

# Modulprüfung

## Festigkeitslehre

25. März 2021

Name: ..... Vorname: .....

Matr.-Nr: ..... Studiengang: .....

### Hinweise:

- Bitte schreiben Sie deutlich lesbar. Zeichnungen müssen sauber und übersichtlich sein. Die Benutzung roter und grüner Farbstifte ist nicht zugelassen.
- Aufgaben werden nur beurteilt, wenn sie auf den ausgegebenen Blättern gelöst sind. Eventuell abgegebene Formelsammlungen werden als nicht vorhanden betrachtet. Trennen Sie die Aufgabenblätter nicht auf.
- Bei den Aufgaben muss eindeutig der Lösungsweg erkennbar sein. Ein Ergebnis ohne Lösungsweg wird nicht bewertet. Sollten für eine Aufgabe mehrere widersprüchliche Lösungen angegeben sein, so wird keine bewertet. Streichen Sie deshalb falsche Rechenschritte oder Zeichnungen durch.
- Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite.

---

Aufgabe	1	2	3	4	$\Sigma$
Punkte					
Korrektor					

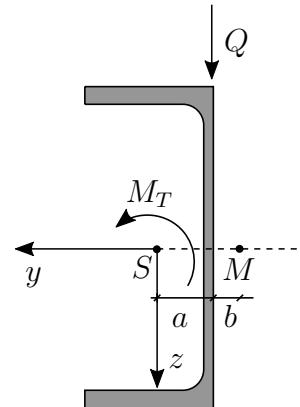
(Eintrag erfolgt durch Institut)

## 1. Aufgabe: (ca. 25 % der Gesamtpunkte)

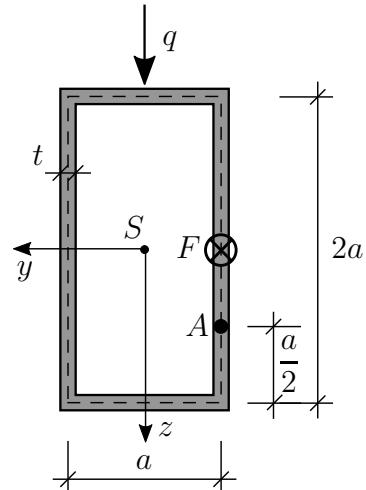
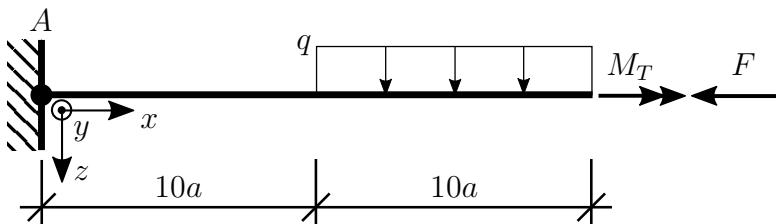
### Aufgabe 1.1

Gegeben ist das dargestellte U-Profil mit Schwerpunkt  $S$  und Schubmittelpunkt  $M$ . Das Profil wird durch die Querkraft  $Q$  und das Torsionsmoment  $M_T$  wie dargestellt belastet. Wie groß ist das gesamte Torsionsmoment  $M_{T,ges}$ , das auf den Querschnitt wirkt? Nutzen Sie das gegebene Koordinatensystem.

Gegeben:  $M_T = 2 \text{ kNm}$ ,  $Q = 100 \text{ kN}$ ,  $a = 2,56 \text{ cm}$ ,  $b = 2,85 \text{ cm}$



### Aufgabe 1.2



Der dargestellte Kragarm der Länge  $20a$  hat den rechts dargestellten rechteckigen Hohlquerschnitt mit Wandstärke  $t$  und Schubmodul  $G$ . Das System wird durch ein Torsionsmoment  $M_T$ , eine Einzellast  $F$  und eine Streckenlast  $q$  wie dargestellt belastet. Bearbeiten Sie folgende Aufgaben:

- Skizzieren Sie unter Angabe der maßgebenden Ordinaten alle Schnittgrößenverläufe, die im System auftreten. Nutzen Sie das gegebene Koordinatensystem.
- Berechnen Sie alle Spannungen, die im Punkt  $A$  (Koordinaten  $(x = 0, y = -a/2, z = a/2)$ ) auftreten, und stellen Sie den Spannungszustand an einem geeigneten infinitesimalen Flächenelement dar.
- Berechnen Sie die Verdrehung  $\theta$  des Balkens um die  $x$ -Achse an der Stelle  $x = 20a$ .

Gegeben:  $F$ ,  $a$ ,  $G$ , sowie  $t = a/10$ ,  $M_T = 2Fa$ ,  $q = \frac{F}{50a}$

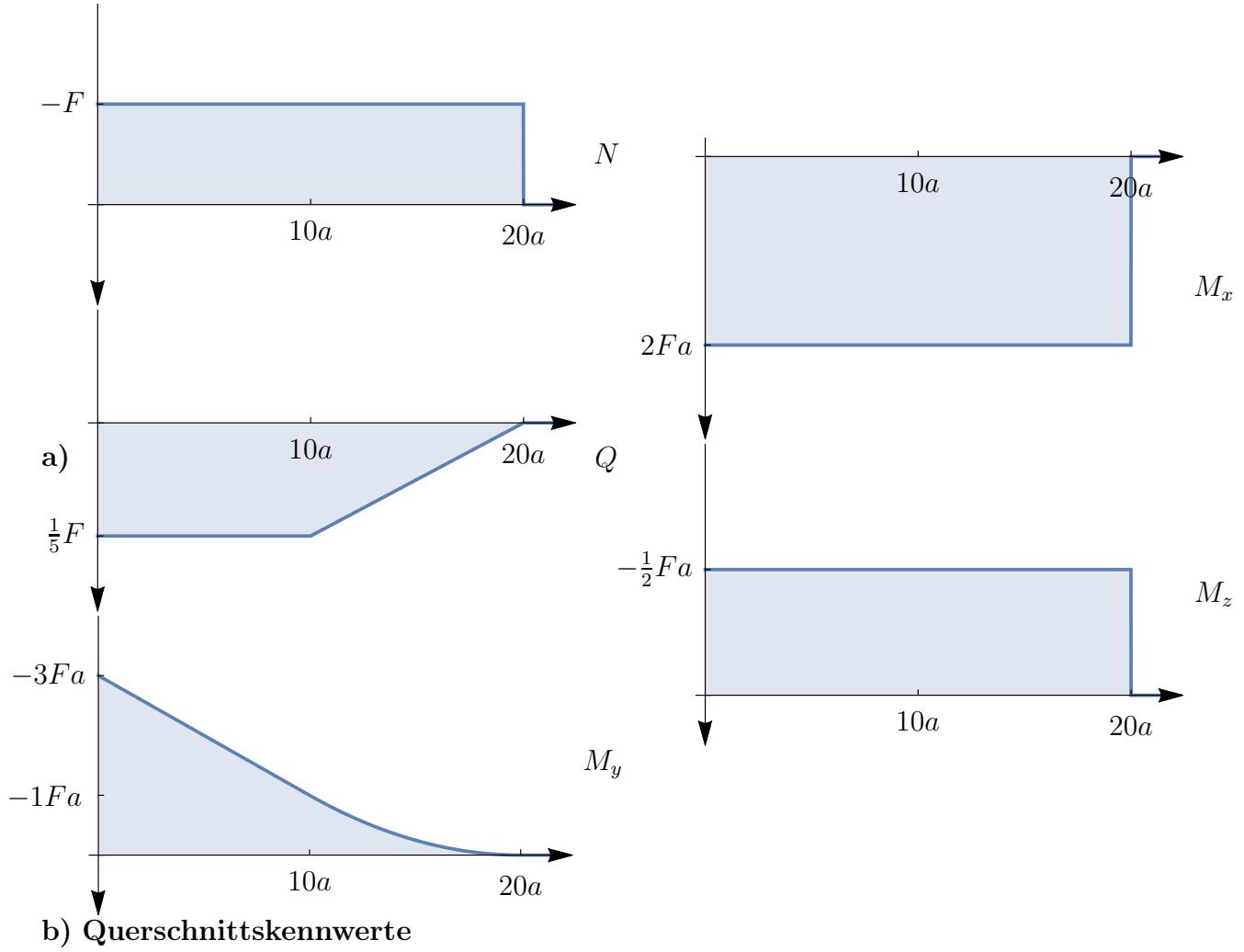
Hinweis: Eine Verwölbung des Querschnitts ist nicht verhindert. Es darf ein dünnwandiger Querschnitt angenommen werden.

## Musterlösung - Aufgabe 1

### Aufgabe 2.1

$$M_{T,\text{ges}} = 2 \cdot 100 \text{ kNm} + 100 \text{ kN} \cdot 2,85 \text{ cm} = 485 \text{ kNm} = 4.85 \text{ kNm}$$

### Aufgabe 2.2



$$\begin{aligned}
 A &= (2a+t)(a+t) - (2a-t)(a-t) &= 0,6a^2 \\
 I_y &= \frac{(a+t)(2a+t)^3}{12} - \frac{(a-t)(2a-t)^3}{12} &= 0,3345a^4 \\
 I_z &= \frac{(a+t)^3(2a+t)}{12} - \frac{(a-t)^3(2a-t)}{12} &= 0,1175a^4 \\
 S_{y,A} &= \left(\frac{a}{2} + \frac{t}{2}\right)(a+t) \left[ \left(\frac{a}{2} + \frac{t}{2}\right) \frac{1}{2} + \frac{a}{2} \right] \\
 &\quad - \left(\frac{a}{2} - \frac{t}{2}\right)(a-t) \left[ \left(\frac{a}{2} - \frac{t}{2}\right) \frac{1}{2} + \frac{a}{2} \right] &= 0,17525a^3 \\
 W_T &= 2 \cdot 2a \cdot a \cdot t &= 0,4a^3
 \end{aligned}$$

## Querschnittskennwerte dünnwandig (alternativ)

$$\begin{aligned}
 A &= 2t(2a + a) = 0,6a^2 \\
 I_y &= 2 \left( \frac{t(2a)^3}{12} + at \cdot a^2 \right) = \frac{1}{3}a^4 = 0.3333a^4 \\
 I_z &= 2 \left( \frac{ta^3}{12} + 2at \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \right) = \frac{7}{60}a^4 = 0.1167a^4 \\
 S_{y,A} &= 2 \cdot \frac{a}{2} t \cdot \frac{3}{4}a + at \cdot a = \frac{7}{40}a^3 = 0,175a^3 \\
 W_T &= 2 \cdot 2a \cdot a \cdot t = 0,4a^3
 \end{aligned}$$

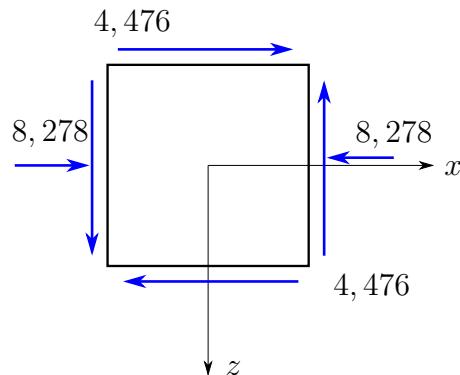
## Normalspannung

$$\begin{aligned}
 \sigma_A &= \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y}z - \frac{M_z}{I_z}y \\
 &= -\frac{F}{0,6a^2} + \frac{-3Fa}{0,3345a^4} \frac{a}{2} - \frac{-\frac{1}{2}Fa}{0,1175a^4} \left(-\frac{a}{2}\right) \\
 &= (-1,667 - 4,4843 - 2,128) \frac{F}{a^2} = -8.278 \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{a}^2}
 \end{aligned}$$

## Schubspannung

$$\begin{aligned}
 \tau_A &= \frac{QS_y}{I_y b} - \frac{M_T}{W_T} = \frac{\frac{1}{5}F \cdot 0,175a^3}{0,3345a^4 \cdot 2\frac{1}{10}a} - \frac{2Fa}{0,4a^3} \\
 &= (0,524 - 5) \frac{F}{a^2} = -4,476 \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{a}^2}
 \end{aligned}$$

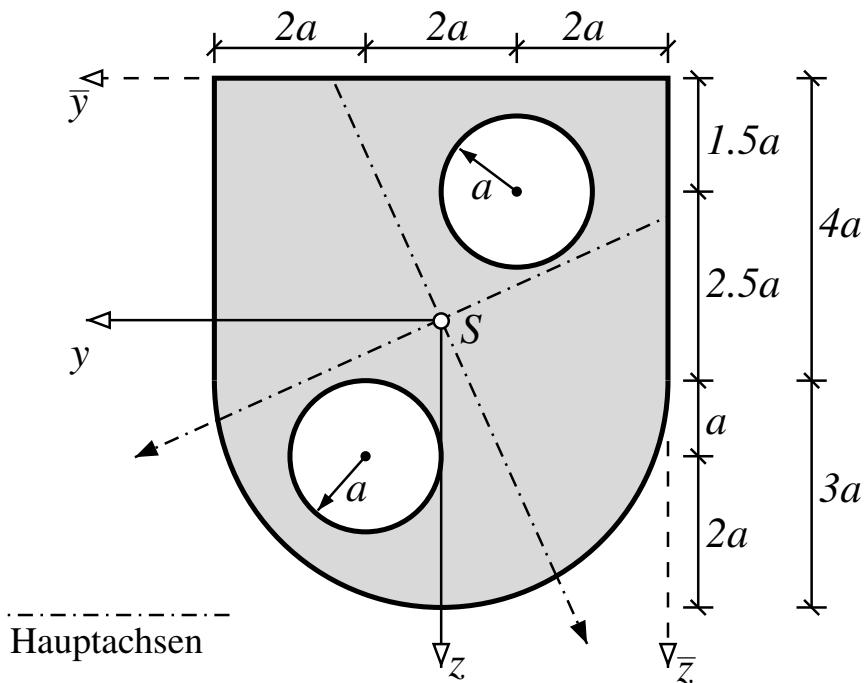
## Darstellung $[F/a^2]$



## c) Verdrehung

$$\begin{aligned}
 I_T &= \frac{4A_m^2}{\oint \frac{1}{t} ds} = \frac{4(2a^2)^2}{2(2a+a)\frac{1}{t}} = \frac{16a^4}{60} = \frac{4}{15}a^4 \\
 \vartheta &= \frac{M_T L}{G I_T} = \frac{2F_a \cdot 20a}{G \frac{4}{15}a^4} = 150 \frac{F}{Ga^2}
 \end{aligned}$$

## 2. Aufgabe: (ca. 25 % der Gesamtpunkte)



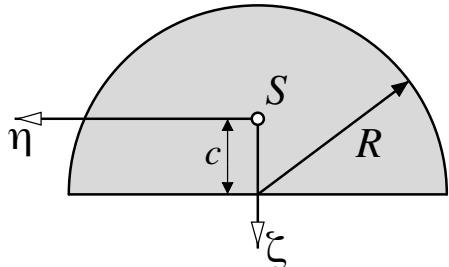
Der in der Abbildung angegebene Querschnitt ist unten durch einen Halbkreis berandet. In dem Querschnitt sind zwei kreisförmige Aussparungen vorgesehen.

Zu bearbeiten sind die folgenden Teilaufgaben:

- Ermitteln Sie, ausgehend vom  $\bar{y}\bar{z}$ -Koordinatensystem, die Lage des Schwerpunkts  $S$ . Zeigen Sie, dass  $\bar{z}_s = 3.206 a$  gilt.
- Berechnen Sie die Flächenträgheitsmomente  $I_y$  und  $I_z$  sowie das Deviationsmoment  $I_{yz}$  in Bezug auf den zuvor ermittelten Schwerpunkt.
- Ordnen Sie die Hauptträgheitsmomente  $I_1$  und  $I_2$  den skizzierten Hauptachsen zu. Begründen Sie die Zuordnung.

Gegeben:  $a$ ,  $I_1 = 120.332 a^4$ ,  $I_2 = 90.995 a^4$

Hinweis:

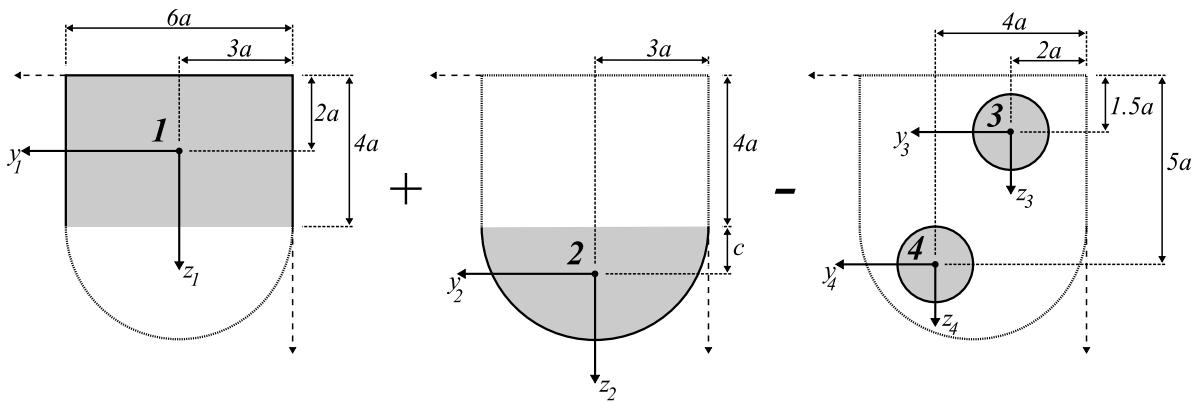


$$I_\eta = \frac{R^4}{72\pi} (9\pi^2 - 64) \quad I_{\eta\zeta} = 0$$

$$I_\zeta = \frac{\pi R^4}{8} \quad c = \frac{4R}{3\pi}$$

## Musterlösung - Aufgabe 2

Aufteilung in positive und negative Flächen:



a) Schwerpunkt in Bezug auf das  $\bar{y}\bar{z}$ -Koordinatensystem:

$$\begin{aligned}\bar{y}_s &= \frac{\sum A_i \cdot \bar{y}_{si}}{\sum A_i} = \frac{24 a^2 \cdot 3a + \frac{1}{2} \pi (3a)^2 \cdot 3a - \pi a^2 \cdot 2a - \pi a^2 \cdot 4a}{24 a^2 + \frac{1}{2} \pi (3a)^2 - \pi a^2 - \pi a^2} \\ &= 3.000 a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{z}_s &= \frac{\sum A_i \cdot \bar{z}_{si}}{\sum A_i} = \frac{24 a^2 \cdot 2a + \frac{1}{2} \pi (3a)^2 \cdot (4a + \frac{4 \cdot 3a}{3\pi}) - \pi a^2 \cdot 1.5a - \pi a^2 \cdot 5a}{(24 + 2.5 \pi) a^2} \\ &= 3.206 a\end{aligned}$$

b) Flächenträgheitsmomente  $I_y$ ,  $I_z$  und Deviationsmoment  $I_{yz}$ :

$$\text{mit } \bar{z}_{s2} = 4a + \frac{4 \cdot 3a}{3\pi} = 5.273a$$

$i$	$I_{yi}$	$A_i \cdot z_{si}^2$
1	$\frac{6a (4a)^3}{12} = 32 a^4$	$24a^2 \cdot (2a - 3.206a)^2 = 34.906 a^4$
2	$\frac{(3a)^4 (9\pi^2 - 64)}{72\pi} = 8.890 a^4$	$\frac{\pi (3a)^2}{2} \cdot (5.273a - 3.206a)^2 = 60.401 a^4$
3	$-\frac{\pi a^4}{4} = -0.785 a^4$	$-\pi a^2 \cdot (1.5a - 3.206a)^2 = -9.143 a^4$
4	$-\frac{\pi a^4}{4} = -0.785 a^4$	$-\pi a^2 \cdot (5a - 3.206a)^2 = -10.111 a^4$
$\sum$	$39.320 a^4$	$76.053 a^4$

$$\Rightarrow I_y = \sum I_{yi} + \sum A_i \cdot z_{si}^2 = 115.372 a^4$$

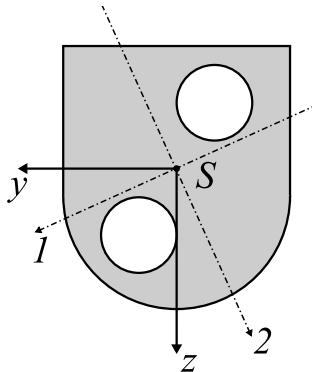
$i$	$I_{zi}$	$A_i \cdot y_{si}^2$
1	$\frac{4a(6a)^3}{12} = 72a^4$	$24a^2 \cdot (3a - 3a)^2 = 0$
2	$\frac{\pi(3a)^4}{8} = 31.809a^4$	$\frac{\pi(3a)^2}{2} \cdot (3a - 3a)^2 = 0$
3	$-\frac{\pi a^4}{4} = -0.785a^4$	$-\pi a^2(2a - 3a)^2 = -\pi a^4$
4	$-\frac{\pi a^4}{4} = -0.785a^4$	$-\pi a^2(4a - 3a)^2 = -\pi a^4$
$\sum$	$102.238a^4$	$-6.283a^4$

$$\Rightarrow I_z = \sum I_{zi} + \sum A_i \cdot y_{si}^2 = 95.955a^4$$

$i$	$I_{yzi}$	$A_i \cdot y_{si} \cdot z_{si}$
1	0	$24a^2 \cdot (3a - 3a) \cdot (2a - 3.206a) = 0$
2	0	$\frac{\pi(3a)^2}{2} \cdot (3a - 3a) \cdot (5.273a - 3.206a) = 0$
3	0	$-\pi a^2(2a - 3a) \cdot (1.5a - 3.206a) = -5.360a^4$
4	0	$-\pi a^2(4a - 3a) \cdot (5a - 3.206a) = -5.636a^4$
$\sum$	0	$-10.996a^4$

$$\Rightarrow I_{yz} = \sum I_{yzi} + \sum A_i \cdot y_{si} \cdot z_{si} = -10.996a^4$$

c) Lage und Richtung der Hauptträgheitsachsen:



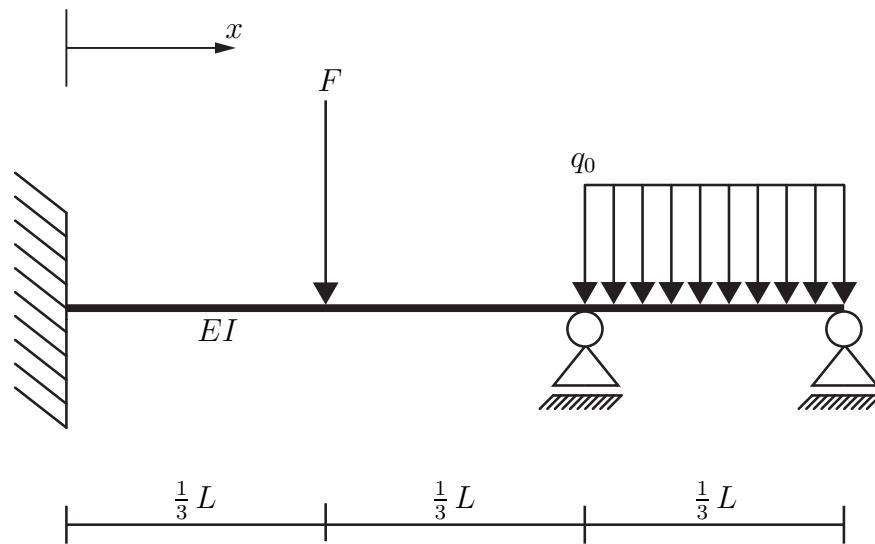
Die erste Hauptachse  $I_1$  muss näher bei der Achse mit dem größeren Flächenträgheitsmoment liegen. Aus Aufgabenteil b) folgt, dass  $I_y > I_z$  gilt.

Alternativ:

$$\varphi^* = \frac{1}{2} \cdot \arctan \left( \frac{-2I_{yz}}{I_y - I_z} \right)$$

$$I_\eta(\varphi^*) = \frac{I_y + I_z}{2} + \dots = I_1$$

### 3. Aufgabe: (ca. 19 % der Gesamtpunkte)



Der dargestellte Balken ( $EI = \text{konst.}$ ) der Länge  $L$  wird durch eine konstante Streckenlast  $q_0$  und eine Einzelast  $F$  belastet.

- Geben Sie den Grad der statischen Unbestimmtheit an.
- Führen Sie die Integrationen der DGL der Biegelinie für den gesamten Träger durch, so dass Sie die Biegelinie in Abhängigkeit der Integrationskonstanten und der Koordinate  $x$  erhalten. Wieviele Integrationskonstanten gibt es?
- Geben Sie alle erforderlichen Übergangs- und Randbedingungen an.

Gegeben:  $L, q_0, EI, F$ .

Hinweis: In den Aufgabenteilen b) und c) müssen die Integrationskonstanten nicht bestimmt werden!

## Musterlösung - Aufgabe 3

### a) Statische Bestimmtheit

- mit  $n = 1$ ,  $g = 0$ ,  $a = 5$  folgt  $f = 3n - (a + g) = 3 - 5 = -2$

- System ist nicht kinematisch gelagert

System ist 2-fach statisch unbestimmt

### b) Biege-DGL

Bereich I ( $0 \leq x \leq \frac{1}{3}L$ ) :

$$EIw_I''' = 0$$

$$EIw_I'' = c_1$$

$$EIw_I' = c_1x + c_2$$

$$EIw_I = c_1 \frac{x^2}{2} + c_2x + c_3$$

$$EIw_I = c_1 \frac{x^3}{6} + c_2 \frac{x^2}{2} + c_3x + c_4$$

Bereich II ( $\frac{1}{3}L \leq x \leq \frac{2}{3}L$ ) :

$$EIw_{II}''' = 0$$

$$EIw_{II}'' = c_5$$

$$EIw_{II}' = c_5x + c_6$$

$$EIw_{II} = c_5 \frac{x^2}{2} + c_6x + c_7$$

$$EIw_{II} = c_5 \frac{x^3}{6} + c_6 \frac{x^2}{2} + c_7x + c_8$$

Bereich III ( $\frac{2}{3}L \leq x \leq L$ ) :

$$EIw_{III}''' = q_0$$

$$EIw_{III}'' = q_0x + c_9$$

$$EIw_{III}' = q_0 \frac{x^2}{2} + c_9x + c_{10}$$

$$EIw_{III} = q_0 \frac{x^3}{6} + c_9 \frac{x^2}{2} + c_{10}x + c_{11}$$

$$EIw_{III} = q_0 \frac{x^4}{24} + c_9 \frac{x^3}{6} + c_{10} \frac{x^2}{2} + c_{11}x + c_{12}$$

Es ergeben sich 12 Integrationskonstanten

**b) Rand- und Übergangsbedingungen**

geometrische RBen:

$$\begin{aligned} w_I(0) &= 0 & w_{II}\left(\frac{2}{3}L\right) &= 0 \\ w'_I(0) &= 0 & w_{III}(L) &= 0 \end{aligned}$$

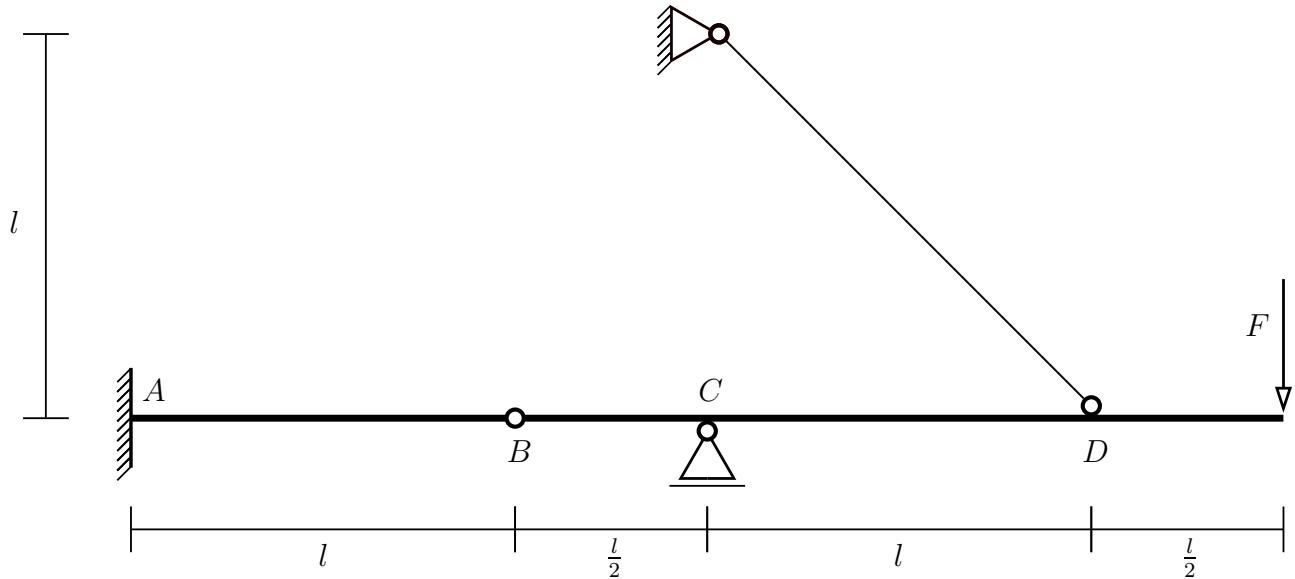
geometrische ÜBen:

$$\begin{aligned} w_I\left(\frac{1}{3}L\right) &= w_{II}\left(\frac{1}{3}L\right) & w_{II}\left(\frac{2}{3}L\right) &= w_{III}\left(\frac{2}{3}L\right) \\ w'_I\left(\frac{1}{3}L\right) &= w'_{II}\left(\frac{1}{3}L\right) & w'_{II}\left(\frac{2}{3}L\right) &= w'_{III}\left(\frac{2}{3}L\right) \end{aligned}$$

statische RB'en und ÜB'en:

$$\begin{aligned} M_{III}(L) &= 0 \\ M_I\left(\frac{1}{3}L\right) &= M_{II}\left(\frac{1}{3}L\right) \\ M_{II}\left(\frac{2}{3}L\right) &= M_{III}\left(\frac{2}{3}L\right) \\ Q_I\left(\frac{1}{3}L\right) &= Q_{II}\left(\frac{1}{3}L\right) + F \end{aligned}$$

**4. Aufgabe:** (ca. 31 % der Gesamtpunkte)



Zwei Balken ( Biegesteifigkeit  $EI$  , Dehnsteifigkeit  $EA_1$  ) sind im Punkt  $B$  durch ein Gelenk miteinander verbunden und werden in Punkt  $A$  und  $C$  gemäß Zeichnung gelagert. In Punkt  $D$  wird ein Stab ( Dehnsteifigkeit  $EA_2$  ) wie dargestellt angebracht. Das Tragwerk wird durch eine Einzellast  $F$  belastet.

Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben:

- Untersuchen Sie das System hinsichtlich statischer Bestimmtheit.
- Berechnen Sie das Einspannmoment  $M^A$  in Punkt  $A$ .
- Berechnen Sie die Biegesteifigkeit  $EI$  der Balken so, dass kein Moment in Lager  $A$  wirkt.

Gegeben:  $EI = \text{konst.}$ ,  $EA_1 = \text{konst.}$ ,  $EA_2 = \text{konst.}$ ,  $F, l$ , Koppeltafel (siehe Anhang)

## Musterlösung - Aufgabe 4

a) Statische Bestimmtheit:

$a = \text{Auflager}$

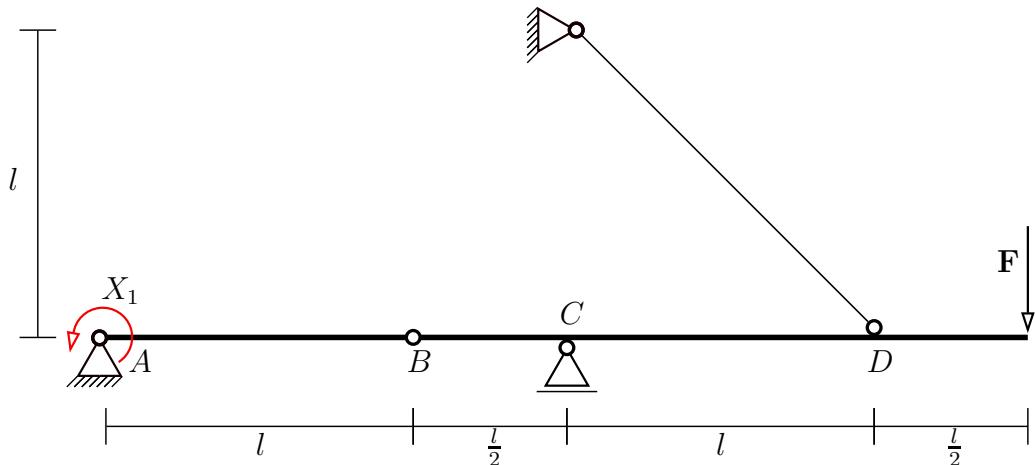
$$a + g = 3 n$$

$g = \text{Knotenkräfte}$

$n = \text{Anzahl Teilkörper}$

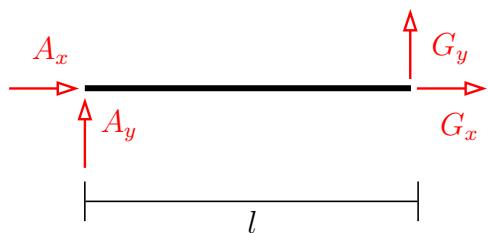
$$\Rightarrow (5 + 2) - 3 \cdot 2 = 1 \quad \rightarrow \text{1-fach statisch unbestimmt}$$

b) Statisch bestimmtes Grundsystem ( 1 Bindung lösen )

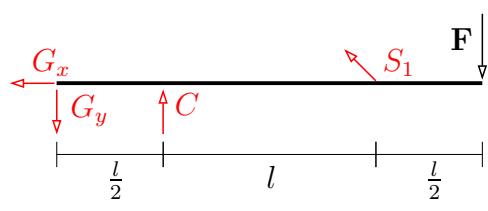


Lagerreaktionen:

0-Lastfall



$$\begin{aligned} \sum M^B &= 0 : & A_y &= 0 \\ \sum F_y^i &= 0 : & G_y &= 0 \\ \sum F_x^i &= 0 : & G_x &= -A_x \end{aligned}$$

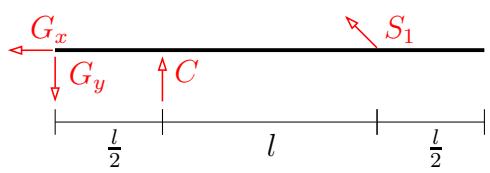


$$\begin{aligned} \sum M^D &= 0 : & C &= -\frac{1}{2}F \\ \sum F_y^i &= 0 : & S_1 &= \frac{3}{\sqrt{2}}F \\ \sum F_x^i &= 0 : & G_x &= -A_x = -\frac{3}{2}F \end{aligned}$$

1-Lastfall



$$\begin{aligned}\sum M^B = 0 : \quad A_y &= \frac{1}{l} \\ \sum F_y^i = 0 : \quad G_y &= -\frac{1}{l} \\ \sum F_x^i = 0 : \quad G_x &= -A_x\end{aligned}$$

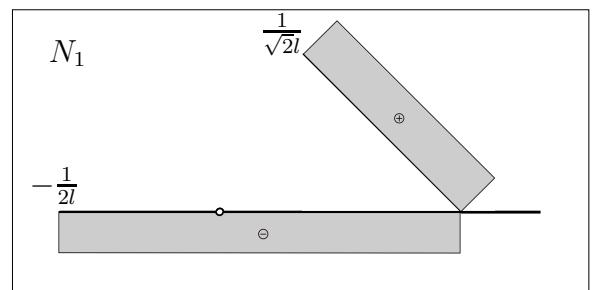
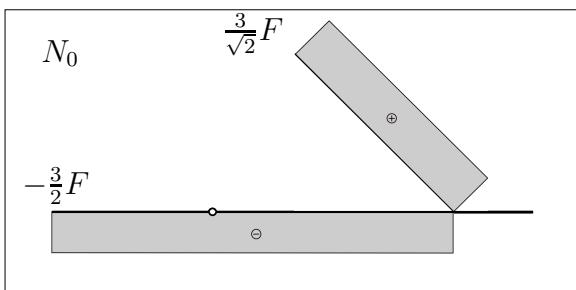
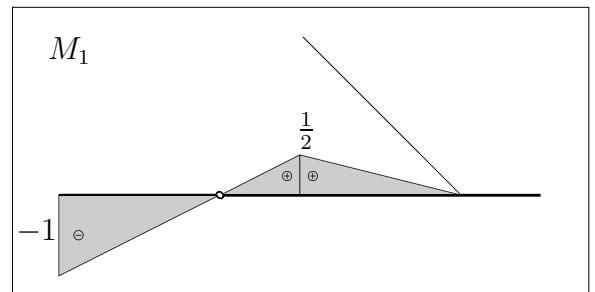
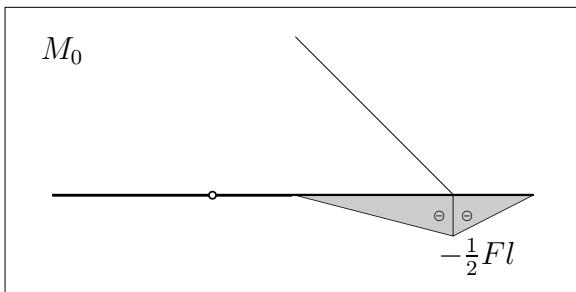


$$\begin{aligned}\sum M^D = 0 : \quad C &= -\frac{3}{2l} \\ \sum F_y^i = 0 : \quad S_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}l} \\ \sum F_x^i = 0 : \quad G_x &= -A_x = -\frac{1}{2l}\end{aligned}$$

Schnittgrößen:

0-LASTFALL

1-LASTFALL



Einflusszahlen/Verschiebungen:

$$\begin{aligned}\alpha_{10} &= \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{6} \left( -\frac{1}{2} Fl \right) \left( \frac{1}{2} l \right) \right] + \frac{1}{EA_1} \left[ \left( -\frac{3}{2} F \right) \left( -\frac{1}{2l} \right) \left( \frac{5}{2} l \right) \right] + \frac{1}{EA_2} \left[ \left( \frac{3}{2} \sqrt{2} F \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}l} \right) \left( \sqrt{2} l \right) \right] \\ &= -\frac{Fl^2}{24EI} + \frac{15F}{8EA_1} + \frac{3F}{\sqrt{2}EA_2} \\ \alpha_{11} &= \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{3} (-1)^2 (l) + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} \right)^2 \left( \frac{1}{2} l \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} \right)^2 (l) \right] \\ &\quad + \frac{1}{EA_1} \left[ \left( -\frac{1}{2l} \right)^2 \left( \frac{5}{2} l \right) \right] + \frac{1}{EA_2} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{2}l} \right)^2 (\sqrt{2} l) \right] \\ &= \frac{11l}{24EI} + \frac{5}{8EA_1 l} + \frac{1}{\sqrt{2}EA_2 l}\end{aligned}$$

Kompatibilität/Verträglichkeit:

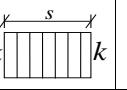
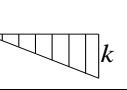
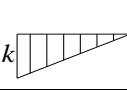
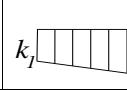
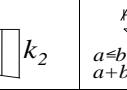
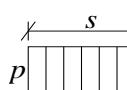
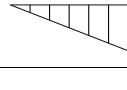
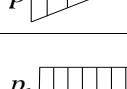
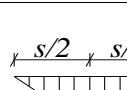
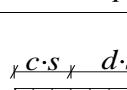
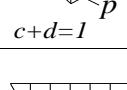
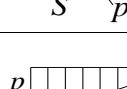
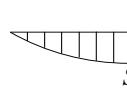
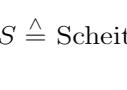
$$\begin{aligned}\alpha_{10} + X_1 \alpha_{11} &= 0 \\ \Rightarrow X_1 &= -\frac{\alpha_{10}}{\alpha_{11}} = -\frac{-\frac{Fl^2}{24EI} + \frac{15F}{8EA_1} + \frac{3F}{\sqrt{2}EA_2}}{\frac{11l}{24EI} + \frac{5}{8EA_1l} + \frac{1}{\sqrt{2}EA_2l}} \\ M^A &= X_1\end{aligned}$$

c) Biegesteifigkeit  $EI$

$$\begin{aligned}M^A &= X_1 = 0 \\ \Rightarrow \alpha_{10} &= -\frac{Fl^2}{24EI} + \frac{15F}{8EA_1} + \frac{3F}{\sqrt{2}EA_2} = 0 \\ \Rightarrow EI &= \frac{1}{\frac{45}{EA_1l^2} + \frac{72}{\sqrt{2}EA_2l^2}}\end{aligned}$$

## Anhang: Koppeltafel

Werte der Integrale  $\int_0^s P(x) \cdot K(x) dx$

$K(x)$ $P(x)$						
	$pks$	$\frac{1}{2}pks$	$\frac{1}{2}pks$	$\frac{p}{2}(k_1 + k_2)s$	$\frac{1}{2}pks$	$\frac{2}{3}pks$
	$\frac{1}{2}pks$	$\frac{1}{3}pks$	$\frac{1}{6}pks$	$\frac{p}{6}(k_1 + 2k_2)s$	$\frac{1}{6}pk(1+a)s$	$\frac{1}{3}pks$
	$\frac{1}{2}pks$	$\frac{1}{6}pks$	$\frac{1}{3}pks$	$\frac{p}{6}(2k_1 + k_2)s$	$\frac{1}{6}pk(1+b)s$	$\frac{1}{3}pks$
	$\frac{k}{2}(p_1 + p_2)s$	$\frac{k}{6}(p_1 + 2p_2)s$	$\frac{k}{6}(2p_1 + p_2)s$	$[\frac{p_1}{6}(2k_1 + k_2) + \frac{p_2}{6}(k_1 + 2k_2)]s$	$[\frac{k}{6}[p_1(1+b) + p_2(1+a)]s$	$\frac{k}{3}(p_1 + p_2)s$
	$\frac{1}{2}pks$	$\frac{1}{4}pks$	$\frac{1}{4}pks$	$\frac{p}{4}(k_1 + k_2)s$	$\frac{pk}{12b}(3 - 4a^2)s$	$\frac{5}{12}pks$
	$\frac{1}{2}pks$	$\frac{pk}{6}(1+c)s$	$\frac{pk}{6}(1+d)s$	$\frac{p}{6}[k_1(1+d) + k_2(1+c)]s$	$\frac{pk}{6bc}(2c - c^2 - a^2)s$ für $c \geq a$	$\frac{pk}{3}(1+cd)s$
	$\frac{2}{3}pks$	$\frac{1}{3}pks$	$\frac{1}{3}pks$	$\frac{p}{3}(k_1 + k_2)s$	$\frac{pk}{3}(1+ab)s$	$\frac{8}{15}pks$
	$\frac{2}{3}pks$	$\frac{1}{4}pks$	$\frac{5}{12}pks$	$\frac{p}{12}(5k_1 + 3k_2)s$	$\frac{pk}{12}(5 - a - a^2)s$	$\frac{7}{15}pks$
	$\frac{2}{3}pks$	$\frac{5}{12}pks$	$\frac{1}{4}pks$	$\frac{p}{12}(3k_1 + 5k_2)s$	$\frac{pk}{12}(5 - b - b^2)s$	$\frac{7}{15}pks$
	$\frac{1}{3}pks$	$\frac{1}{12}pks$	$\frac{1}{4}pks$	$\frac{p}{12}(3k_1 + k_2)s$	$\frac{pk}{12}(1 + b + b^2)s$	$\frac{1}{5}pks$
	$\frac{1}{3}pks$	$\frac{1}{4}pks$	$\frac{1}{12}pks$	$\frac{p}{12}(k_1 + 3k_2)s$	$\frac{pk}{12}(1 + a + a^2)s$	$\frac{1}{5}pks$

$S \stackrel{\wedge}{=} \text{Scheitel einer quadratischen Parabel}$

Modulprüfung  
Festigkeitslehre  
am 25. März 2021

## Lösungsvorlage

Name: ..... Vorname: .....

Matr.-Nr: ..... Studiengang: .....