Modulprüfung

Statik starrer Körper

15. März 2023

Name: .... Vorname: ....

Matr.-Nr.: .... Studiengang: ....

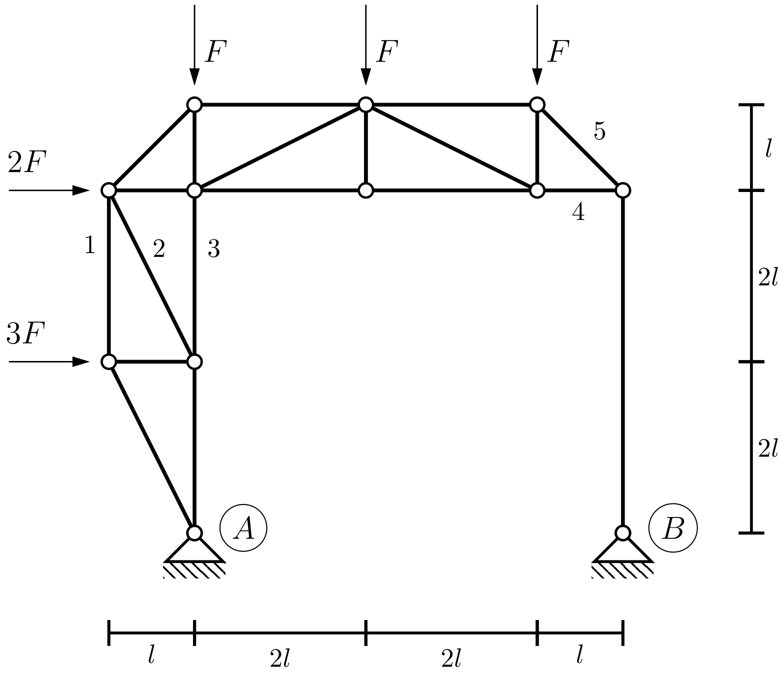
Hinweise:

- Bitte schreiben Sie deutlich lesbar. Zeichnungen müssen sauber und übersichtlich sein. Die Benutzung roter und grüner Farbstifte ist nicht zugelassen.
- Aufgaben werden nur beurteilt, wenn sie auf den ausgegebenen Blättern gelöst sind. Eventuell abgegebene Formelsammlungen werden als nicht vorhanden betrachtet. Trennen Sie die Aufgabenblätter nicht auf.
- Bei den Aufgaben muss eindeutig der Lösungsweg erkennbar sein. Ein Ergebnis ohne Lösungsweg wird nicht bewertet. Sollten für eine Aufgabe mehrere widersprüchliche Lösungen angegeben sein, so wird keine bewertet. Streichen Sie deshalb falsche Rechenschritte oder Zeichnungen durch.
- Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite.

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
Punkte					
Korrektor					

(Eintrag erfolgt durch Institut)

1. Aufgabe: (ca. 22 % der Gesamtpunkte)



Bearbeiten Sie für das dargestellte System folgende Aufgabenteile:

a) Beurteilen Sie das Tragwerk hinsichtlich statischer Bestimmtheit.

b) Bestimmen Sie, falls vorhanden, alle Nullstäbe des Systems (mit Begründung).

c) Bestimmen Sie alle Lagerreaktionen.

d) Bestimmen Sie die Stabkräfte in den Stäben $1 - 3$ mit dem Ritterschnittverfahren.

e) Bestimmen Sie die Stabkräfte in den Stäben $4 - 5$ mit dem Knotenpunktverfahren.

Gegeben: l, F

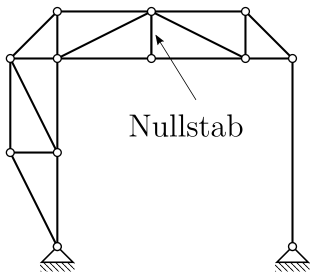
Musterlösung - Aufgabe 1

a) Statische Bestimmtheit

- $2k = s + a$ mit $s = 20$, $k = 12$, $a = 4 \rightarrow$ notwendige Bedingung
- nicht kinematisch, da Dreigelenkbogen $\rightarrow$ hinreichende Bedingung

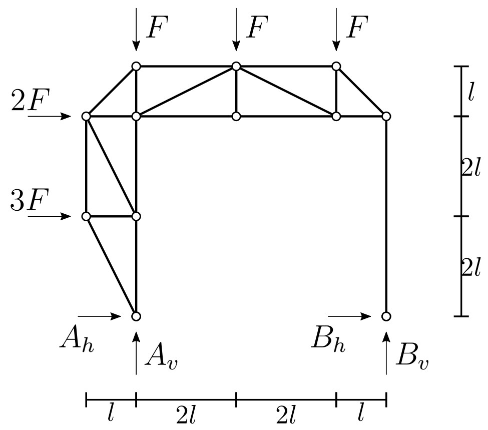
  $\Rightarrow$ statisch bestimmt

b) Nullstäbe



3 Stäbe an einem unbelasteten Knoten und 2 Stäbe in gleiche Richtung $\Rightarrow$ 3. Stab Nullstab

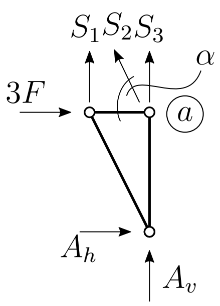
c) Lagerreaktionen in A und B



Pendelstab $\Rightarrow B_h = 0$

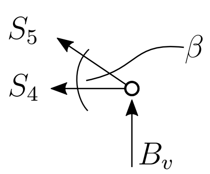
$$\Sigma M_{iz}^{(A)} = 0: \quad -3F \cdot 2l - 2F \cdot 4l - F \cdot 2l - F \cdot 4l + B_v \cdot 5l = 0 \quad \Rightarrow B_v = 4F$$
$$\Sigma F_{iv} = 0: \quad A_v + B_v - 3F = 0 \quad \Rightarrow A_v = -F$$
$$\Sigma F_{ih} = 0: \quad A_h + 5F = 0 \quad \Rightarrow A_h = -5F$$

d) Stabkräfte $1-3$ mit Ritterschnittverfahren



$$\Sigma M_{iz}^{(a)} = 0: \quad A_h \cdot 2l - S_1 \cdot l = 0 \quad \Rightarrow S_1 = -10F$$
$$\Sigma F_{ih} = 0: \quad 3F + A_h - S_2 \cos\alpha = 0 \quad \Rightarrow S_2 = -2\sqrt{5}F$$
$$\Sigma F_{iv} = 0: \quad A_v + S_3 + S_2 \sin\alpha + S_1 = 0 \quad \Rightarrow S_3 = 15F$$

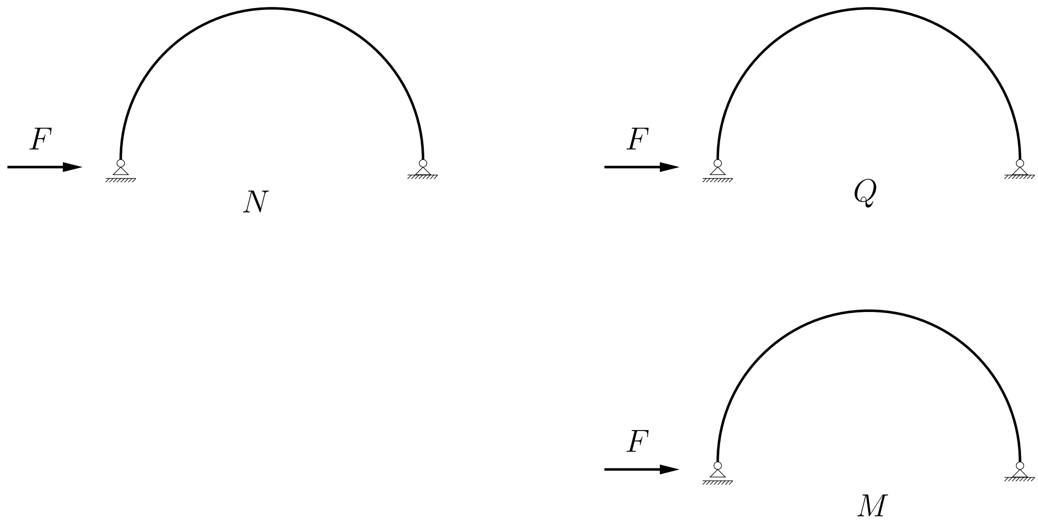
e) Stabkräfte 4.5 mit Knotenpunktverfahren



$$\Sigma F_{iv} = 0: \quad B_v + S_5 \sin\beta = 0 \quad \Rightarrow S_5 = -4\sqrt{2}F$$
$$\Sigma F_{ih} = 0: \quad -S_4 - S_5 \cos\beta = 0 \quad \Rightarrow S_4 = 4F$$

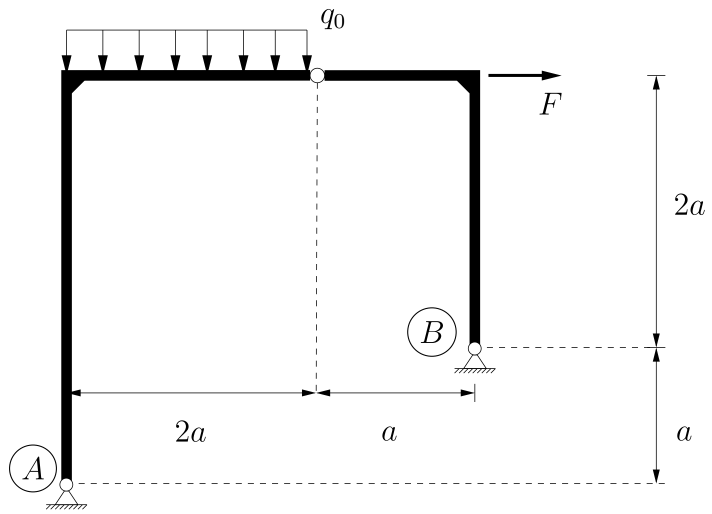
2. Aufgabe: (ca. 36 % der Gesamtpunkte)

Aufgabe 2.1



Skizzieren Sie qualitativ (ohne Rechnung möglich) die N-, Q- und M-Verläufe in dem oben dargestellten halbkreisförmigen Bogen.

Aufgabe 2.2



Bearbeiten Sie für das dargestellte System folgende Aufgabenteile:

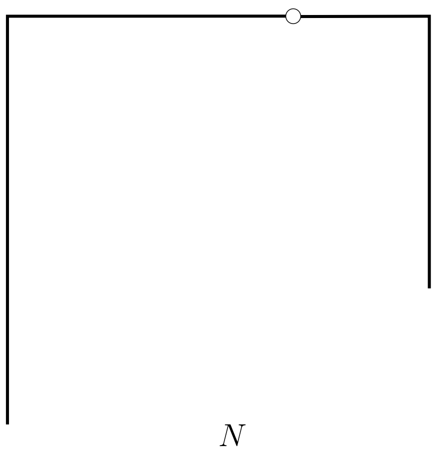
a) Beurteilen Sie das Tragwerk hinsichtlich statischer Bestimmtheit.

b) Bestimmen Sie die Lagerreaktionen in A und B.

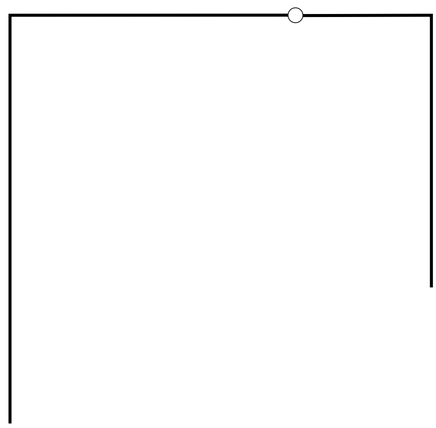
c) Bestimmen Sie die Schnittgrößen für den Fall $q_0a = 3F$ und tragen Sie die Schnittgrößenverläufe unter Angabe der maßgeblichen Ordinaten in die vorgesehenen Diagramme auf der folgenden Seite ein.

Gegeben: $F,\ q_0,\ a$

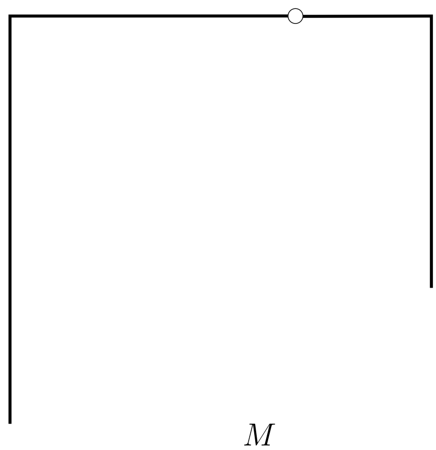
Vorlage zur 2. Aufgabe, c)



N

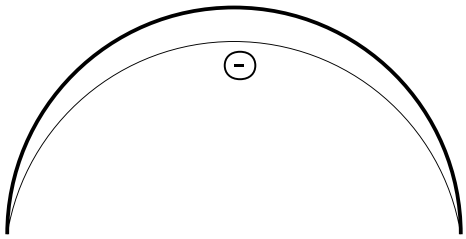


Q

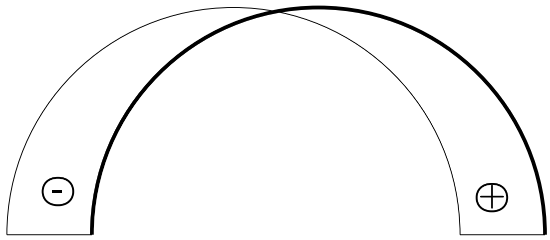


M

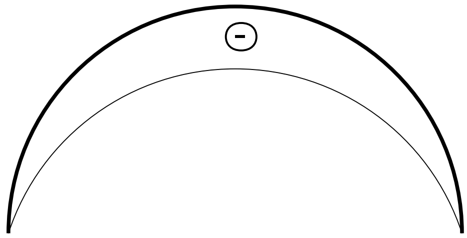
Musterlösung - Aufgabe 2
Aufgabe 2.1)



N



Q



M

Aufgabe 2.2 a)
Statische Bestimmtheit

- $a + g = 3\,n \quad \Rightarrow \quad 4 + 2 = 3 \cdot 2$

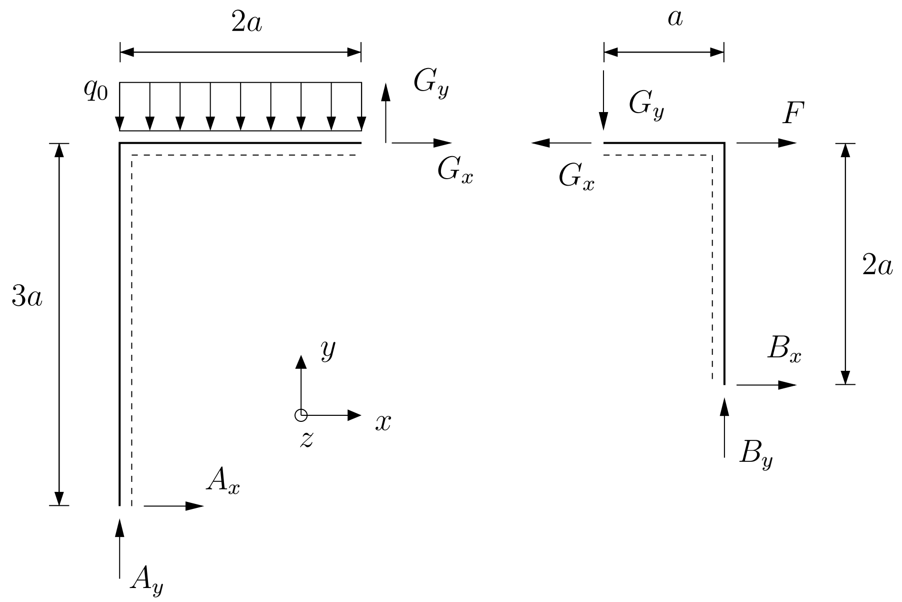
  $\rightarrow$ notwendige Bedingung

- nicht kinematisch

  $\rightarrow$ hinreichende Bedingung

$\Rightarrow$ statisch bestimmt

Aufgabe 2.2 b) Lagerreaktionen in A und B



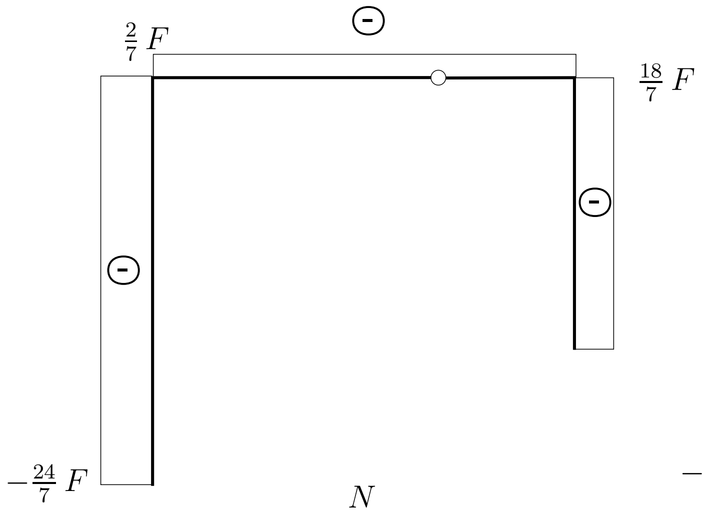
$$\begin{aligned}
\textbf{I:}\qquad \Sigma F_{ix} = 0: &\quad A_x + G_x = 0 && (1)\\
\Sigma F_{iy} = 0: &\quad A_y - q_0 \cdot 2\,a + G_y = 0 && (2)\\
\Sigma M_{iz}^{(G)} = 0: &\quad -A_y \cdot 2\,a + A_x \cdot 3\,a + q_0 \cdot 2\,a \cdot a = 0 && (3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\textbf{II:}\qquad \Sigma F_{ix} = 0: &\quad B_x + F - G_x = 0 && (4)\\
\Sigma F_{iy} = 0: &\quad B_y - G_y = 0 && (5)\\
\Sigma M_{iz}^{(B)} = 0: &\quad G_y \cdot a + G_x \cdot 2\,a - F \cdot 2\,a = 0 && (6)
\end{aligned}$$

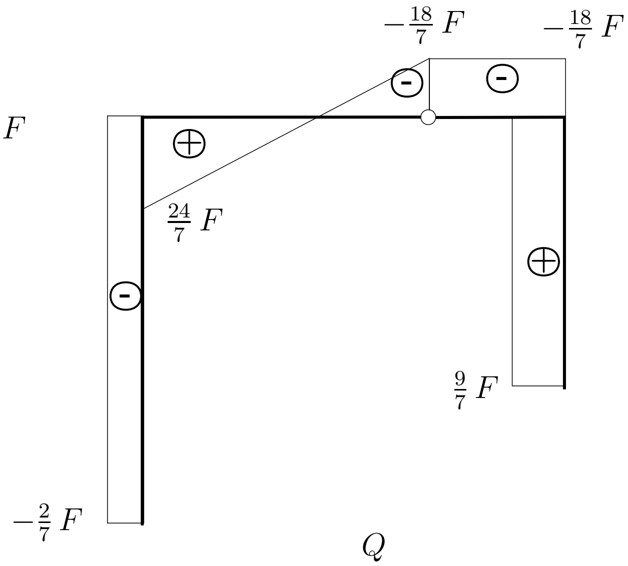
$$\begin{aligned}
\text{aus}\,(3): &\quad A_y = \frac{3}{2}\,A_x + q_0 a && (7)\\
\text{in}\,(2): &\quad \frac{3}{2}\,A_x + q_0 a - 2\,q_0 a + G_y = 0 \quad \Rightarrow \quad G_y = q_0 a - \frac{3}{2}\,A_x && (8)\\
(1): &\quad A_x = -G_x && (9)\\
(8), (9)\ \text{in}\,(6): &\quad q_0 a - \frac{3}{2}\,A_x - 2\,A_x - 2\,F = 0 && (10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{7}{2}\,A_x - 2\,F + q_0 a = 0\\
\Rightarrow\quad & A_x = \frac{2}{7}\,(-2\,F + \underbrace{q_0 a}_{3\,F}) = \frac{2}{7}\,F && = \frac{2}{21}\,q_0 a\\
& A_y = \frac{3}{2}\,\frac{2}{7}\,F + 3\,F = \frac{24}{7}\,F && = \frac{8}{7}\,q_0 a\\
& G_x = \frac{2}{7}\,F && = \frac{2}{21}\,q_0 a\\
& B_x = G_x - F = -\frac{9}{7}\,F && = -\frac{3}{7}\,q_0 a\\
& G_y = 2\,F - 2\,G_x = \frac{18}{7}\,F && = \frac{6}{7}\,q_0 a\\
& B_y = \frac{18}{7}\,F && = \frac{6}{7}\,q_0 a
\end{aligned}$$

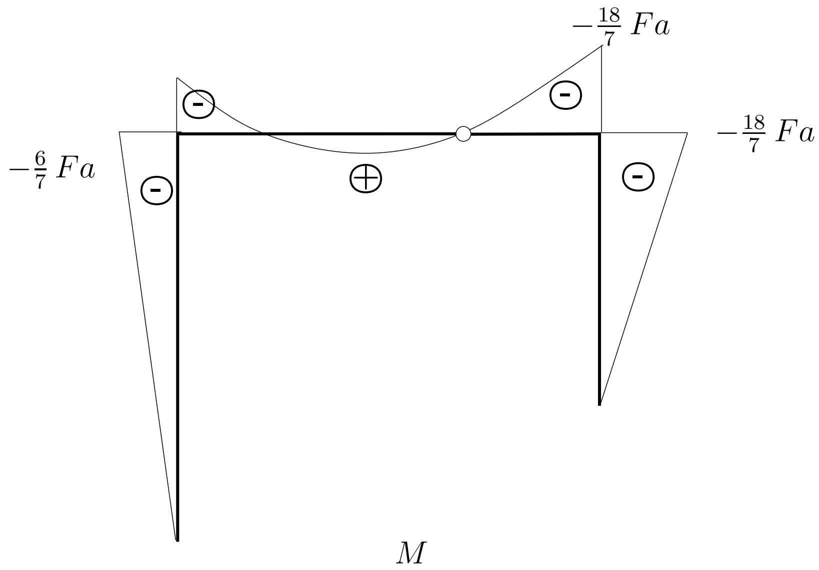
Aufgabe 2.2 c)



$\frac{2}{7}\,F$
$\frac{18}{7}\,F$
$-\frac{24}{7}\,F$
N

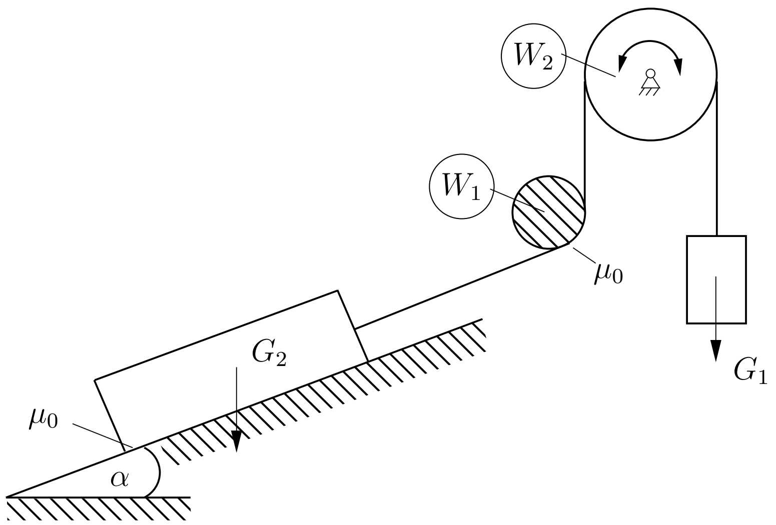


$-\frac{18}{7}\,F$
$-\frac{18}{7}\,F$
$\frac{24}{7}\,F$
$\frac{9}{7}\,F$
$-\frac{2}{7}\,F$
Q



$-\frac{18}{7}\,Fa$
$-\frac{6}{7}\,Fa$
$-\frac{18}{7}\,Fa$
M

3. Aufgabe: (ca. 22 % der Gesamtpunkte)



Zwei Gewichte G_1 und G_2 sind mit einem Seil verbunden, das wie skizziert um zwei Walzen geführt wird. Die größere Walze W_2 ist frei drehbar, die kleinere Walze W_1 is blockiert. Zwischen Seil und der kleinen Walze sowie zwischen G_2 und der schiefen Ebene herrscht Haften (Haftbeiwert μ_0).

a) Bestimmen Sie die maximale Gewichtskraft G_1, so dass das System in Ruhe bleibt.

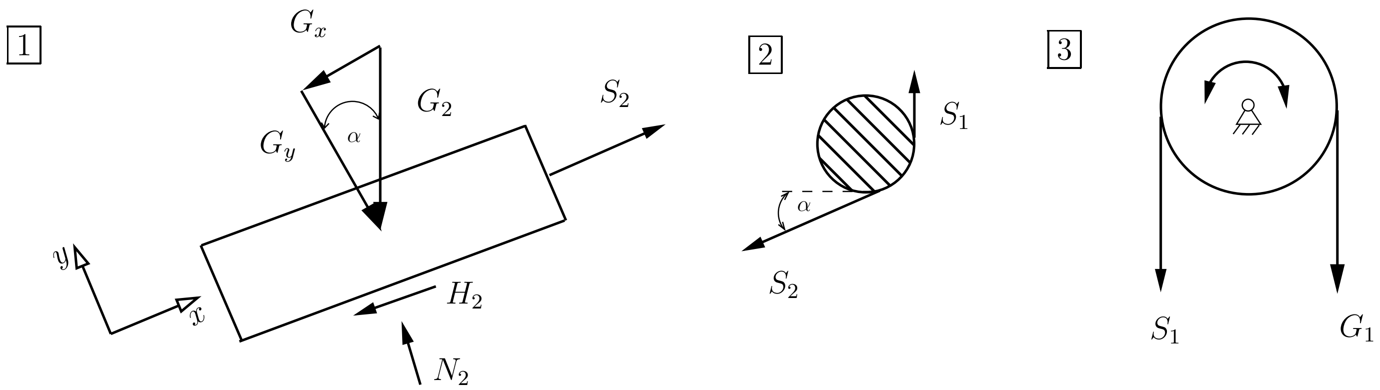
b) Wo tritt jeweils die größte Zugkraft im Seil auf und wie groß ist diese?

Gegeben: $G_2 = 200$ N, $\mu_0 = 0.3$, $\alpha = 30°$

Musterlösung - Aufgabe 3

Aufgabenteil a):

Freischnitte :



Haftbedingung: $H_2 \leq \mu_0 N_2$
Grenzfall Haften: $H_2 = \mu_0 N_2$ (1)

Euler-Eytelwein-Formel:
$\boxed{2}$ $S_1 \leq S_2\, e^{\mu_0 \delta}$ mit Umschlingungswinkel $\delta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ (2)

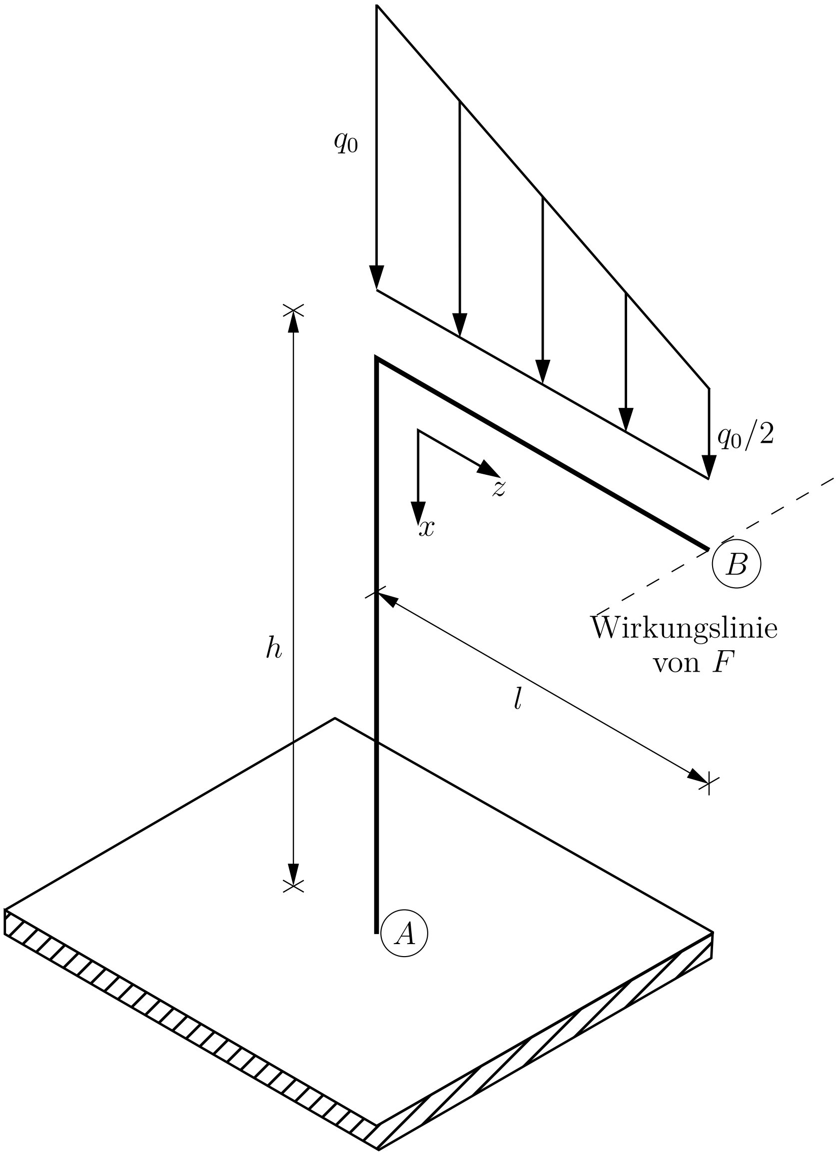
Gleichgewicht:
$\boxed{3}$ große Rolle:
$S_1 = G_1$ (3)

$\boxed{1}$ Klotz 2:
$\Sigma F_y = 0: \quad N_2 - G_2 \cos\alpha = 0 \longrightarrow \underline{\underline{N_2 = G_2 \cos\alpha}}$ (4)
$\Sigma F_x = 0: \quad -H_2 + S_2 - G_2 \sin\alpha = 0$ (5)

Berechnung:
(1) in (5): $-\mu_0 N_2 + S_2 - G_2 \sin\alpha = 0$ (6)
(4) in (6): $-\mu_0 G_2 \cos\alpha + S_2 - G_2 \sin\alpha = 0 \longrightarrow G_2\,(\mu_0 \cos\alpha + \sin\alpha) = S_2$ (7)
(3) in (2): $G_1 \leq S_2 e^{\mu_0 \delta}$ (8)
(7) in (8): $G_1 \leq G_2\,(\mu_0 \cos\alpha + \sin\alpha)\, e^{\mu_0 \delta}$ (9)
Werte in (9): $\underline{\underline{G_1^{max}}} = 200\ N \left(0.3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0.5\right) e^{0.3 \cdot \pi/3} = \underline{\underline{208.05\ N}}$

Aufgabenteil b):
$S_1 \geq S_2$
größte Seilkraft ist $\underline{\underline{S^{max}}} = S_1^{max} = G_1^{max} = \underline{\underline{208.05\ N}}$

4. Aufgabe: (ca. 20 % der Gesamtpunkte)



Ein im Punkt A eingespannter Rahmen sei durch eine trapezförmige Streckenlast (siehe Skizze) sowie eine im Punkt B angreifende und in positiver y-Richtung (Rechtssystem!) wirkende Kraft F belastet.

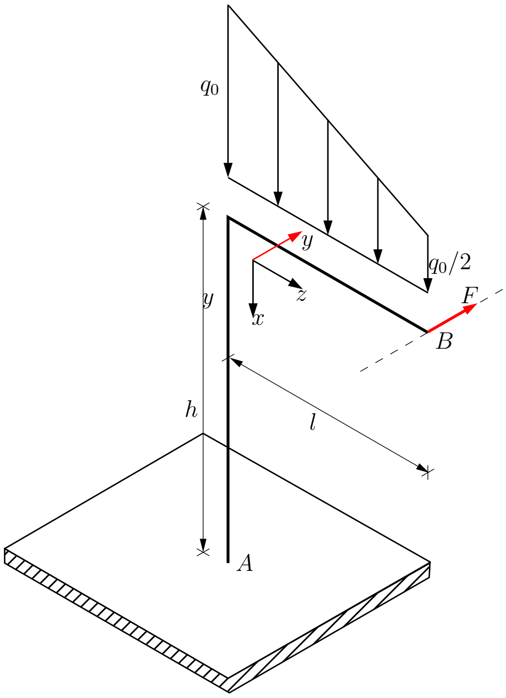
a) Zeichnen Sie die Kraft F in die Skizze ein.

b) Berechnen Sie die Lagerreaktionen im Punkt A.

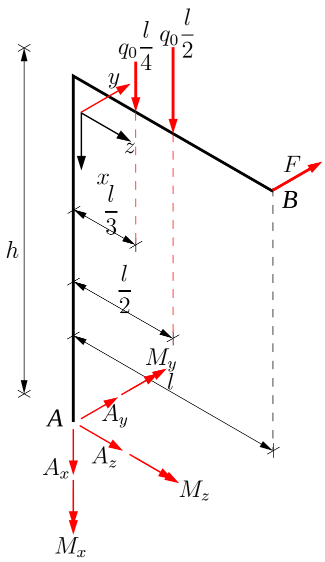
Gegeben: $h,\ l,\ q_0,\ F$

Musterlösung - Aufgabe 4

Aufgabe 4a) Skizze:



Aufgabe 4a) Freischnitt:



- pro Resultierender Kraft ein Punkt
- pro Wirkungslinie ein Punkt
- pro Lagerreaktion ein Punkt

Gleichgewicht:

$\sum F_x = 0:$	$\underline{\underline{A_x = -\frac{3}{4}q_0 l}}$	$\sum M_x^A = 0:$	$\underline{\underline{M_x = Fl}}$
$\sum F_y = 0:$	$\underline{\underline{A_y = -F}}$	$\sum M_y^A = 0:$	$\underline{\underline{M_y = -\frac{1}{3}q_0 l^2}}$
$\sum F_z = 0:$	$\underline{\underline{A_z = 0}}$	$\sum M_z^A = 0:$	$\underline{\underline{M_z = Fh}}$