

Institut für Mechanik
**Implementierung eines geometrisch nichtlinearen
 Interface-Elements zur Berechnung
 von statischen Fluid-Struktur-Kopplungen**
 Diplomarbeit cand. Math. techn. Anne Merkle

Motivation

- Beschreibung der Fluid-Struktur-Interaktion als energetisch äquivalente Strukturbelastung (d.h. netzfreie Darstellung des Fluids)
- Vergleich verschiedener Verfahren zur Lösung des erweiterten Gleichungssystem (Laufzeiten und Speicherbedarf)

Prinzip der virtuellen Verschiebungen

Bei einem im Gleichgewicht befindlichen Körper ist die virtuelle Energieänderung $\delta\mathcal{E}$ gleich der virtuellen Arbeit der äußeren Kräfte δW_{ext} :

$$\delta\mathcal{E} - \delta W_{ext} = 0.$$

Für die virtuelle Energieänderung gilt:

$$\delta\mathcal{E} = \delta\mathcal{E}_{elastisch} + \delta\mathcal{E}_{gas} + \delta\mathcal{E}_{fluid}.$$

⇒ Quasistatisches Gleichgewicht kann unter Zuhilfenahme der Materialgleichungen für Fluide so geschrieben werden, dass es nur von der Strukturgeometrie abhängt.
 ⇒ Netzfreie Darstellung des Fluids möglich.

Die Methode der Finiten Elemente

- Gebietszerlegung
 - Interpolationsvorschrift
 - Numerische Integration
- } Symmetrisches, reguläres und indefinites Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} K & X \\ X^T & Y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta d \\ \Delta p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix}$$

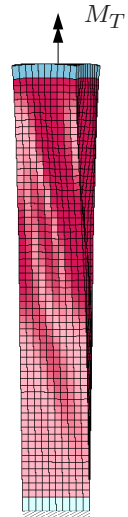
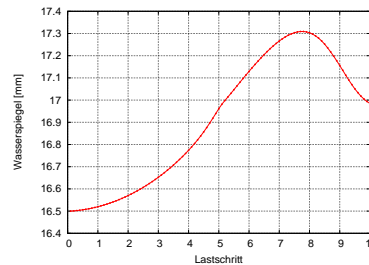
- K := Tangentielle Steifigkeitsmatrix
- X := Koppelmatrizen zwischen Struktur und Fluid
- Y := Fluidsteifigkeitsmatrix
- Δd := Änderung der Verschiebung
- Δp := Änderung der Fluidzustandsvariablen
- f := Lastvektor

Lösungsverfahren für indefinite Gleichungssysteme

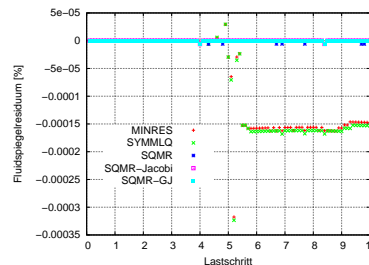
- Direktes Verfahren:**
 - Sherman-Morrison-Formel mit Cholesky-Zerlegung
- Iterative Verfahren:**
 - MINRES
 - SYMMLQ
 - SQMR
- Vorkonditionierer:**
 - Jacobimatrix
 - Jacobimatrix mit Beträgen
 - Generalisierte Jacobimatrix

Benchmark: Zylinder

Zylinder gefüllt mit inkompressiblem Fluid unter Torsion
 Fluidspiegelverlauf:



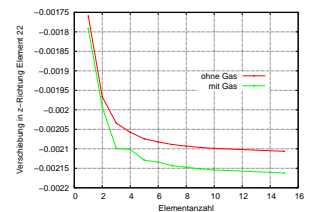
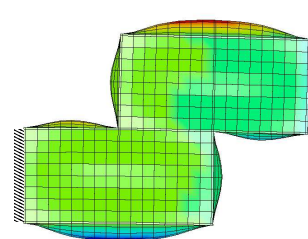
Fluidspiegelhöhe im Vergleich zur direkten Lösung:



Gesamthöhe: 32mm
 Wasserspiegel: 16.5mm
 Elastizitätsmodul: $7.5 \cdot 10^4 MPa$
 Querdehnzahl: 0.3

⇒ In der Nähe von Instabilität größere Fehler
 ⇒ Hinreichend genaue Ergebnisse, jedoch kumulative Rundungsfehler möglich

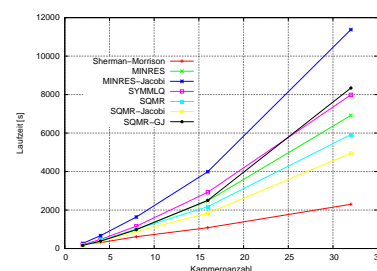
Benchmark: Kombination von Kammern mit Gasfüllung



Kammernanzahl: 2
 Gasdruck: 0.1MPa
 Elastizitätsmodul: $7.5 \cdot 10^5 MPa$
 Poissonzahl: 0.3

Konvergenzdiagramm
 ⇒ Diskretisierung mit 8 Elementen pro Höhe ist hinreichend genau.

Laufzeitenvergleich bei erhöhter Kammeranzahl:



- Kürzere Laufzeit durch verbesserte Konditionszahl
- Laufzeit steigt bei iterativen Verfahren trotz konstanter Anzahl an Iterationen an
- Aber: Iterative Verfahren benötigen weniger Speicher