1 = 0}$$

mit $m_2 = \frac{1}{2}\,m_1 = m$ und $k_1 = k_2 = k$

$$\begin{bmatrix} 2m & 0 \\ 0 & 2m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0\,\cos(\Omega\,t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

d) Eigenfrequenzen:

Zugehöriges Eigenwertproblem:

$$\begin{aligned}
& det(K - M\,\omega^2) \overset{!}{=} 0 \\
\rightarrow\ & (2k - 2m\,\omega^2)(k - 2m\,\omega^2) - k^2 \overset{!}{=} 0 \\
\Leftrightarrow\ & 2k^2 - k^2 - 2k\,m\,\omega^2 - 2m\,k\,\omega^2 + 2m^2\omega^4 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & \omega^4 - 2\frac{k}{m}\,\omega^2 + \frac{k^2}{2m^2} \\
\Leftrightarrow\ & \left(\omega^2 - \frac{k}{m}\right)^2 - \left(\frac{k}{m}\right)^2 = -\frac{1}{2}\left(\frac{k}{m}\right)^2 \\
& \omega^2 = \frac{k}{m} \pm \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{k}{m}\right)^2}
\end{aligned}$$

$$\omega_1^2 = (1 - \frac{1}{\sqrt{2}})\frac{k}{m}$$
$$\omega_1^2 = (1 + \frac{1}{\sqrt{2}})\frac{k}{m}$$

Eigenformen:

$$(K - M\,\omega_i^2)\,C_i \stackrel{!}{=} 0$$

$$\begin{bmatrix} 2k - 2m\,\omega_i^2 & -k \\ -k & k - m\,\omega_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1^i \\ C_2^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(2k - 2m\,\omega_i^2)\,C_1^i - k\,C_2^i = 0$$

Setze $C_1^i = 1$

$$(2k - 2m\,\omega_i^2)\cdot 1 - k\,C_2^i = 0$$

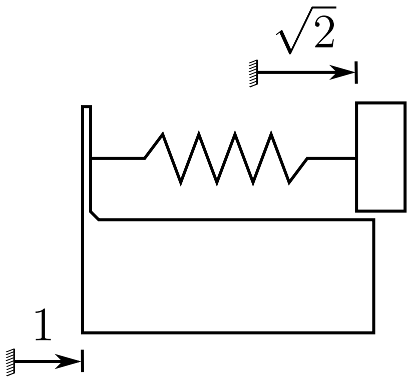
$$C_2^i = \frac{2k - 2m\,\omega_i^2}{k}$$

1.Eigenform:

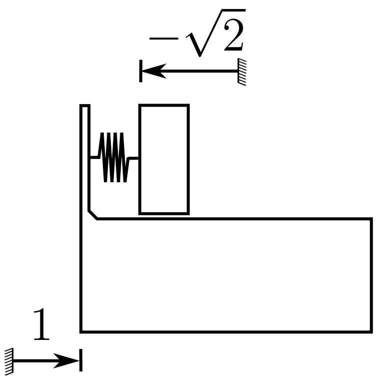
$$C_1^1 = 1\,; \quad C_2^1 = \frac{2k - 2m\,(1 - \frac{1}{\sqrt{2}})\frac{k}{m}}{k} = 2 - 2 + \frac{2}{\sqrt{2}} = +\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

2.Eigenform:

$$C_1^2 = 1\,; \quad C_2^2 = \frac{2k - 2m\,(1 + \frac{1}{\sqrt{2}})\frac{k}{m}}{k} = 2 - 2 - \frac{2}{\sqrt{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$



1. Eigenform



2. Eigenform

e) Erregerfrequenz:

homogene Lösung abgeklungen → nur partikuläre Lösung
Ansatz vom Typ der rechten Seite:

$$x_{1p} = c_1 \cos(\Omega\, t) \qquad \ddot{x}_{1p} = -c_1\, \Omega^2 \cos(\Omega\, t)$$
$$x_{2p} = c_2 \cos(\Omega\, t) \qquad \ddot{x}_{2p} = -c_2\, \Omega^2 \cos(\Omega\, t)$$

Einsetzen:

$$\begin{cases} -2m\, c_1\, \Omega^2 \cos(\Omega\, t) & + \quad 2k\, c_1 \cos(\Omega\, t) & - \quad k\, c_2 \cos(\Omega\, t) & = \quad F_0 \cos(\Omega\, t) \\ -m\, c_2\, \Omega^2 \cos(\Omega\, t) & - \quad k\, c_1 \cos(\Omega\, t) & + \quad k\, c_2 \cos(\Omega\, t) & = \quad 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -2m\, c_1\, \Omega^2 & + \quad 2k\, c_1 & - \quad k\, c_2 & = \quad F_0 & \qquad (1) \\ -m\, c_2\, \Omega^2 & - \quad k\, c_1 & + \quad k\, c_2 & = \quad 0 & \qquad (2) \end{cases}$$

$$(2): \quad c_1 = \frac{k - m\, \Omega^2}{k}\, c_2 \qquad (3)$$

$$\text{in } (1): \quad (-2m\, \Omega^2 + 2k)\, \frac{k - m\, \Omega^2}{k}\, c_2 - k\, c_2 = F_0$$
$$\Leftrightarrow \underbrace{\left((-2m\, \Omega^2 + 2k)\, \frac{k - m\, \Omega^2}{k} - k\right)}_{\beta} c_2 = F_0$$
$$\Rightarrow c_2 = \frac{F_0}{\beta}$$

$$\text{in } (3): \quad c_1 = \frac{k - m\, \Omega^2}{k}\, \frac{F_0}{\beta} \overset{!}{=} 0 \quad \rightarrow \quad k - m\, \Omega^2 \overset{!}{=} 0$$
$$\Rightarrow \boxed{\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$