1. Aufgabe: (ca. 10% der Gesamtpunktzahl)

Bitte beantworten Sie folgende Fragen:

1. Aus welchen Größen setzt sich eine Dyname zusammen?

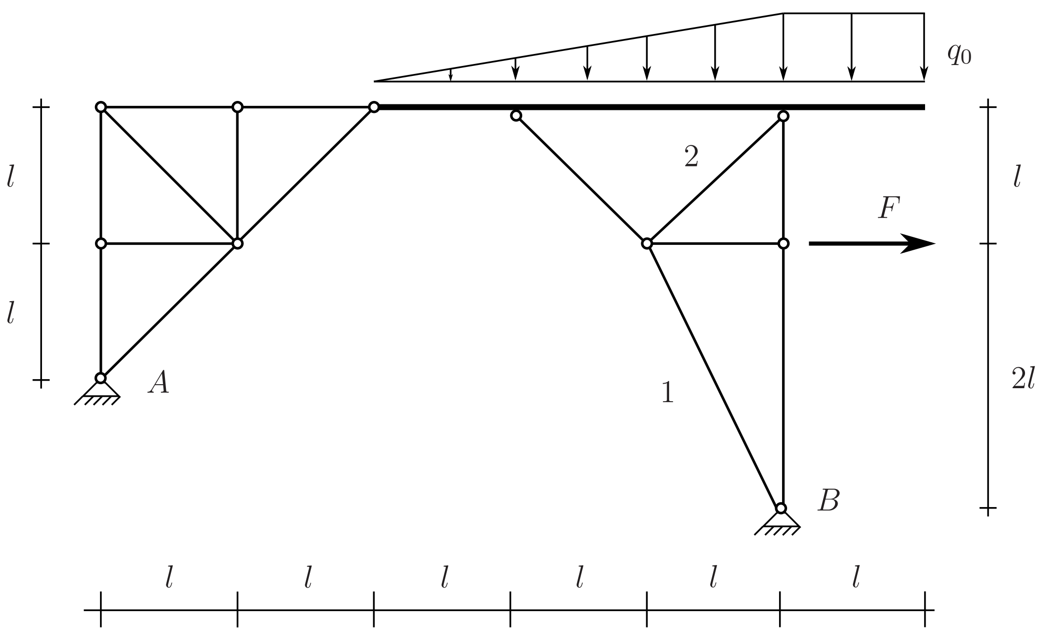
2. Was versteht man unter der Linienflüchtigkeit einer Kraft?

3. Wodurch unterscheidet sich ein zentrales Kraftsystem von einem allgemeinen Kraftsystem?

4. Wie viele Schnittgrößen gibt es beim Balken im räumlichen(3D) Fall? Benennen Sie sämtliche Schnittgrößen.

5. Worin besteht der Unterschied zwischen eingeprägten Kräften und Reaktionskräften? Klassifizieren Sie die „(Gleit-)Reibungskräfte“ sowie die „Haftreibungskräfte“ entsprechend.

2. Aufgabe (ca. 23% der Gesamtpunktzahl)



Das oben dargestellte Tragwerk wird durch eine Steckenlast und eine Einzelkraft beansprucht. Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben:

a) Kennzeichnen Sie alle Nullstäbe

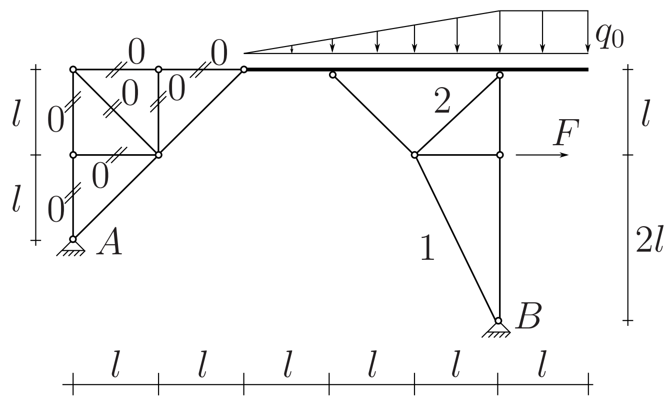
b) Bestimmen Sie alle Lagerreaktionen

c) Bestimmen Sie die Stabkräfte in den Stäben 1 und 2
Können die Stäbe 1 und 2 durch Seile ersetzt werden? Begründen Sie.

Gegeben: $F, l, q_0 \cdot l = F$.

Lösung 2. Aufgabe

a) Nullstäbe

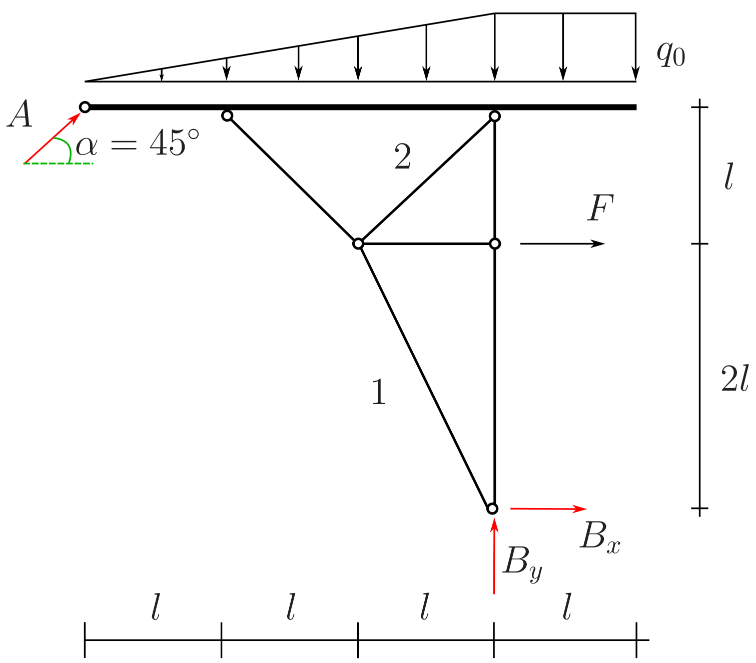


Anmerkung:

Aufgrund der Nullstäbe muss es sich bei Auflager A um einen Pendelstab handeln.

b) Lagerreaktionen

Freischnitt:



Gleichgewicht:

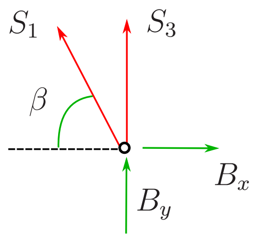
$$\sum M^B = 0: \quad -3\sqrt{2}Al + \frac{3}{2}q_0 l^2 - q_0\frac{l^2}{2} - Fl = 0 \qquad \Rightarrow A = -\frac{\sqrt{2}}{6}F$$

$$\sum F_{ix} = 0: \quad B_x + F + A\cos(\alpha) = 0 \qquad \Rightarrow B_x = -\frac{5}{6}F$$

$$\sum F_{iy} = 0: \quad B_y - \frac{3}{2}q_0 l - q_0 l + A\sin(\alpha) = 0 \qquad \Rightarrow B_y = \frac{8}{3}F$$

c) Stabkräfte der Stäbe 1 und 2

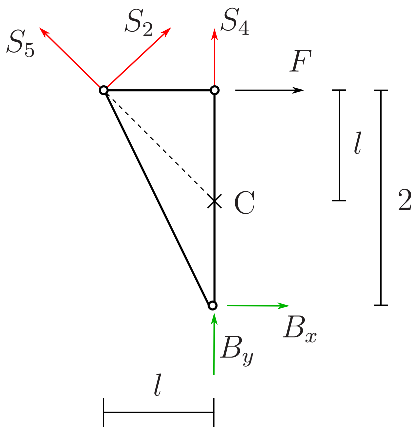
Stab 1: Knotenpunktverfahren



Mit $\cos(\beta) = \frac{1}{\sqrt{5}}$ folgt

$$\sum F_{ix} = 0: -S_1\cos + B_x = 0 \quad \Rightarrow S_1 = -\frac{5\sqrt{5}}{6}F$$

Stab 2: Ritterschnitt

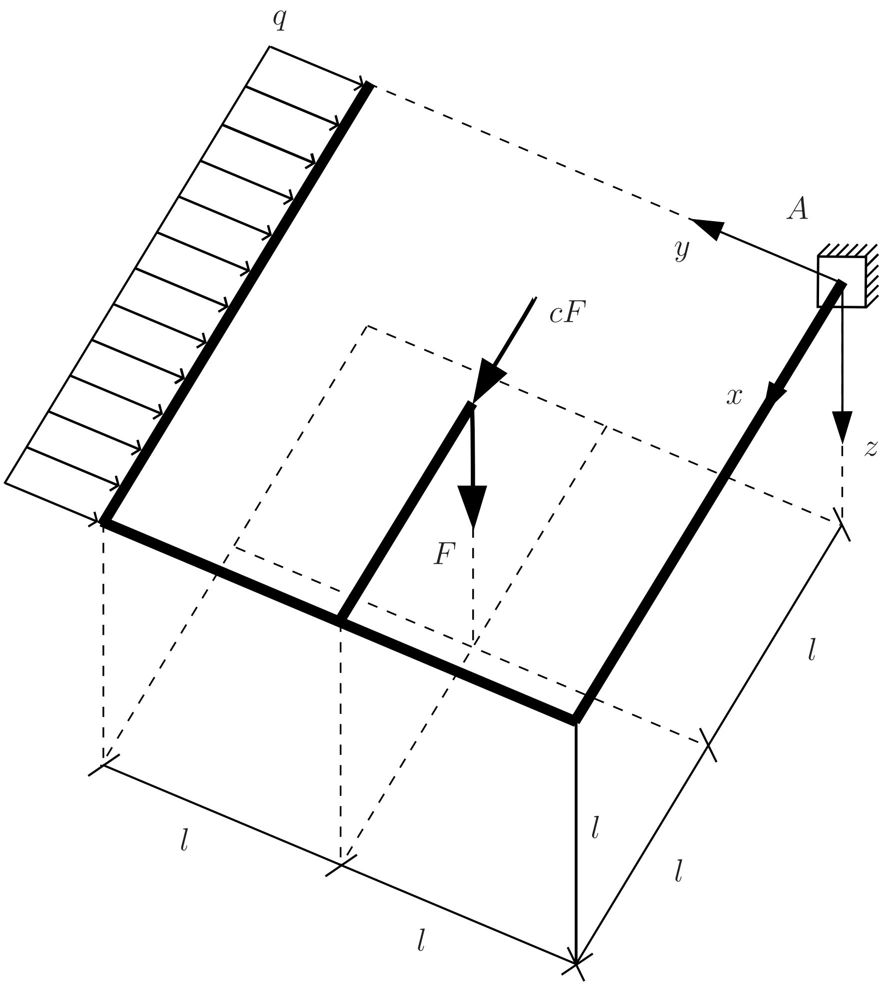


$$\sum M^C = 0: -S_2\sqrt{2}l + B_x l - Fl = 0 \quad \Rightarrow S_2 = -\frac{11}{6\sqrt{2}}F$$

Antwort:

Da es sich bei S_1 und S_2 um Druckstäbe handelt, können diese nicht durch Seile ersetzt werden.

3. Aufgabe (ca. 15% der Gesamtpunktzahl)



Der rechtwinklige starre Rahmen wird in Punkt A eingespannt. Die Belastung ist der Darstellung zu entnehmen.

a) Schneiden Sie das Tragwerk frei.

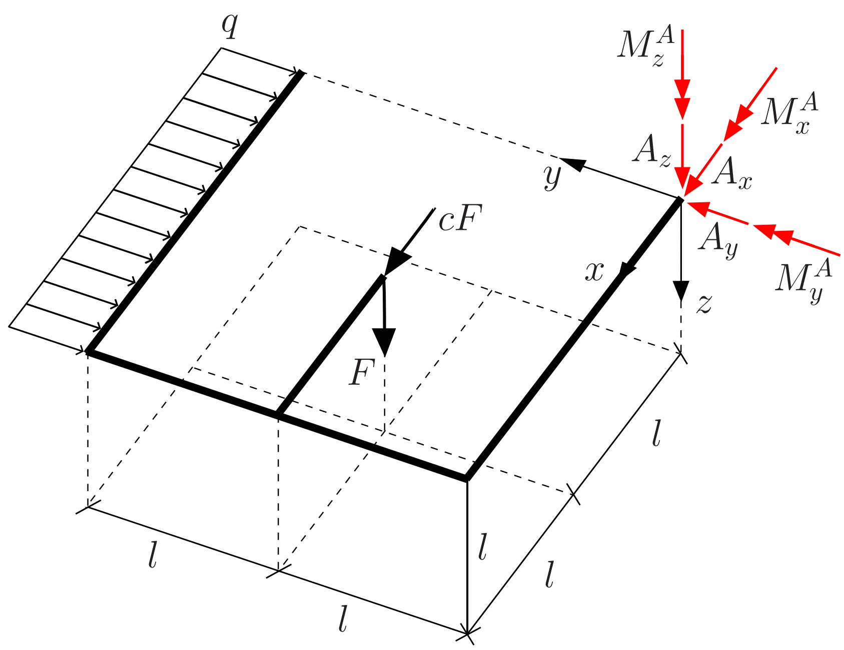
b) Berechnen Sie die Lagerreaktionen an der Einspannstelle A für $c = 1$.

c) Berechnen Sie c so, dass M_z^A gerade Null wird.

Gegeben: $l,\ cF,\ F,\ q$.

Lösung 3. Aufgabe

a) Freischnitt



b) Lagerreaktionen für $c = 1$:

$$\sum M_{ix}^A = 0 : M_x^A = -Fl; \qquad \sum F_{ix} = 0 : A_x = -F$$

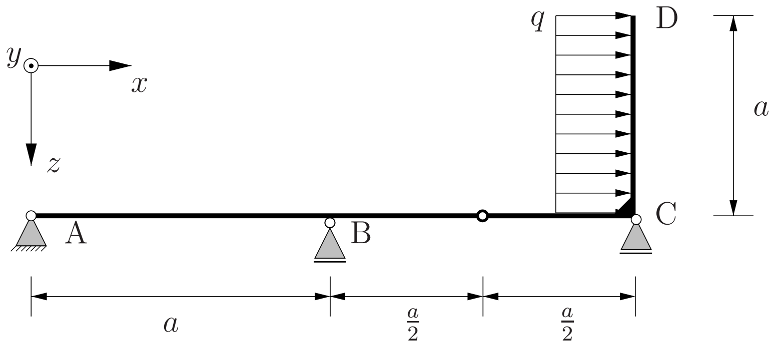
$$\sum M_{iy}^A = 0 : M_y^A = Fl; \qquad \sum F_{iy} = 0 : A_y = 2ql^l$$

$$\sum M_{iz}^A = 0 : M_z^A = Fl + 2ql^2; \qquad \sum F_{iz} = 0 : A_z = -F$$

c) $M_z^A = 0$:

$$M_z^A = cFl + 2ql^2 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad c = -\frac{2ql}{F}$$

4. Aufgabe: (ca. 32% der Gesamtpunktzahl)



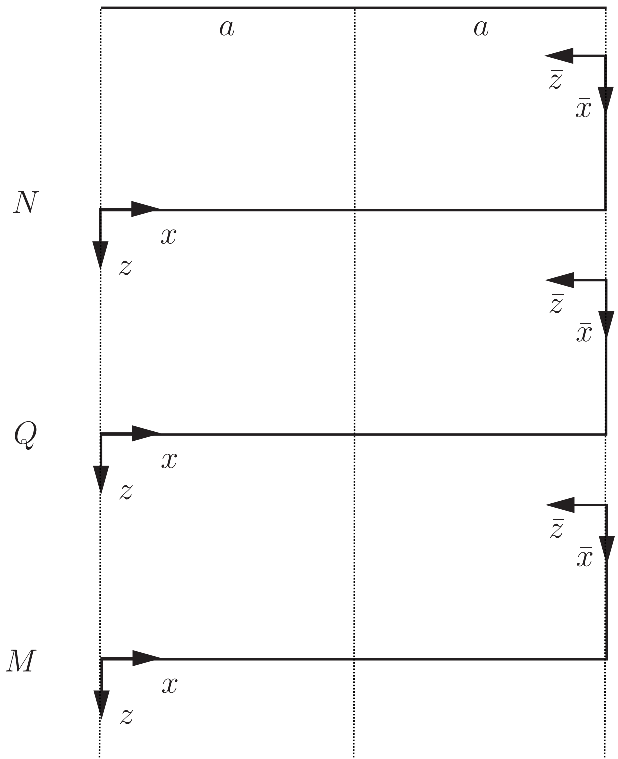
Das dargestellte System wird durch eine konstante Streckenlast q belastet.

a) Weisen Sie die statische Bestimmtheit des Systems nach.

b) Schneiden Sie das System frei und bestimmen Sie alle Lagerreaktionen.

c) Bestimmen Sie die Schnittgrößen im Bereich A-B-C-D.

d) Skizzieren Sie die Verläufe von Normalkraft, Querkraft und Biegemoment unter Angabe der wesentlichen Ordinaten für den Bereich A-B-C-D in folgende Koordinatensysteme:



gegeben: a, q

Lösung 4. Aufgabe

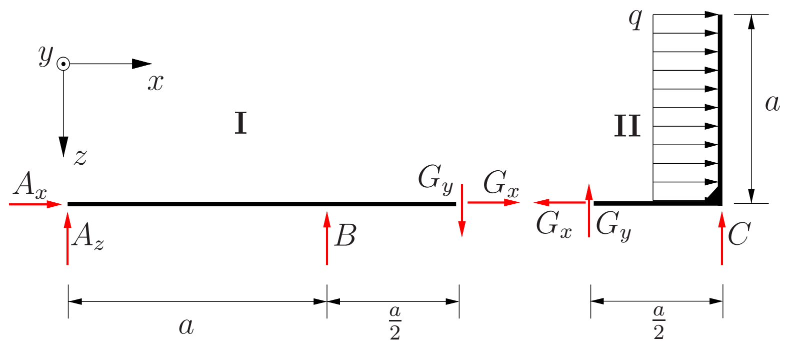
a) stat. Bestimmtheit

$$a + g = 3\,n \qquad \begin{aligned} a &= \text{Auflager} \\ g &= \text{Knotenkräfte} \\ n &= \text{Anzahl Teilkörper} \end{aligned}$$

$\Rightarrow \quad 4 + 2 = 6 = 3 \cdot 2 \qquad \rightarrow$ notwendige Bedingung

nicht kinematisch gelagert $\rightarrow$ hinreichende Bedingung

b) Freischnitt:



Gleichgewicht:

Teilkörper II:

$$\sum M^G = 0 : C\frac{a}{2} - q\frac{a^2}{2} = 0; \qquad \Rightarrow C = qa$$

Gesamtsystem:

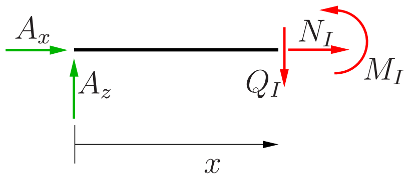
$$\sum F_{ix} = 0 : \quad A_x + qa = 0 \qquad \Rightarrow A_x = -qa$$

$$\sum M^B = 0 : \quad -A_z a + Ca - q\frac{a^2}{2} = 0; \qquad \Rightarrow A_z = \frac{1}{2}qa$$

$$\sum F_{iz} = 0 : \quad A_z + B + C = 0 \qquad \Rightarrow B = -\frac{3}{2}qa$$

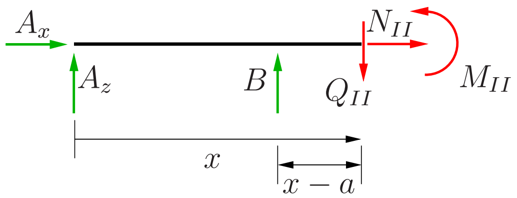
c) Schnittgößen:

Bereich $0 < x < a$:



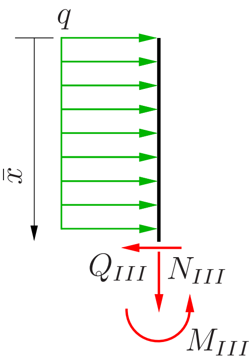
$$\sum F_{ix} = 0: \quad N_I(x) = -A_x = qa$$
$$\sum F_{iz} = 0: \quad Q_I(x) = A_z = \frac{1}{2}qa$$
$$\sum M^B = 0: \quad M_I(x) = A_z x = \frac{1}{2}qax$$

Bereich $a < x < 2a$:



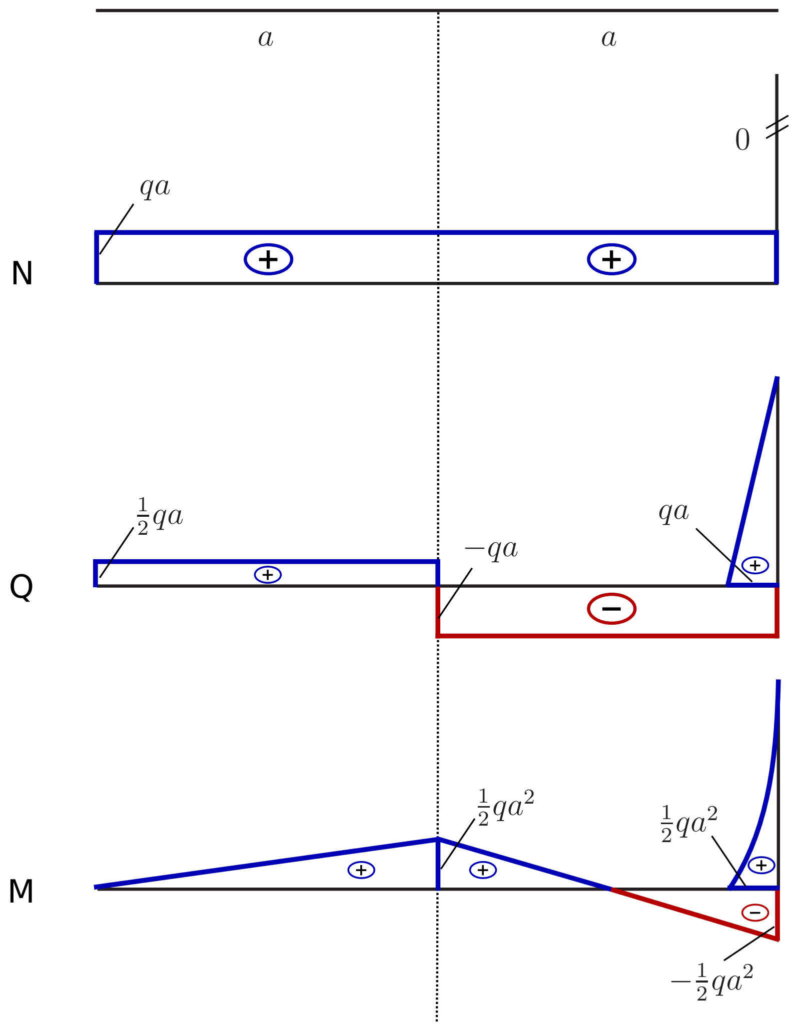
$$\sum F_{ix} = 0: \quad N_{II}(x) = -A_x = qa$$
$$\sum F_{iz} = 0: \quad Q_{II}(x) = A_z + B = -qa$$
$$\sum M^B = 0: \quad M_{II}(x) = A_z x + B(x-a) = -qax + \frac{3}{2}qa^2$$

Bereich $0 < \bar{x} < a$:

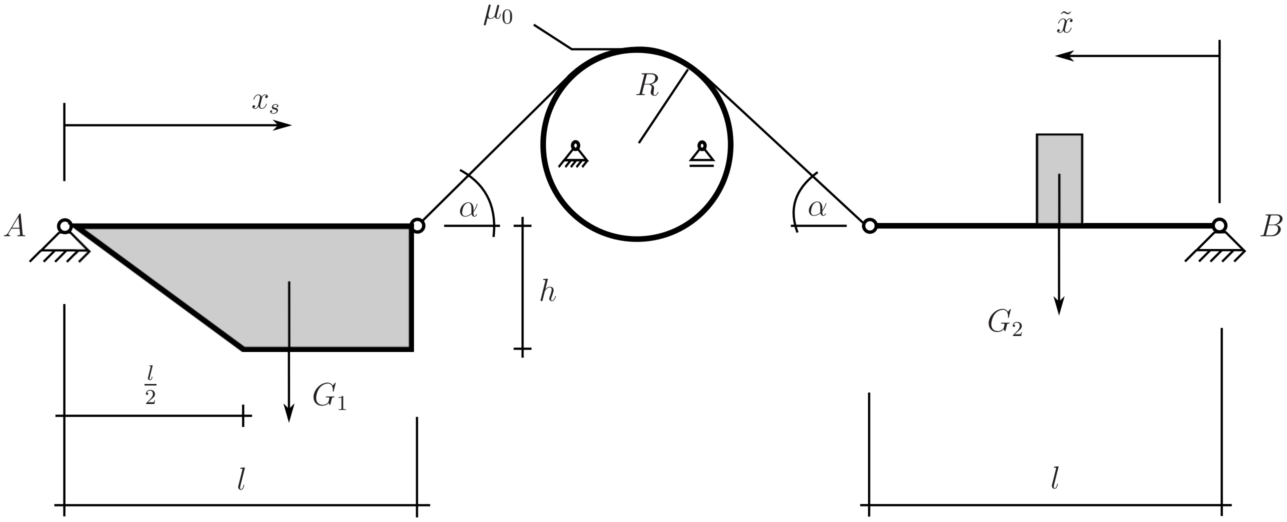


$$\sum F_{ix} = 0: \quad N_I(\bar{x}) = 0$$
$$\sum F_{iz} = 0: \quad Q_I(\bar{x}) = q\bar{x}$$
$$\sum M^B = 0: \quad M_I(\bar{x}) = q\frac{\bar{x}^2}{2}$$

d) Schnittgrößenverläufe:



5. Aufgabe: (ca. 20% der Gesamtpunktzahl)



Bearbeiten Sie zu dem in der Skizze dargestellten System folgende Teilaufgaben:

a) Bestimmen Sie die Schwerpunktskoordinate x_s des trapezförmigen Körpers.

Gehen Sie im Folgenden von der gerundeten Schwerpunktskoordinate $x_s = 0.6 \cdot l$ aus.

b) Bestimmen Sie $\tilde{x}_{max}$ sowie $\tilde{x}_{min}$ so, dass das System gerade noch in Ruhe ist.

Gegeben: $G_1, G_2, R, \mu_0, l, \alpha = \frac{\pi}{4}$

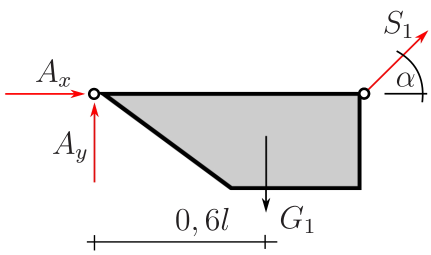
Lösung 5. Aufgabe

a) Schwerpunkt

$$
\begin{aligned}
x_S = \frac{\sum_i x_{S_i} \cdot A_i}{\sum_i A_i} &= \frac{\frac{2}{3}\frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2}\frac{l}{2}h + (\frac{l}{2} + \frac{1}{2}\frac{l}{2}) \cdot \frac{l}{2}h}{\frac{1}{2}\frac{l}{2}h + \frac{l}{2}h} \\
&= \frac{\frac{1}{12}l^2h + \frac{3}{8}l^2h}{\frac{1}{4}lh + \frac{1}{2}lh} = \frac{11 \cdot 4}{24 \cdot 3}l \\
&= 0,6111l
\end{aligned}
$$

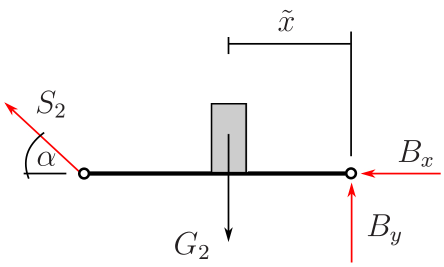
b) Bereich $\tilde{x}_{min} \leq \tilde{x} \leq \tilde{x}_{max}$

Freischnitt links:



$$
\sum M^A = 0: \quad S_1 \cos(\alpha) l - 0,6 G_1 l = 0
$$
$$
\Rightarrow S_1 = \frac{3\sqrt{2}}{5} G_1
$$

Freischnitt rechts:



$$
\sum M^b = 0: \quad -S_2 \cos(\alpha) l + G_2 \tilde{x} = 0
$$
$$
\Rightarrow S_2 = G_2 \sqrt{2} \frac{\tilde{x}}{l}
$$

Grenzfall Haften:

$$x_{min} : S_1 > S_2 \qquad \Rightarrow S_1 = S_2 e^{\mu_0 \frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{5} G_1 = G_2 \sqrt{2} \frac{\tilde{x}}{l} e^{\mu_0 \frac{\pi}{2}} \qquad \Rightarrow \tilde{x} = \frac{3}{5 e^{\mu_0 \frac{\pi}{2}}} \frac{G_1}{G_2} l$$

$$x_{max} : S_1 < S_2 \qquad \Rightarrow S_1 e^{\mu_0 \frac{\pi}{2}} = S_2$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{5} G_1 e^{\mu_0 \frac{\pi}{2}} = G_2 \sqrt{2} \frac{\tilde{x}}{l} \qquad \Rightarrow \tilde{x} = \frac{3 e^{\mu_0 \frac{\pi}{2}}}{5} \frac{G_1}{G_2} l$$