Modulprüfung in Technischer Mechanik
am 09. März 2016

Statik starrer Körper

Aufgaben

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Matr.-Nr.: ________________ Fachrichtung: ________________

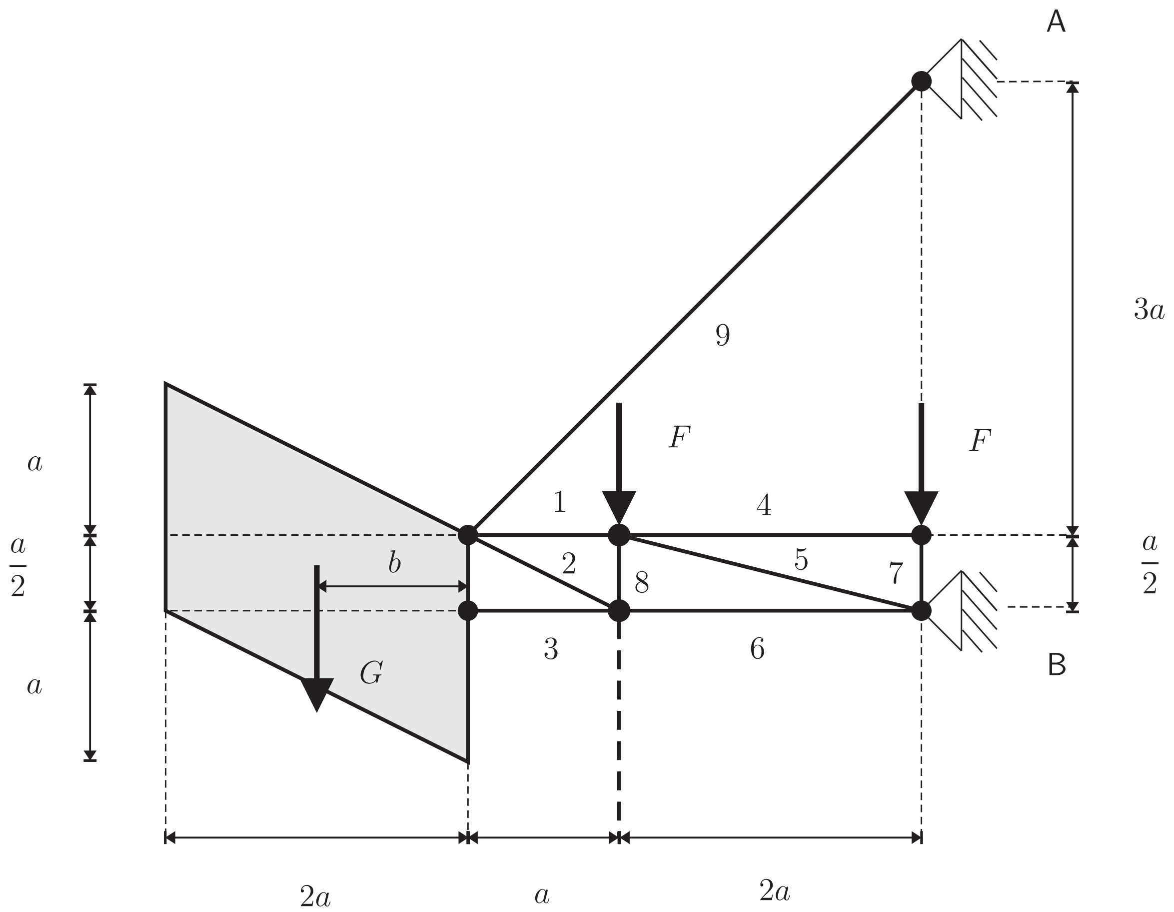
Hinweise:

- Bitte schreiben Sie deutlich lesbar. Zeichnungen müssen sauber und übersichtlich sein. Die Benutzung roter Farbstifte ist nicht zugelassen.
- Aufgaben werden nur beurteilt, wenn sie auf den ausgegebenen Blättern gelöst sind. Eventuell abgegebene Formelsammlungen werden als nicht vorhanden betrachtet. Trennen Sie die Aufgabenblätter nicht auf.
- Bei den Aufgaben muss eindeutig der Lösungsweg erkennbar sein. Ein Ergebnis ohne Lösungsweg wird nicht bewertet. Sollten für eine Aufgabe mehrere widersprüchliche Lösungen angegeben sein, so wird keine bewertet. Streichen Sie deshalb falsche Rechenschritte oder Zeichnungen durch.

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
Punkte					

(Eintrag erfolgt durch Institut)

1. Aufgabe (ca. 28 % der Gesamtpunktzahl)



Das dargestellte Tragwerk besteht aus 9 Stäben und einer starren Scheibe. Es wird durch die Kräfte F und durch die Gewichtskraft G (im Schwerpunkt der starren Scheibe) belastet.

a) Beurteilen Sie das Tragwerk hinsichtlich der statischen Bestimmtheit.

b) Nennen Sie die Nullstäbe sofern welche vorhanden sind.

c) Weisen Sie nach, dass $b = a$ für die Schwerpunktkoordinate der Scheibe gilt.

d) Bestimmen Sie die Lagerreaktionen in A und B.

e) Bestimmen Sie die Stabkräfte S_1, S_2 und S_3.

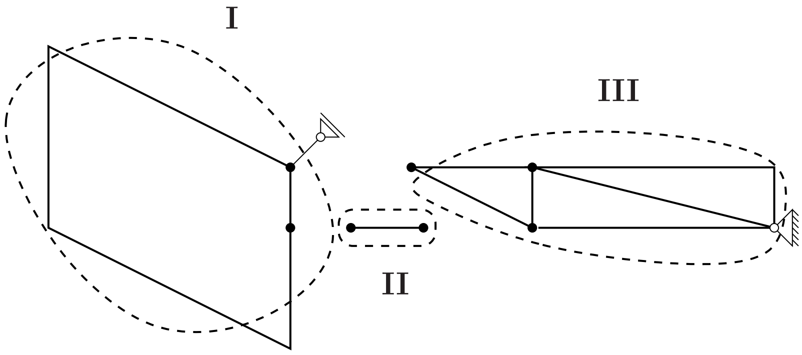
Gegeben: $a,\ F,\ G = \dfrac{3}{8}F$.

1**Aufgabe 1**

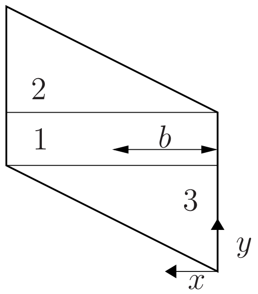
a) $-$ $n = 3$, $g = 6$, $a = 3$ $\quad\Rightarrow\; 3 \cdot n = g + a \quad\Rightarrow$ hinreichende Bedingung

$-$ System ist nicht kinematisch gelagert $\Rightarrow$ notwendige Bedingung

$\Rightarrow$ System ist statisch bestimmt



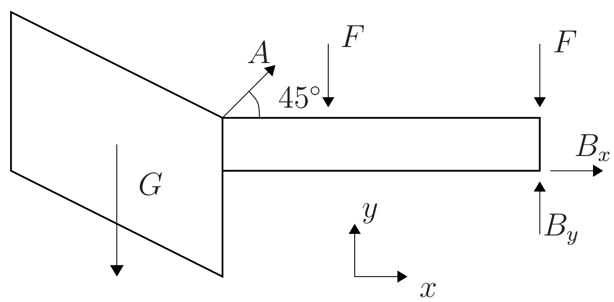
b)



$$b = \frac{\sum x_i Ai}{\sum A_i} = \frac{a \cdot a^2 + \frac{4}{3}a \cdot \frac{1}{2}\, 2a \cdot a + \frac{2}{3}a\, \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a}{a^2 + a^2 + a^2} = \frac{3a^3}{3a^2} = a$$

c) Stab 4 ist ein Nullstab

d)



$$\sum F_{ix} = 0: \quad B_x + A\,\frac{1}{\sqrt{2}} = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_{iy} = 0: \quad A\,\frac{1}{\sqrt{2}} - 2F - G + B_y = 0 \tag{2}$$

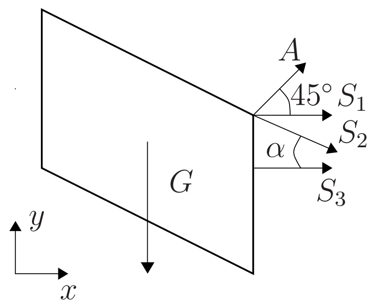
$$\sum M_i^B = 0: \quad F \cdot 2a + G \cdot 4a - A \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{a}{2} + 3a\right) = 0 \tag{3}$$

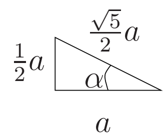
$$(3):\quad A=\sqrt{2}\left(\frac{F\cdot 2a+G\cdot 4a}{3,5\,a}\right)=\sqrt{2}\,F$$

$$(1):\quad B_x=-\frac{1}{\sqrt{2}}A=-F$$

$$(2):\quad B_y=2F+G-\frac{1}{\sqrt{2}}A=2F+\frac{3}{8}F-F=\frac{11}{8}\,F$$

e)





$$\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}\qquad \sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sum M_i^P=0:\quad S_3\cdot\frac{a}{2}+G\cdot a=0\quad\Rightarrow S_3=-2G=-\frac{3}{4}F$$

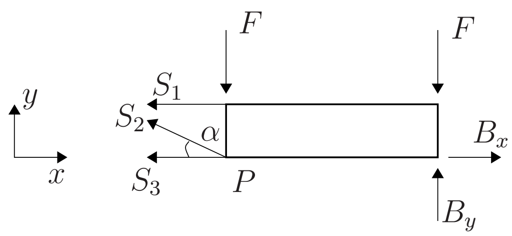
$$\sum F_{iy}=0:\quad -S_2\sin\alpha-G+A\frac{1}{\sqrt{2}}=0$$

$$\Rightarrow S_2=\frac{1}{\sin\alpha}\left(F-\frac{3}{8}F\right)=\sqrt{5}\,\frac{5}{8}F\approx 1,398F$$

$$\sum F_{ix}=0:\quad S_2\cos\alpha+S_1+S_3+A\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=0$$

$$\Rightarrow S_1=-S_3-A\frac{1}{\sqrt{2}}-S_2\cos\alpha=-\frac{3}{2}F$$

e) Alternativ



$$\sum F_{ix}=0:\quad -S_1-S_3-S_2\cos\alpha+B_x=0 \tag{1}$$

$$\sum F_{iy}=0:\quad -2F+B_y+S_2\sin\alpha=0 \tag{2}$$

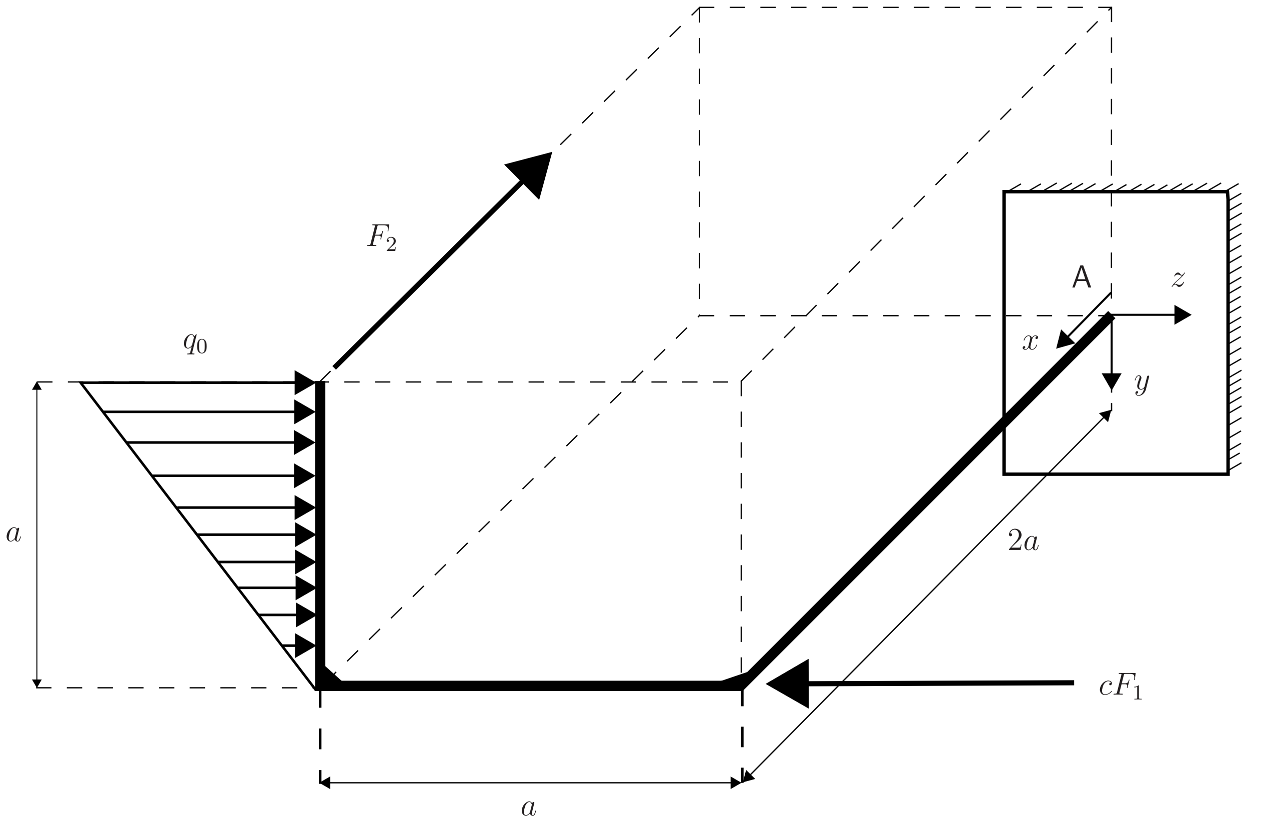
$$\sum M_i^P=0:\quad B_y\cdot 2a-F\cdot 2a+S_1\cdot\frac{a}{2}=0 \tag{3}$$

$$(3):\quad S_1=2\,(2F-2B_y)=-\frac{3}{2}F$$

$$(2):\quad S_2=\frac{1}{\sin\alpha}(2F-B_y)=\sqrt{5}\,\frac{5}{8}F$$

$$(1):\quad S_3=-S_1-S_2\cos\alpha+B_x=-\frac{3}{4}$$

2. Aufgabe (ca. 20 % der Gesamtpunktzahl)



Ein abgewinkelter Träger ist in A eingespannt und wird durch die Einzelkräfte cF_1 und F_2 sowie eine dreiecksförmige Streckenlast belastet. Hierbei kennzeichnet c den Lastvergrößerungsfaktor für die Einzelkraft F_1.

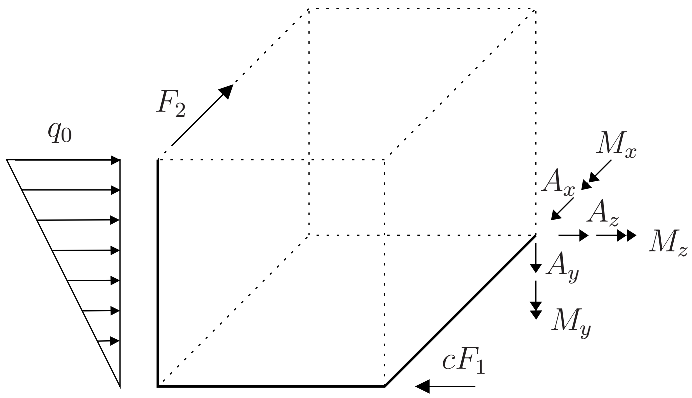
a) Bestimmen Sie für $c = 1$ alle Lagerreaktionen im Lager A.

b) Bestimmen Sie den Faktor c so, dass das Lagerreaktionsmoment M_y^A verschwindet.

Gegeben: $a,\ q_0,\ F_1,\ F_2$.

Aufgabe 2

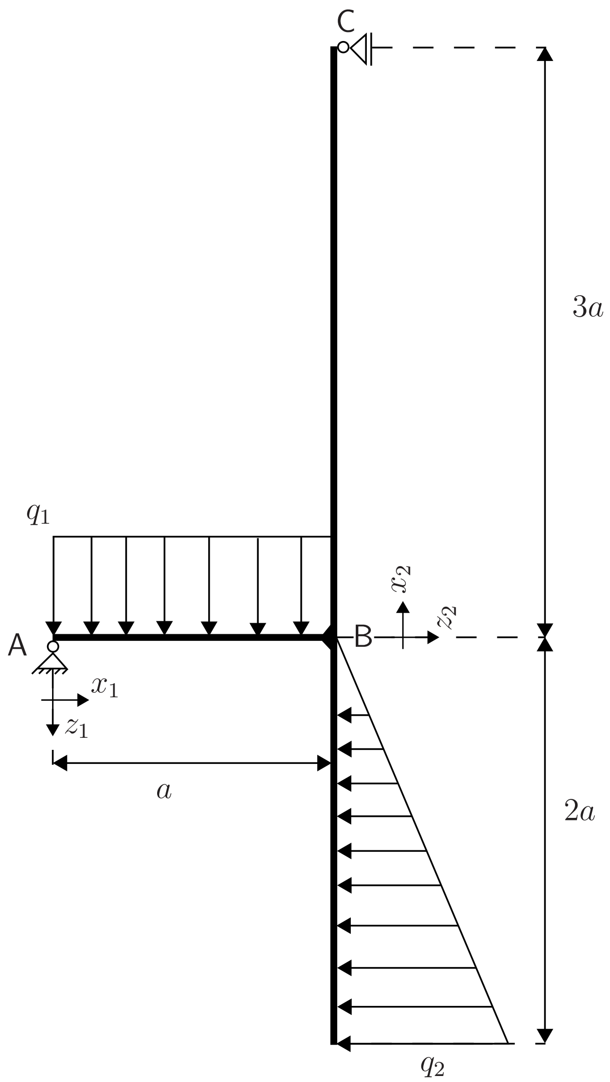
a) $c = 1$



$$\sum F_{ix} = 0: \quad A_x - F_2 = 0 \quad \rightarrow A_x = F_2$$
$$\sum F_{iy} = 0: \quad A_y = 0$$
$$\sum F_{iz} = 0: \quad q_0\frac{a}{2} - F_1 + A_z = 0 \quad \rightarrow A_z = F_1 - q_0\frac{a}{2}$$
$$\sum M_{ix} = 0: \quad M_x - \frac{2}{3}a \cdot q_0\frac{a}{2} = 0 \quad \rightarrow M_x = q_0\frac{a^2}{3}$$
$$\sum M_{iy} = 0: \quad F_1 \cdot 2a - q_0\frac{a}{2} \cdot 2a + F_2 a + M_y = 0 \quad \rightarrow M_y = -2F_1 a - F_2 \cdot a + q_0 a^2$$
$$\sum M_{iz} = 0: \quad -F_2 \cdot a + M_z = 0 \quad \rightarrow M_z = F_2 a$$

b) $cF_1 \cdot 2a - q_0 a^2 + F_2 a + \overbrace{M_y}^{\overset{!}{=}0} = 0 \quad \Rightarrow c = \frac{q_0 a^2 - F_2 \cdot a}{F_1 \cdot 2a} = \frac{q_0 a - F_2}{2F_1}$

3. Aufgabe (ca. 32 % der Gesamtpunkte)



Die dargestellte Konstruktion wird durch die Streckenlasten q_1 und q_2 belastet.

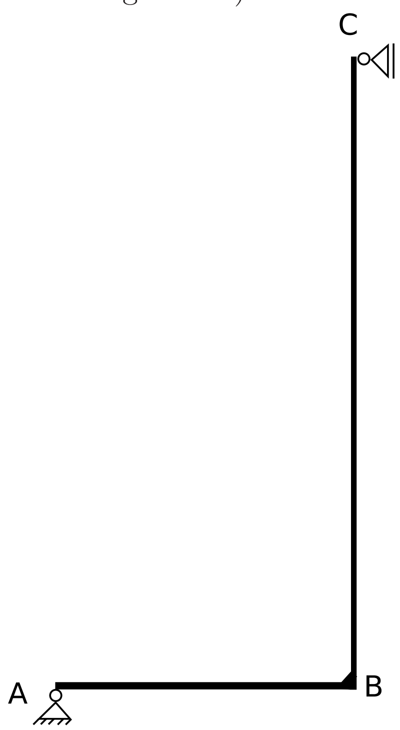
a) Bestimmen Sie alle Lagerreaktionen im Lager A und C.

b) Bestimmen Sie den Biegemomenten- und Querkraftverlauf zwischen den Punkten A-B und B-C unter Verwendung der vorgegebenen Koordinatensysteme.

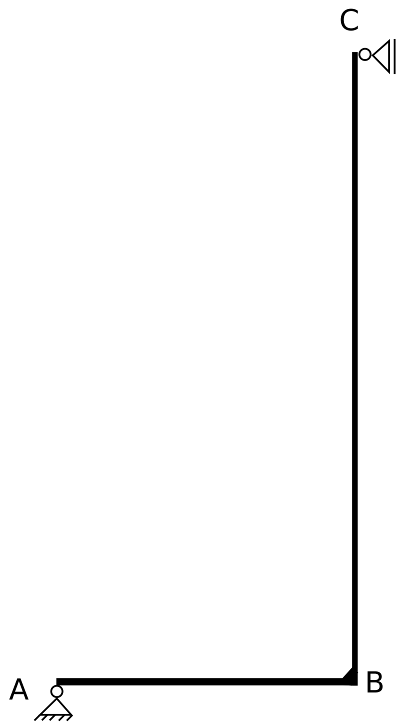
c) Zeichnen Sie diese Verläufe in die vorgegeben Diagramme unter Angabe der extremalen Ordinaten ein.

Gegeben: $a,\ q_1 = 6q_0,\ q_2 = 9q_0,\ q_0.$

Vorlagen zur Aufgabe 3.c)



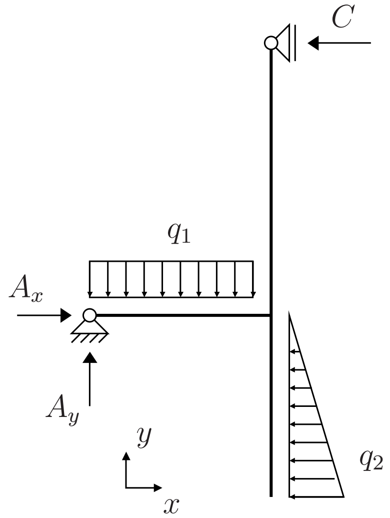
M



Q

Aufgabe 3

a)



$$\sum F_{ix} = 0: \quad A_x - C - q_2 \cdot \frac{2a}{2} = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_{iy} = 0: \quad A_y - q_1 \cdot a = 0 \tag{2}$$

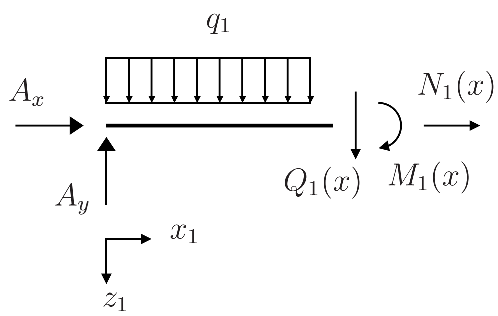
$$\sum M_z^A = 0: \quad -q_1 \cdot a\frac{a}{2} - q_2 \cdot a \cdot \frac{4}{3}a + 3a \cdot C = 0 \tag{3}$$

$$(2): \quad A_y = q_1 a = 6\,q_0 a$$

$$(3): \quad C = \frac{1}{3}\left(q_1\frac{a}{2} + q_2\frac{4}{3}a\right) = \frac{1}{3}\left(6q_0\frac{a}{2} + 9q_0 \cdot \frac{4}{3}a\right) = 5\,q_0 a$$

$$(1): \quad A_x = C + q_2 a = 5q_0 a + 9q_0 a = 14\,q_0 a$$

b)

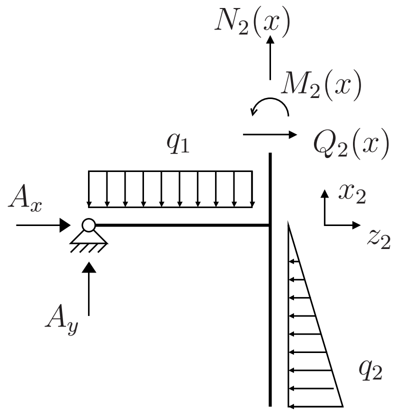


$$\sum F_{iz} = 0: \quad -A_y + q_1 \cdot x_1 + Q_1(x_1) = 0$$

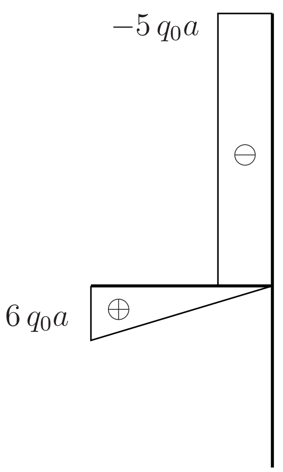
$$\Rightarrow Q_1(x_1) = A_y - q_1 x_1 = 6\,q_0 a - 6\,q_0 x_1 = 6\,q_0(a - x_1)$$

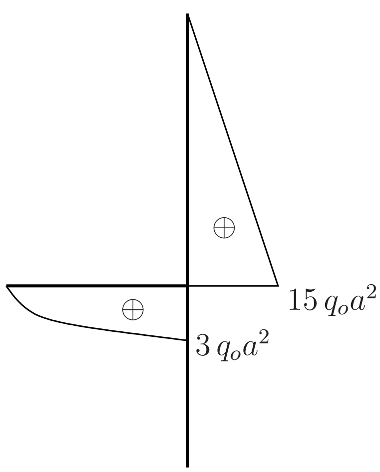
$$\sum M_y^S = 0: \quad q_1\frac{x_1^2}{2} - A_y \cdot x_1 + M_1(x_1) = 0$$

$$\Rightarrow M_1(x) = A_y x_1 - q_1\frac{x^2}{2} = 6\,q_0 a x_1 - 3\,q_0 x^2 = 3\,q_0(2x_1 a - x_1^2)$$

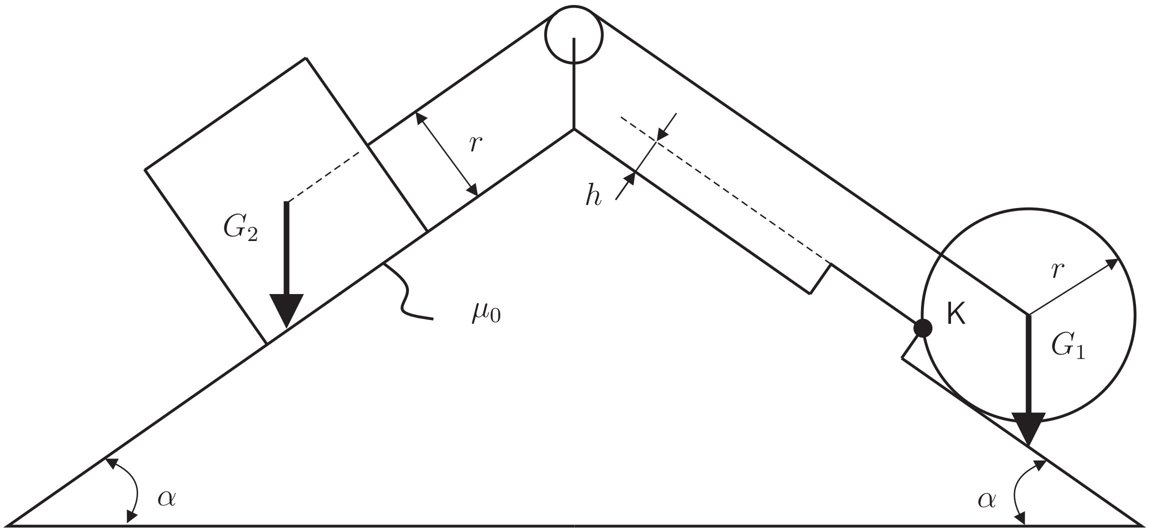


$$\sum F_{ix} = 0: \quad A_x - q_2 \cdot a + Q_2(x_2) = 0$$
$$\Rightarrow \; Q_2(x_2) = q_2 \cdot a - A_x = 9\, q_0 a - 14\, q_0 a = -5\, q_0 a$$
$$\sum M_y^S = 0: \quad M_2(x_2) + A_x \cdot x_2 - A_y \cdot a + q_1 \frac{a^2}{2} - q_2 a(x + \frac{4}{3}a) = 0$$
$$\Rightarrow \; M_2(x_2) = q_2 a(x_2 + \frac{4}{3}a) + A_y \cdot a - A_x \cdot x_2 - q_1 \frac{a^2}{2}$$
$$\Rightarrow \; M_2(x_2) = 9\, q_0 a(x_2 + \frac{4}{3}a) + 6\, q_0 a^2 - 14\, q_0 a\, x_2 - 6\, q_0 \frac{a^2}{2}$$
$$\Rightarrow \; M_2(x_2) = 15\, q_0 a^2 - 5\, q_0 a\, x_2$$





4. Aufgabe (ca. 20 % der Gesamtpunkte)

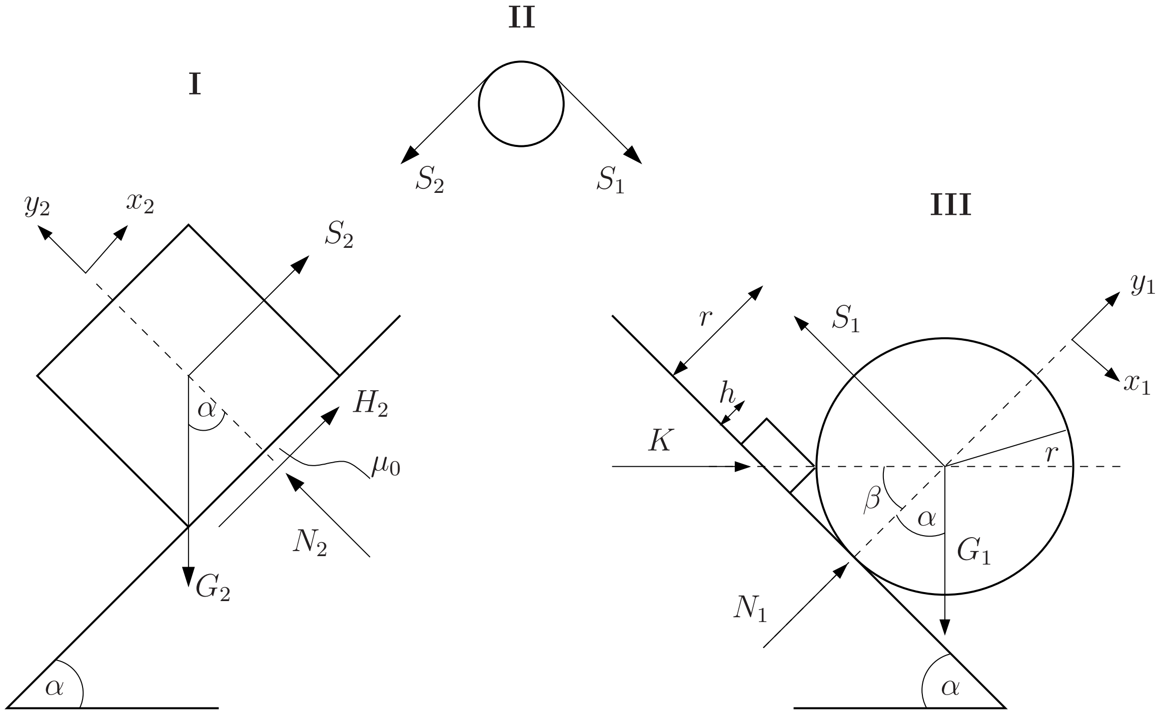


Auf einer doppelseitigen schiefen Ebene mit je einem Neigungswinkel α ruhen ein Klotz und eine Walze, welche durch ein masseloses Seil miteinander verbunden sind. Dieses Seil wird reibungsfrei über eine Rolle umgelenkt. Die Ebene unter dem Klotz ist rau und führt auf einen Haftungskoeffizienten μ_0.

> Bestimmen Sie die Gewichtskraft des Klotzes G_2, damit die Walze gerade nicht über die Kante K rollt.

Gegeben: $G_1,\ r,\ h,\ \alpha,\ \mu_0$.

Aufgabe 4



Körper III:

$$\sum F_{iy_1} = 0: \quad K\cos\beta - G\cos\alpha = 0 \quad \Rightarrow\; K = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$$

$$\sum F_{ix_1} = 0: \quad -S_1 + K\sin\beta + G\sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow\; S_1 = G_1(\tan\beta\cos\alpha + \sin\alpha)$$

Körper II: Reibungsfrei um Rolle umgelenktes Seil $\Rightarrow\; S_1 = S_2$
Körper I:

$$\sum F_{iy_2} = 0: \quad -G\cos\alpha + N_2 = 0 \quad \Rightarrow\; N_2 = G_2\cos\alpha$$

$$\sum F_{ix_2} = 0: \quad S_2 + H_2 - G_2\sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow\; H_2 = G_2\sin\alpha - S_2$$

Grenzfall: $H_2 = \mu_2 N_2$

$$G_2\sin\alpha - G_1(\tan\beta\cos\alpha + \sin\alpha) = \mu_2 G_2\cos\alpha$$

$$\Rightarrow\; G_2 = \frac{G_1(\tan\beta\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha - \mu_2\cos\alpha}$$