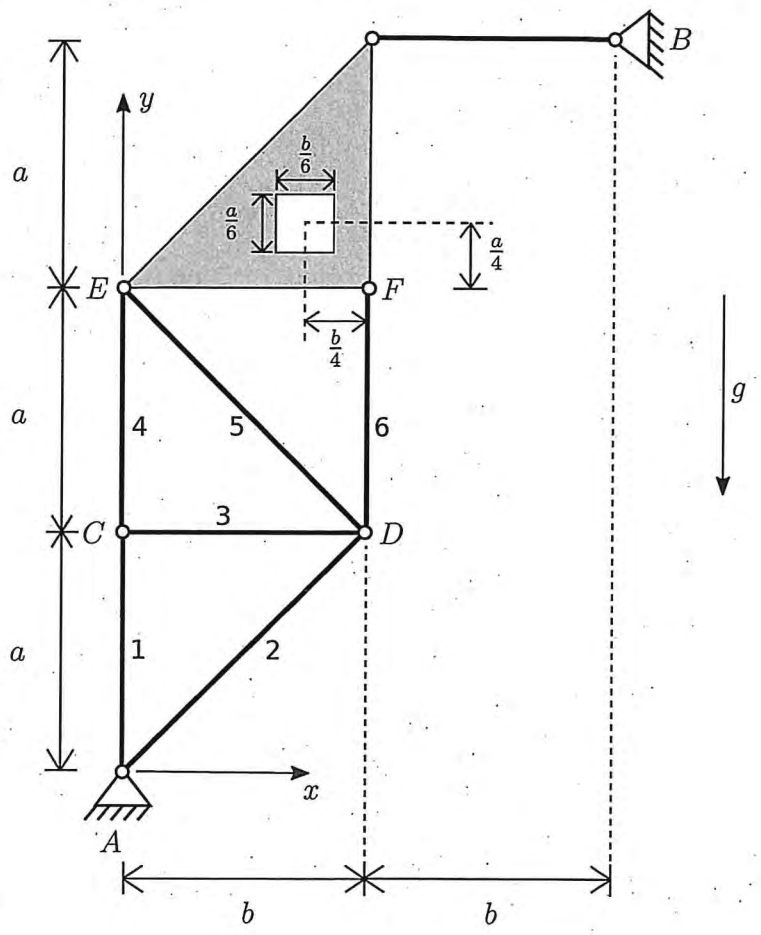
1. Aufgabe: (ca. 22 % der Gesamtpunkte)

Eine dreieckige Scheibe mit einem rechteckförmigen Ausschnitt wird durch die skizzierte Fachwerkkonstruktion gelagert. Das Gewicht der Scheibe sei G.



a) Bestimmen Sie die Koordinaten x_s, y_s des Schwerpunktes der Scheibe bezüglich des gegebenen Koordinatensystems.

Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die Scheibe keinen Ausschnitt aufweist und $a = b$ ist.

b) Fertigen Sie ein Freikörperbild des Systems an und berechnen Sie die Lagerreaktionen.

c) Bestimmen Sie die Stabkräfte S_1, S_3, S_5 und S_6.

Gegeben: a, b, G

1. Aufgabe

a)

$$A_\triangle = \frac{1}{2}ab; \qquad y_{s\triangle} = 2a + \frac{a}{3} = \frac{7}{3}a; \qquad x_{s\triangle} = \frac{2}{3}b$$

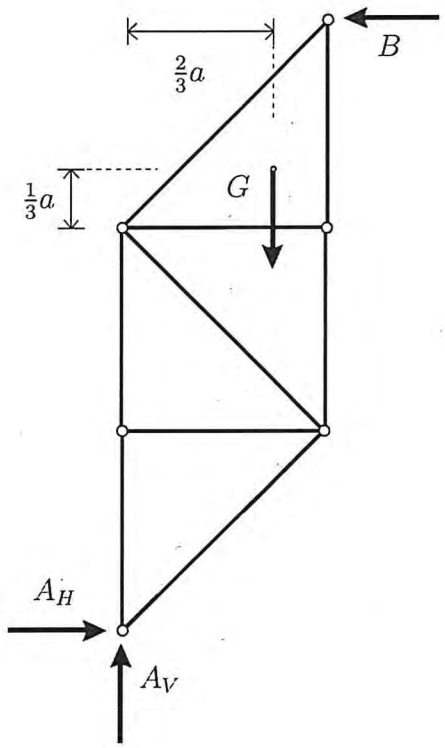
$$A_\square = \frac{ab}{36}ab; \qquad y_{s\square} = 2a + \frac{a}{4} = \frac{9}{4}a; \qquad x_{s\square} = \frac{3}{4}b$$

$$y_s = \frac{\frac{7}{3}a \cdot \frac{1}{2}ab - \frac{9}{4}a \cdot \frac{ab}{36}}{(\frac{1}{2} - \frac{1}{36})ab} = \frac{(\frac{7}{6} - \frac{1}{16})a}{\frac{18-1}{36}} = \frac{\frac{56-3}{48}a}{\frac{17}{36}} = a\frac{35}{48} \cdot \frac{36}{17} = \frac{153}{68}a$$

$$x_s = \frac{\frac{2}{3}b \cdot \frac{1}{2}ab - \frac{3}{4}b \cdot \frac{ab}{36}}{\frac{17}{36}ab} = \frac{(\frac{1}{3} - \frac{1}{48})b}{\frac{17}{36}} = \frac{\frac{15}{48}b}{\frac{17}{36}} = b\frac{15}{48} \cdot \frac{36}{17} = \frac{45}{68}b$$

b)

$$a = b; \quad y_s = 2a + \frac{a}{3} = \frac{7}{3}a; \quad x_s = \frac{2}{3}b = \frac{2}{3}a$$



$$\uparrow: \quad A_V - G = 0 \quad \rightarrow \quad A_V = G$$

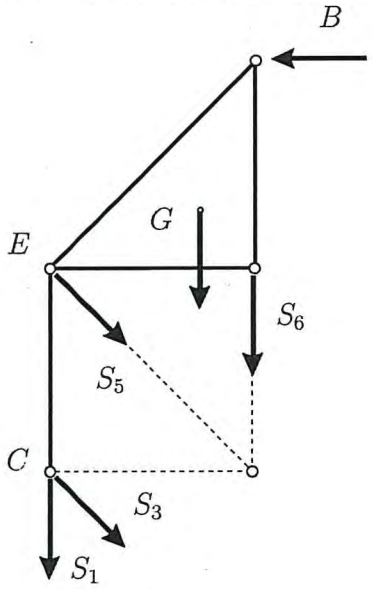
$$\circlearrowleft_A: \quad B \cdot 3a - G \cdot \frac{2}{3}a = 0 \quad \rightarrow \quad B = \frac{2}{9}G$$

$$\rightarrow: \quad A_H - B = 0 \quad \rightarrow \quad A_H = B = \frac{2}{9}G$$

c) Knotenpunktverfahren für S_3:

$$\rightarrow: S_3 = 0$$

Ritterschnitt für S_1, S_5, S_6:



$$\circlearrowleft_E: \quad -\frac{2}{3}aG + Ba - S_6 a = 0$$

$$\Rightarrow S_6 = (\frac{2}{9} - \frac{6}{9})G = -\frac{4}{9}G$$

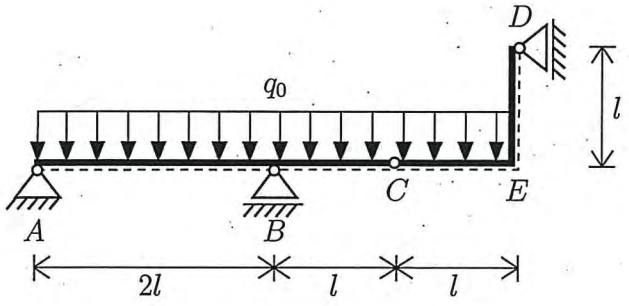
$$\rightarrow: \quad -B + S_5\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\Rightarrow S_5 = \sqrt{2}B = \frac{2\sqrt{2}}{9}G$$

$$\uparrow: \quad -G - S_6 - S_1 - \frac{\sqrt{2}}{2}S_5 = 0$$

$$\Rightarrow S_1 = (\frac{4}{9} - 1 - \frac{2}{9})G = -\frac{7}{9}G$$

2. Aufgabe: (ca. 26 % der Gesamtpunkte)



Der skizzierte Gelenkrahmen wird durch die Streckenlast q_0 belastet.

a) Schneiden Sie das System frei und bestimmen Sie die Lagerreaktionen.

b) Skizzieren Sie die Verläufe von Normalkraft N, Querkraft Q und Biegemoment M unter Angabe der maßgebenden Ordinaten in den unten dafür vorgesehenen Vorlagen.

Gegeben: q_0, l

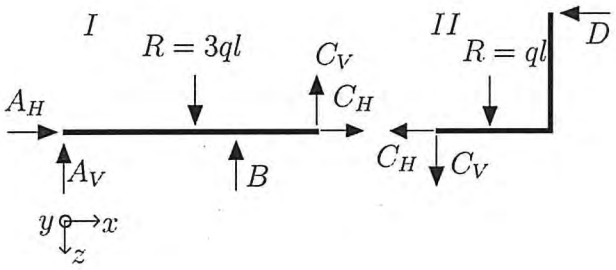
N

Q

M

2. Aufgabe

a)

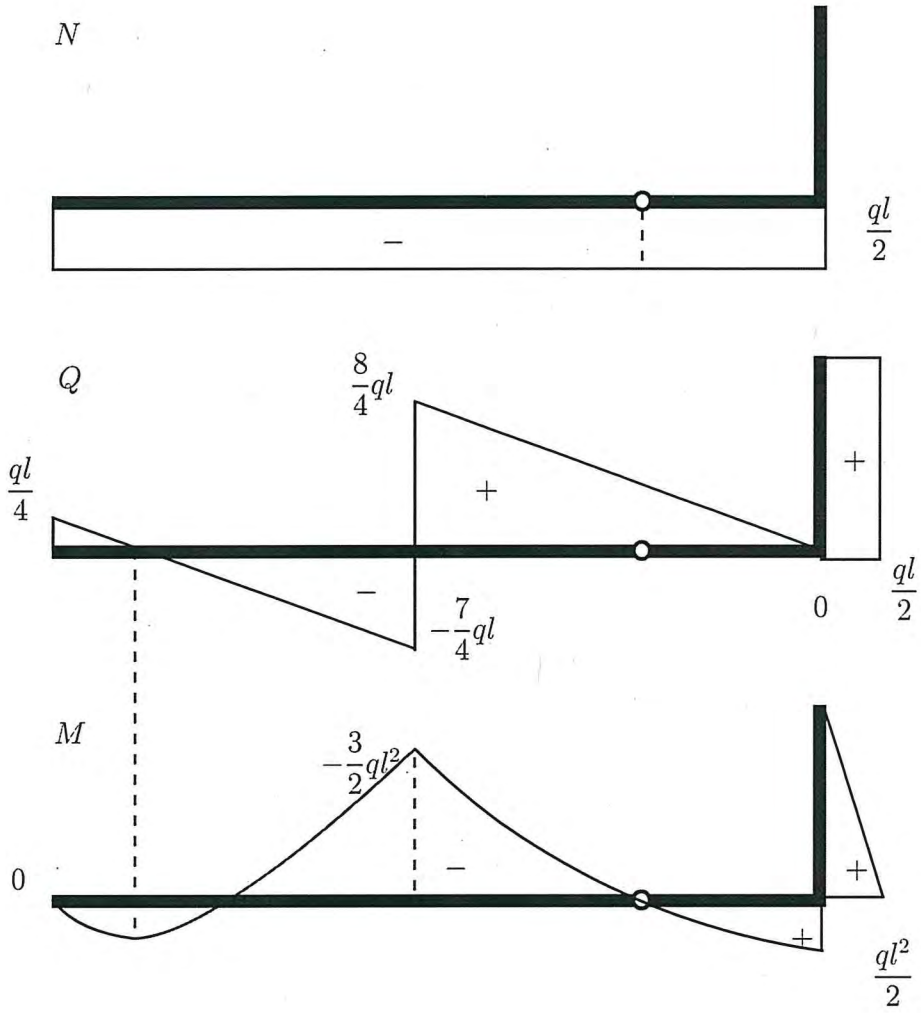


$$
\begin{aligned}
I): \sum F_{ix} = 0: \quad & C_H + A_H = 0 && \rightarrow \quad A_H &= -C_H \\
\sum F_{iz} = 0: \quad & -A_V - B - C_V + 3q_0 l = 0 \\
\sum M_{iy}^A = 0: \quad & B \cdot 2l + C_V \cdot 3l - 3q_0 l \frac{3}{2} l = 0 && \rightarrow \quad B &= \frac{9}{4} q_0 l - \frac{3}{2} C_V
\end{aligned}
$$

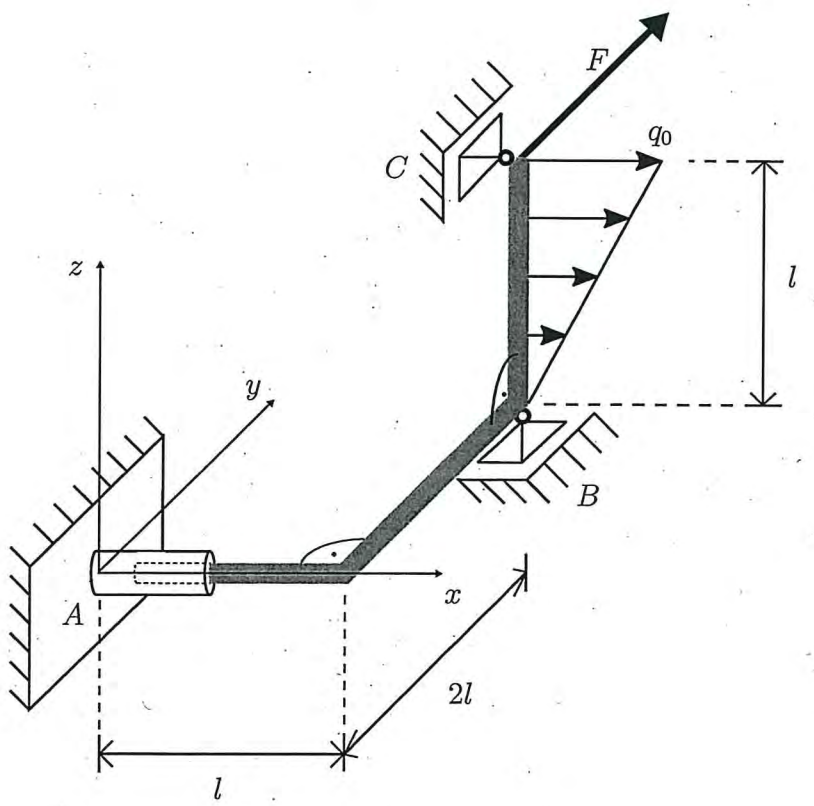
$$
\begin{aligned}
II): \sum F_{ix} = 0: \quad & -C_H - D = 0 && \rightarrow \quad D &= -C_H \\
\sum F_{iz} = 0: \quad & C_V + R = 0 && \rightarrow \quad C_V &= -q_0 l \\
\sum M_{iy}^C = 0: \quad & -q_0 l \frac{l}{2} + Dl = 0 && \rightarrow \quad D &= \frac{q_0 l}{2}; \quad C_H = -\frac{q_0 l}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow A_H &= \frac{q_0 l}{2} \\
B &= (\frac{9}{4} + \frac{3}{2}) q_0 l \\
A_V &= 3q_0 l - B - C_V \quad = 3q_0 l - \frac{15}{4} q_0 l + \frac{q_0 l}{l} = \frac{1}{4} q_0 l
\end{aligned}
$$

b)



3. Aufgabe: (ca. 20 % der Gesamtpunkte)



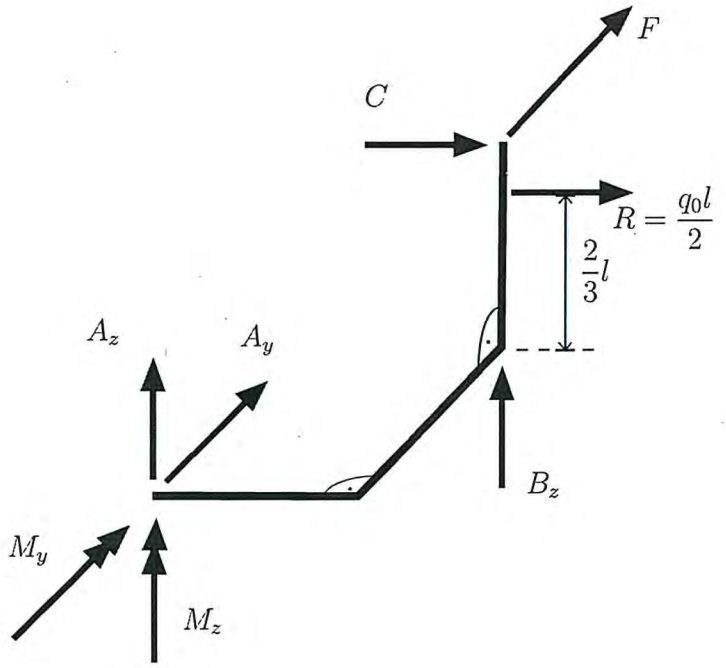
Der skizzierte zweifach abgewinkelte Rahmen ist im Punkt A mit einer Schiebehülse sowie in den Punkten B und C jeweils einwertig gelagert. Das System wird durch eine Einzelkraft F in y-Richtung und eine linear veränderliche Streckenlast in x-Richtung belastet.

Schneiden Sie das System frei und berechnen Sie sämtliche Lagerreaktionen.

Gegeben: l, F, q_0

3. Aufgabe

a)



b)

$$\sum F_{ix} = 0: \quad C_x = -\frac{q_0 l}{2}$$

$$\sum F_{iy} = 0: \quad F + A_y = 0 \quad \rightarrow \quad A_y = -F$$

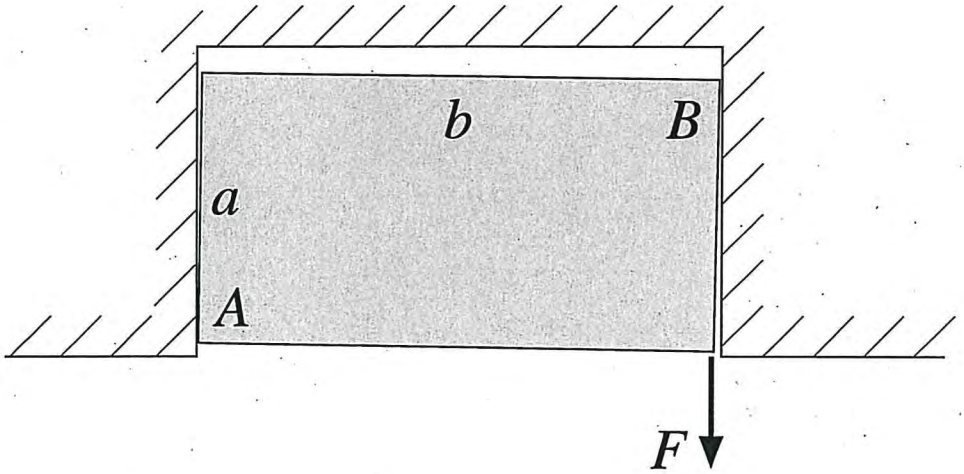
$$\sum F_{iz} = 0: \quad A_z + B_z = 0 \quad \rightarrow \quad A_z = -B_z = -\frac{F}{2}$$

$$\sum M_{ix} = 0: \quad B_z \cdot 2l + Fl = 0 \quad \rightarrow \quad B_z = \frac{F}{2}$$

$$\sum M_{iy} = 0: \quad M_y - B_z l + C_x l + \frac{2}{3}\frac{q_0 l^2}{2} \quad \rightarrow \quad M_y = B_z l + \frac{q_0 l^2}{2} = \frac{F}{2} + \frac{1}{6} q_0 l$$

$$\sum M_{iz}^A = 0: \quad M_z + Fl - C_x \cdot 2l - \frac{q_0 l}{2} 2l = 0 \quad \rightarrow \quad M_z = -\frac{q_0 l}{2} 2l + \frac{q_0 l}{2} 2l - Fl = -Fl$$

4. Aufgabe: (ca. 17 % der Gesamtpunkte)

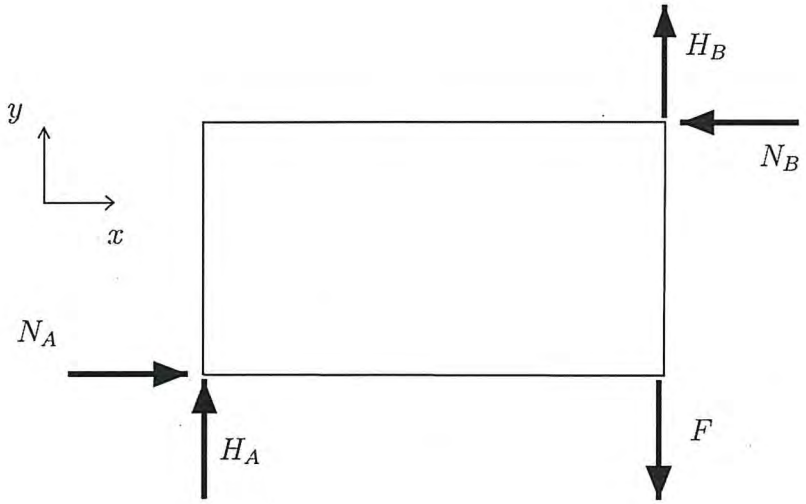


Eine Schublade mit den Abmessungen a und b ist wie skizziert verkantet und berührt in den Ecken A und B die rauhe Umgebung (Haftkoeffizient μ_0). Was muss für das Seitenverhältnis a/b gelten, damit die Schublade sich durch die eingezeichnete Kraft F nicht herausziehen lässt?

Gegeben: a, b, F, μ_0

4. Aufgabe

a) Haften: $H \leq \mu_0 N$



$$\sum F_{ix} = 0: \quad N_A - N_B = 0 \quad \rightarrow \quad N_A = N_B = N \quad \rightarrow \quad H_A = H_B = H \leq \mu_0 N$$

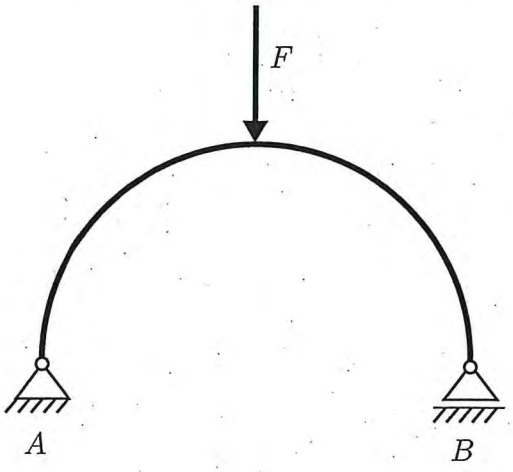
$$\sum F_{iy} = 0: \quad -F + H_A + H_B = 0 \quad \rightarrow \quad -F = -2\mu_0 N \quad \rightarrow \quad N = \frac{F}{2\mu_0}$$

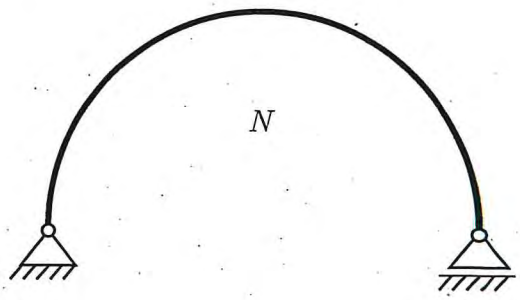
$$\sum M_i^A = 0: \quad -Fb + Na + Hb = 0 \quad \rightarrow \quad H = F - N\frac{a}{b}$$

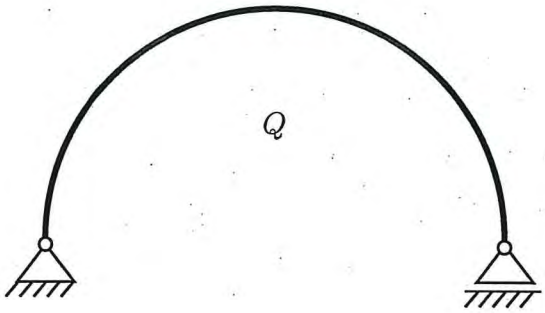
$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad \mu_0 N &\geq F - N\frac{a}{b} \\ \frac{F}{2} &\geq F - \frac{F}{2\mu_0}\frac{a}{b} \\ -\frac{1}{2}\mu_0 &\geq -\frac{1}{2}\frac{a}{b} \qquad \Rightarrow \quad \mu_0 \geq \frac{a}{b} \end{aligned}$$

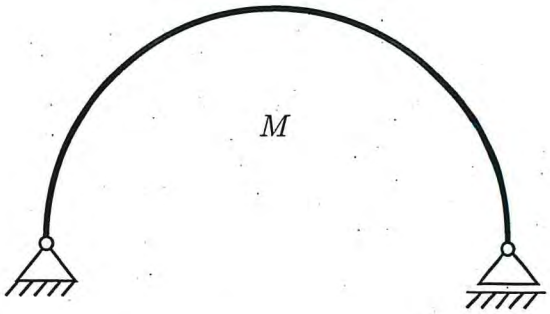
5. Aufgabe: (ca. 15 % der Gesamtpunkte)

a) Skizzieren Sie für den dargestellten Halbkreisbogen die Verläufe von Normalkraft N, Querkraft Q und Biegemoment M. Nutzen Sie die unten vorgegebenen Vorlagen.

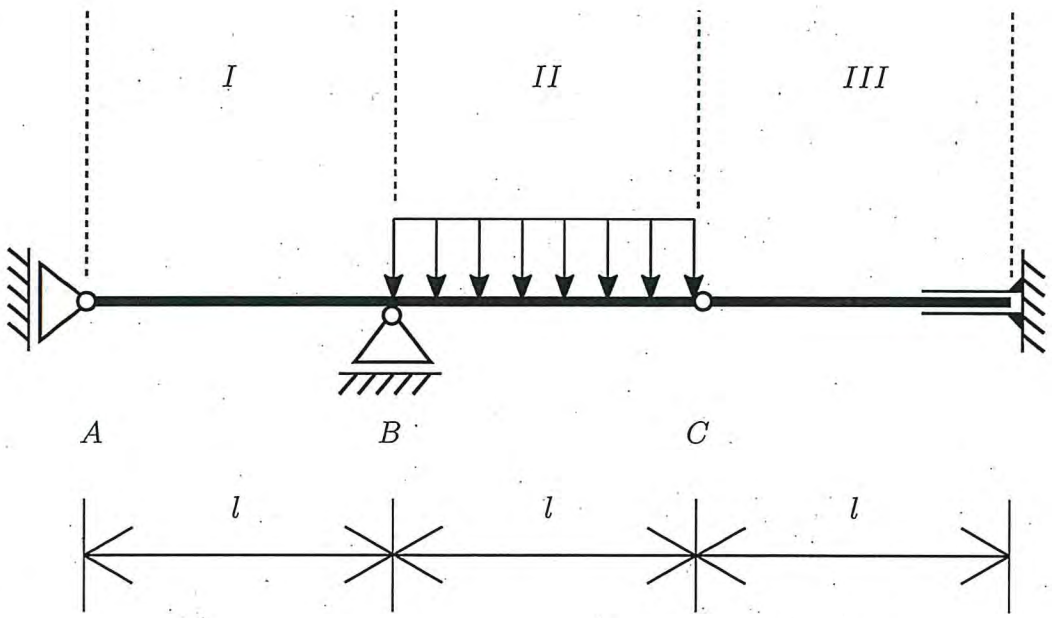






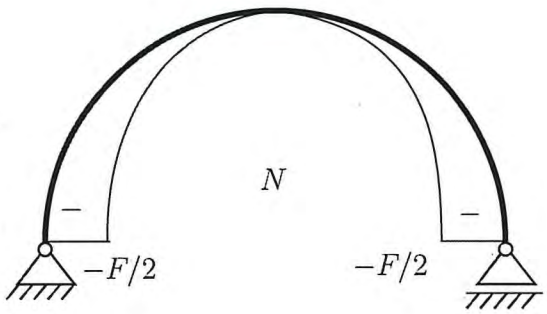


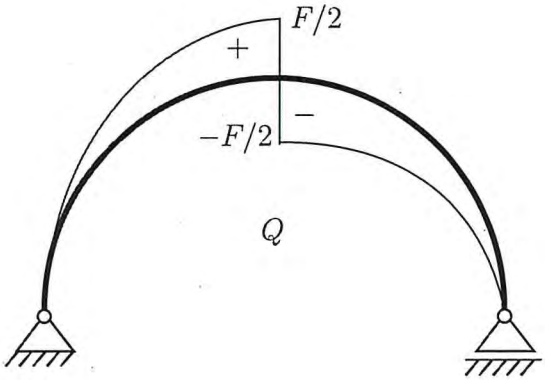
b) Geben Sie zu dem skizzierten System die Rand- und Übergangsbedingungen für die Verläufe von Querkraft und Biegemoment in den Punkten A, B und C an. Die Lagerreaktionen können als bekannt vorausgesetzt werden.

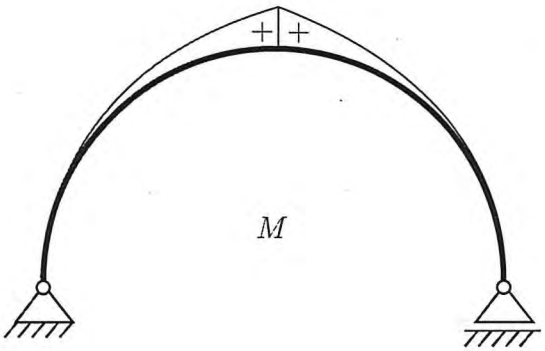


5. Aufgabe

a)







b)

$M(A) = 0$	$M_I(B) = M_{II}(B)$	$M_{II}(C) = M_{III}(C) = 0$
$Q(A) = 0$	$Q_I(B) = 0$	$Q_{II}(C) = Q_{III}(C)$
	$Q_{II}(B) = B$	