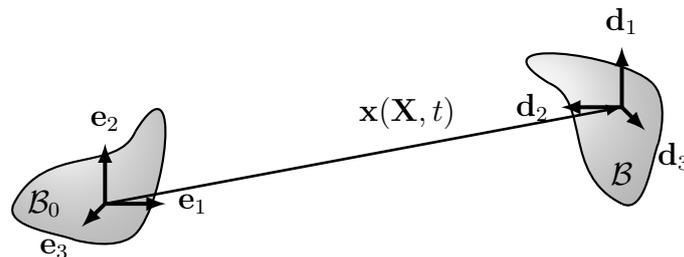


Masterarbeit

Modellierung von Starrkörperbewegungen mithilfe dualer Quaternionen

Modeling of rigid body motion using dual quaternions

Die Beschreibung und Analyse von Starrkörperbewegungen ist ein zentrales Thema in der Robotik, Computergrafik sowie der Luft- und Raumfahrttechnik. Während Translationen direkt durch kartesische Koordinaten dargestellt werden können, ist die Beschreibung von Rotationen mathematisch anspruchsvoller. Während klassische Ansätze wie Euler-Winkel unter Singularitäten (z.B. Gimbal Lock) leiden und daher anfälliger für numerische Fehler sind, bieten Quaternionen eine elegante Alternative. Sie bilden eine erweiterte Zahlenmenge mit vier Komponenten, die Rotationen kompakt, ohne Singularitäten und numerisch stabil darstellen können. Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Untersuchung dualer Quaternionen zur einheitlichen Beschreibung von Rotationen und Translationen. Da sie zunehmend an Bedeutung in praxisnahen Anwendungen gewinnen soll diese Beschreibung in der Arbeit hinsichtlich ihrer Komplexität und Recheneffizienz analysiert werden.



Im Rahmen dieser Arbeit sollen verschieden Parametrisierungs- und Modellierungsmöglichkeiten der Starrkörperdynamik hinsichtlich der numerischen Simulation verglichen werden. Neben einer getrennten Beschreibung von Translation und Rotation mittels Rotationsmatrizen und Quaternionen [2],[4] soll eine gleichzeitige Beschreibung von Translation und Rotation mithilfe der dualen Quaternionen [1] ermöglicht werden.

Arbeitsplan

Im Rahmen der Masterarbeit ist folgender Arbeitsplan vorgesehen:

- a) Einarbeitung in die Parametrisierung von großen Rotationen mittels Quaternionen [2, 5],
- b) Einarbeitung in die grundlegende numerische Lösung von dynamischen Systemen [3],
- c) Implementierung der Starrkörperdynamik mit getrennter Beschreibung von Translationen und Rotationen (mittels Quaternionen) in MATLAB oder PYTHON,
- d) Einarbeitung in die Theorie der dualen Quaternionen zur Rotationsparametrisierung,
- e) Erweiterung der Implementierung auf eine Beschreibung mittels dualer Quaternionen,
- f) Anwendung auf ein Beispiel eines Starrkörpersystems
- g) Vergleich der Modellierungsansätze hinsichtlich der numerischen Performance,

h) Dokumentation der Theorie und Ergebnisse mittels \LaTeX .

Voraussetzungen

Höhere Mathematik (HM) 1-3, Technische Mechanik 1-3, Grundlegende Programmierkenntnisse in MATLAB oder PYTHON, Interesse an mathematischen und theoretischen Hintergründen, hilfreich: Numerische Strukturmechanik, HM4.

Ansprechpersonen

Marvin May (marvin.may2@kit.edu)

Philipp Kinon (philipp.kinon@kit.edu)

Bearbeiter*in

Name:

Matr.-Nr.:

Termine

Ausgabedatum:

Soll-Abgabedatum:

Ist-Abgabedatum:

Vortrag gehalten am:

Literatur

- [1] BAUCHAU, O. A. *Flexible Multibody Dynamics*. Solid Mechanics and Its Applications. Springer, 2012. DOI: 10.1007/978-94-007-0335-3.
- [2] BETSCH, P. and SIEBERT, R. Rigid body dynamics in terms of quaternions: Hamiltonian formulation and conserving numerical integration. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(4): 444–473, 2009. DOI: 10.1002/nme.2586.
- [3] GROSS, D., W., H., and WRIGGERS, P. *Technische Mechanik 4: Hydromechanik, Elemente der Höheren Mechanik, Numerische Methoden*. Feb. 2023. ISBN: 978-3-662-66523-7. DOI: 10.1007/978-3-662-66524-4.
- [4] MAY, M. and BETSCH, P. Galerkin-based time integration approaches to rigid body dynamics in terms of unit quaternions. In: *Multibody System Dynamics*, 1–19, July 2025. DOI: 10.1007/s11044-025-10093-x.
- [5] MÖLLER, M. H. *Consistent integrators for non-smooth dynamical systems*. Doktorarbeit. Zurich: ETH Zurich, 2011. DOI: 10.3929/ethz-a-006716243.