

Institut für Mechanik
**Implementierung eines effizienten
 rotationssymmetrischen Volumenelementes
 für explizite Zeitintegration**
 Diplomarbeit cand. ing. Christoph Schmied

Motivation

- **Effiziente Simulation rotationssymmetrischer Strukturen – auch für dünne Wanddicken nutzbar.**
- **Effektive Programmierung unterstützt durch symbolisches Computeralgebrasystem**
 \implies **Möglichkeit der automatischen Erzeugung von Quelltext**

Explizite Zeitintegration

- **Dynamische Berechnung**
 \implies **Bewegungsgleichung wird in Zeitabständen Δt gelöst**
- **Das COURANT-Kriterium muss eingehalten werden:**

$$\Delta t \leq \Delta t_{krit} = \frac{2}{\omega_{max}} \leq \min \frac{l_e}{c_e}$$
 - ω_{max} - maximale Elementeigenfrequenz
 - l_e - charakteristische Elementlänge
 - c_e - Wellengeschwindigkeit im Element
- Δt_{krit} kann sehr klein werden
 \implies **häufiger Aufruf der Elementroutine möglich**
- **Berechnung mit der Zentralen Differenzen Methode (Verlet Algorithmus)**

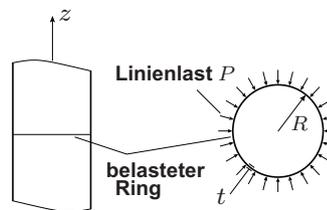
Effiziente Implementierung mit ACEGEN

ACEGEN [KORELC] ist ein Zusatzpaket des symbolischen Computeralgebrasystems MATHEMATICA:

- Nutzung symbolischer und algebraischer Funktionen
- automatische Differenzierung nach Vektoren
- Generierung effizienten FORTRAN-Quellcodes
- Fehlerfreie Umsetzung symbolischer Operationen
- systematische Optimierung aller Ausdrücke

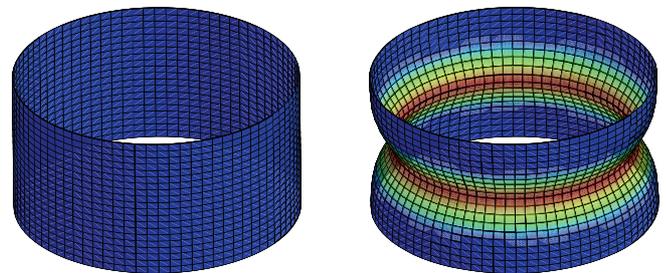
\implies **effektiver als manuelle Programmierung**
 \implies **effizientes Werkzeug zur Implementierung von Elementen für explizite Zeitintegration**

**Numerisches Beispiel
 Einschnürung eines langen Zylinders**



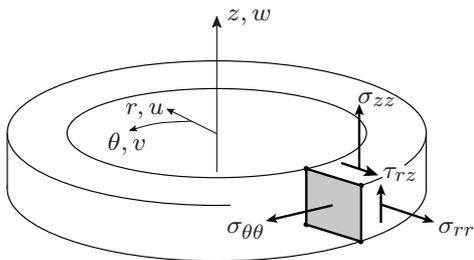
E-Modul: $E = 210 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$
Rohdichte: $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$
Poissonzahl: $\nu = 0.0 \dots 0.499$
Radius: $R = 1.0 \text{ m}$
Dicke: $t = 0.01 \text{ m} / 0.001 \text{ m}$
Last: $P = 1000 \text{ kN/rad}$

Unverformte und deformierte Zylindergeometrie:



Rotationssymmetrische Elementformulierung

- **Beschreibung des Volumenelementes durch 4 Knoten in zylindrischen Koordinaten**
- **Rotation der entstehenden Fläche um die Symmetrieachse $z \implies$ Volumenelement**



z - Symmetrieachse
 u, v und w - Verschiebungen
 $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}$ und σ_{zz} - Normalspannungen
 τ_{rz} - Schubspannung

Bem.: Künstliche Versteifungseffekte möglich für dünne Elemente und inkompressibles Material.

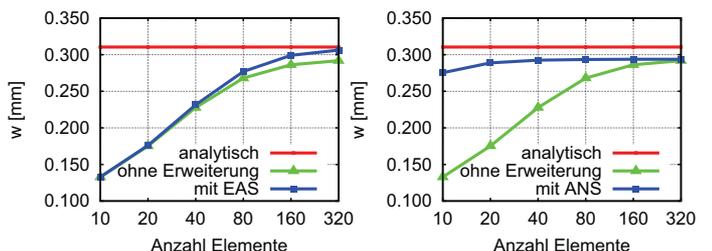
Reduktion von Versteifungs-Phänomenen

- **Assumed Natural Strain [BATHE & DVORKIN] (Methode der angenommenen Verzerrungen)**
 \implies **Reduktion von Schublocking durch spezielle Interpolation der Schubverzerrung**
- **Enhanced Assumed Strain [SIMO & RIFAI] (Methode der erweiterten Verzerrungen)**
 \implies **Reduktion von Versteifungen bei inkompressiblem Materialverhalten z.B. durch Erweiterung der Normalverzerrungen**

Vergleich CPU-Zeit – Simulationszeit 1 sec:

8-Knoten Solid-Formulierung mit Symmetrieausnutzung \implies 100 Elemente	Rotationselement \implies 10 Elemente
\approx 24 min mit ca. 7 Mio. Zeitschritten	\approx 1 min mit ca. 65 Tsd. Zeitschritten

Konvergenz mit Reduktion von Versteifungseffekten



- **Inkompressibles Materialverhalten**
 \implies **EAS-Methode**
- **Schublocking**
 \implies **ANS-Methode**