Modulprüfung

Statik starrer Körper

13. März 2025

Name: .... Vorname: ....

Matr.-Nr.: .... Studiengang: ....

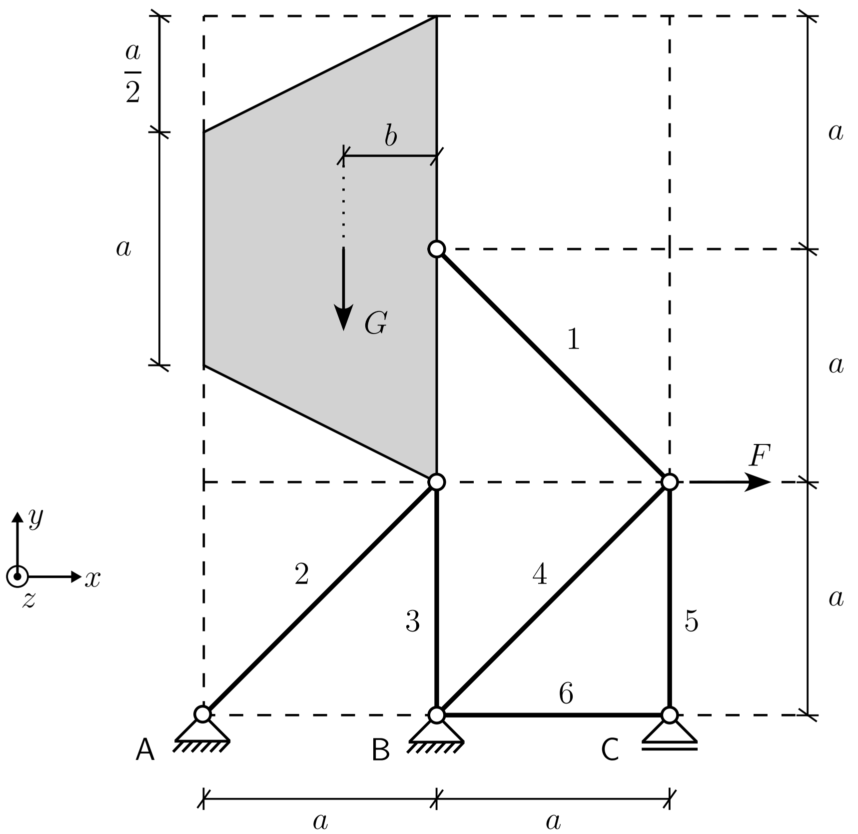
Hinweise:

- Bitte schreiben Sie deutlich lesbar. Zeichnungen müssen sauber und übersichtlich sein. Die Benutzung roter und grüner Farbstifte ist nicht zugelassen.
- Aufgaben werden nur beurteilt, wenn sie auf den ausgegebenen Blättern gelöst sind. Eventuell abgegebene Formelsammlungen werden als nicht vorhanden betrachtet. Trennen Sie die Aufgabenblätter nicht auf.
- Bei den Aufgaben muss eindeutig der Lösungsweg erkennbar sein. Ein Ergebnis ohne Lösungsweg wird nicht bewertet. Sollten für eine Aufgabe mehrere widersprüchliche Lösungen angegeben sein, so wird keine bewertet. Streichen Sie deshalb falsche Rechenschritte oder Zeichnungen durch.
- Bitte beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite.

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
Punkte						
Korrektor						

(Eintrag erfolgt durch Institut)

1. Aufgabe: (ca. 25 % der Gesamtpunkte)



Das dargestellte Tragwerk wird durch eine Kraft F und durch die Gewichtskraft G (im Schwerpunkt des starren Körpers) belastet.

a) Beurteilen Sie das Tragwerk hinsichtlich der statischen Bestimmtheit.

b) Kennzeichnen Sie die Nullstäbe, sofern welche vorhanden sind.

c) Bestimmen Sie die Schwerpunktkoordinate b.

d) Bestimmen Sie die Stabkraft S_4 in Abhängigkeit von b.

Gegeben: F, G, a.

Musterlösung - Aufgabe 1

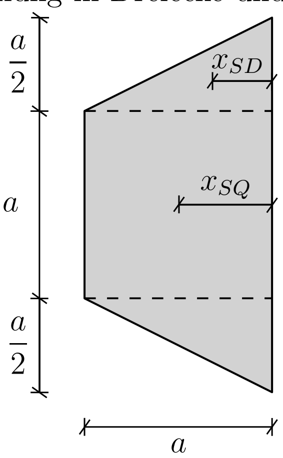
a) **Abzählformel:**

$$\begin{aligned} \text{Auflager} \quad & a = 4 \quad \text{(Stab 2 Pendelstab zu A)} \\ \text{Gelenkkräfte} \quad & g = 4 \cdot 2 = 8 \\ \text{Starrkörper} \quad & n = 4 \\ & \Rightarrow a + g = 3 \cdot n \qquad \textit{(notw. Bed.)} \end{aligned}$$

Aufbau: Stäbe 4-6 ($\equiv$ Starrkörper) in B & C statisch bestimmt gelagert und mit Stäben 3 & 1 nicht kinematisch mit weiteren Starrkörpern verbunden. Stab 2 ist ein Pendelstab. $\Rightarrow$ Alle Körper nicht kinematisch gelagert *(hinr. Bed.)*

b) Stab 6 ist ein Nullstab.

c) Aufteilung in Dreiecke und Quadrat



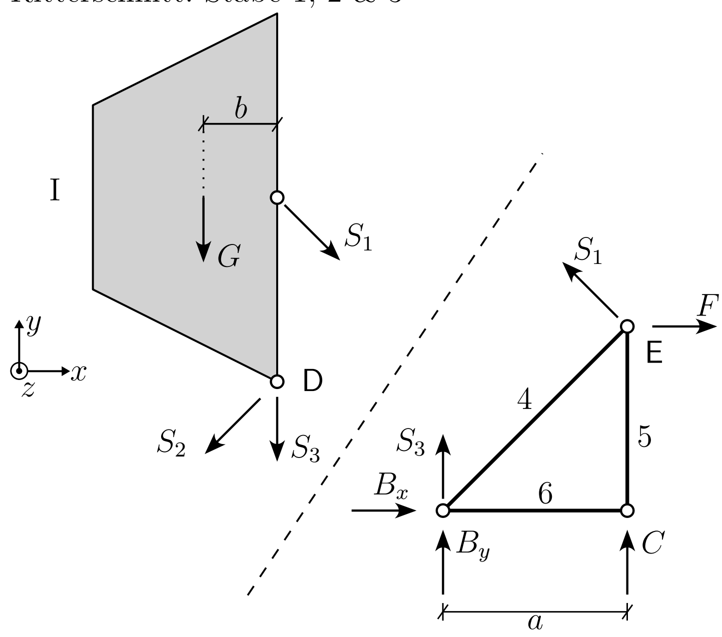
Fläche:

$$A_D = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{1}{4} a^2 \qquad\qquad A_Q = a^2$$

Schwerpunktkoordinate:

$$b = \frac{2 \cdot (x_{SD} \cdot A_D) + x_{SQ} \cdot A_Q}{2A_D + A_Q} = \frac{2 \cdot \left(\frac{1}{3}a \cdot \frac{1}{4}a^2\right) + \frac{1}{2}a \cdot a^2}{2 \cdot \frac{1}{4}a^2 + a^2} = \frac{4}{9}a$$

d) Ritterschnitt: Stäbe 1, 2 & 3

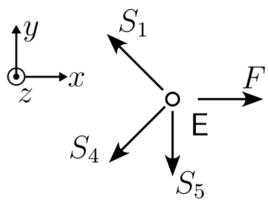


I: $\sum M^{(D)} = 0:$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} S_1 \cdot a + G \cdot b = 0$$

$$\Rightarrow S_1 = \sqrt{2} G \cdot \frac{b}{a}$$

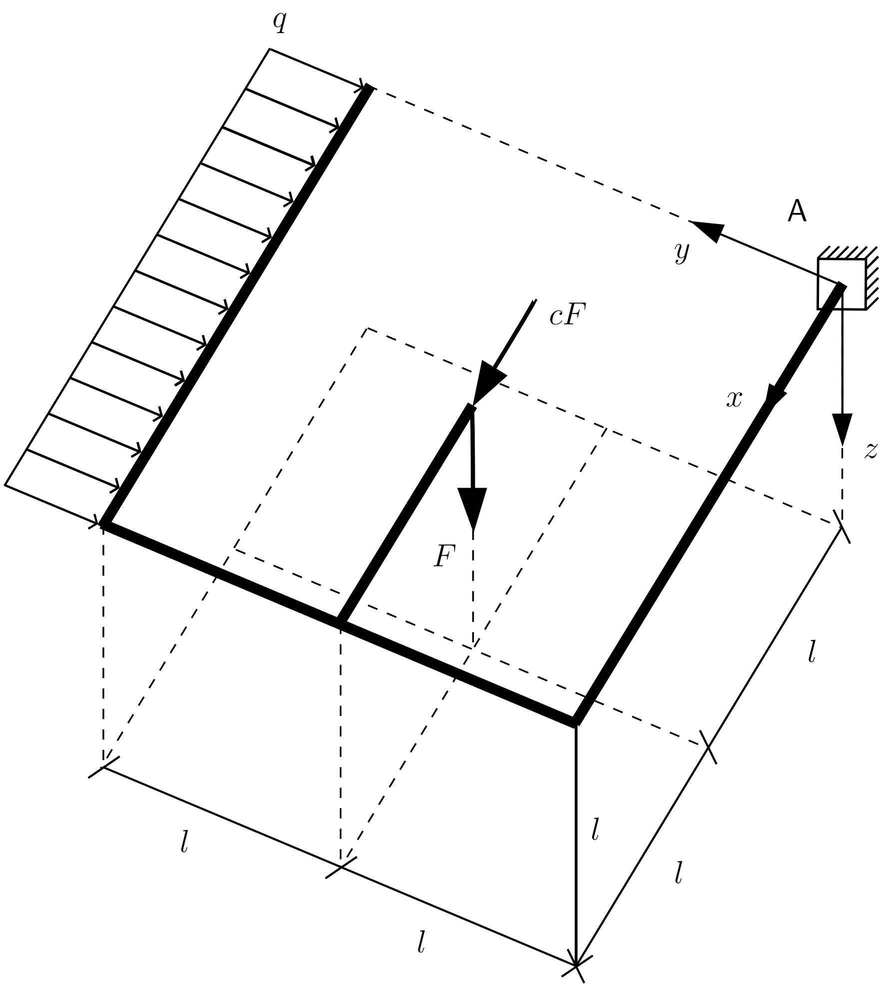
Knotenpunktverfahren: Knoten E



$$\sum F_{ix} = 0: -\frac{\sqrt{2}}{2} S_4 - \frac{\sqrt{2}}{2} S_1 + F = 0$$

$$\Rightarrow S_4 = \sqrt{2} \left(F - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} G \cdot \frac{b}{a}\right) \qquad S_4 = \sqrt{2} \left(F - G \cdot \frac{b}{a}\right)$$

2. Aufgabe: (ca. 20 % der Gesamtpunkte)



Der im Punkt A eingespannte Rahmen wird wie skizziert belastet.

a) Schneiden Sie das Tragwerk frei.

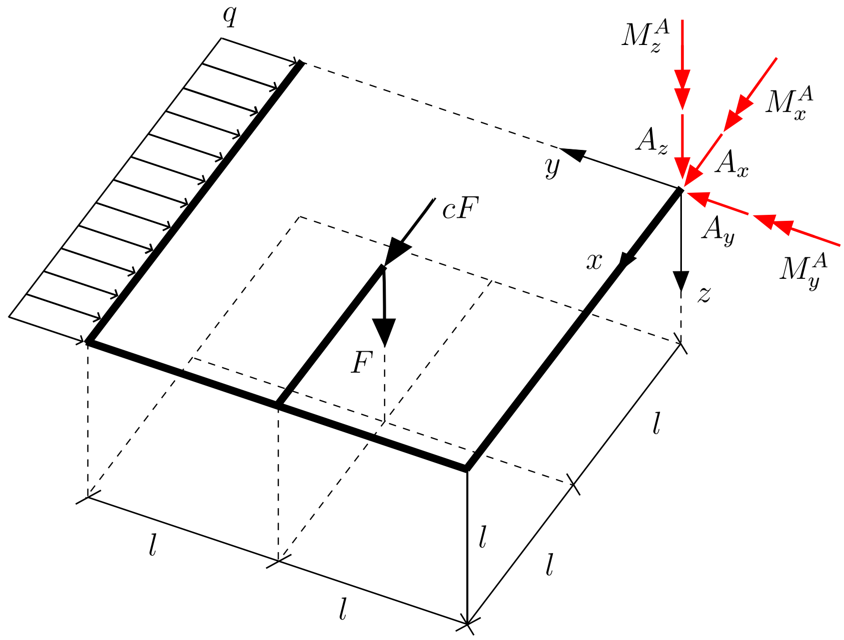
b) Berechnen Sie die Lagerreaktionen an der Einspannstelle A für $c = 1$.

c) Berechnen Sie c so, dass M_z^A gerade Null wird.

Gegeben: l, F, q.

Musterlösung - Aufgabe 2

a) Freischnitt



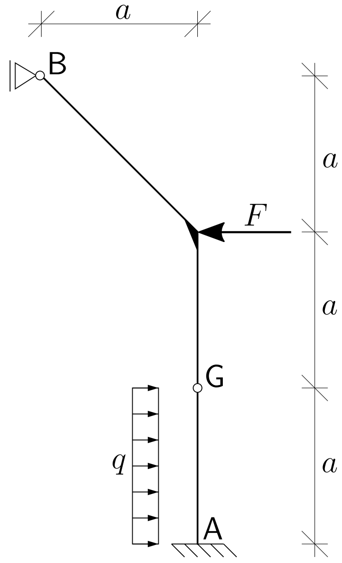
b) Lagerreaktionen für $c = 1$:

$$\sum M_{ix}^A = 0 : M_x^A = -Fl; \qquad \sum F_{ix} = 0 : A_x = -F$$
$$\sum M_{iy}^A = 0 : M_y^A = Fl; \qquad \sum F_{iy} = 0 : A_y = 2ql$$
$$\sum M_{iz}^A = 0 : M_z^A = Fl + 2ql^2; \qquad \sum F_{iz} = 0 : A_z = -F$$

c) $M_z^A = 0$:

$$M_z^A = cFl + 2ql^2 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad c = -\frac{2ql}{F}$$

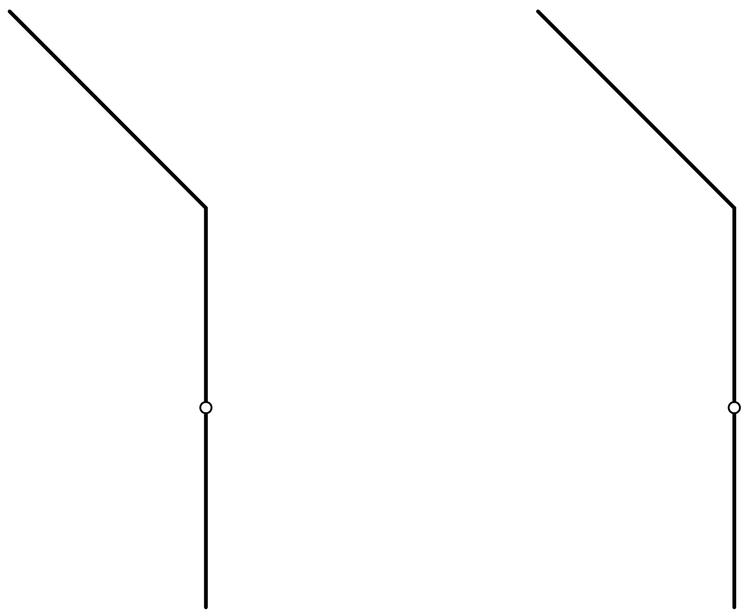
3. Aufgabe: (ca. 25 % der Gesamtpunkte)



Gegeben sei das oben dargestellte Tragwerk unter den Belastungen q und F.

a) Bestimmen Sie die Lagerreaktionen an den Stellen A und B sowie die Gelenkkräfte an der Stelle G.

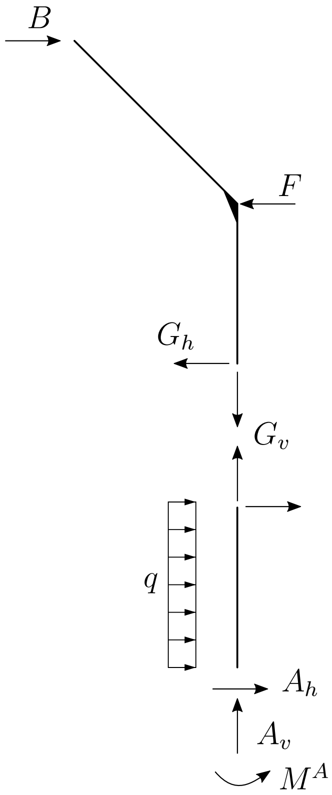
b) Skizzieren Sie für den Fall $F = q\,a$ die Verläufe von Biegemoment und Querkraft unter Angabe der maßgebenden Ordinaten.



Gegeben: a, q, F.

Musterlösung - Aufgabe 3

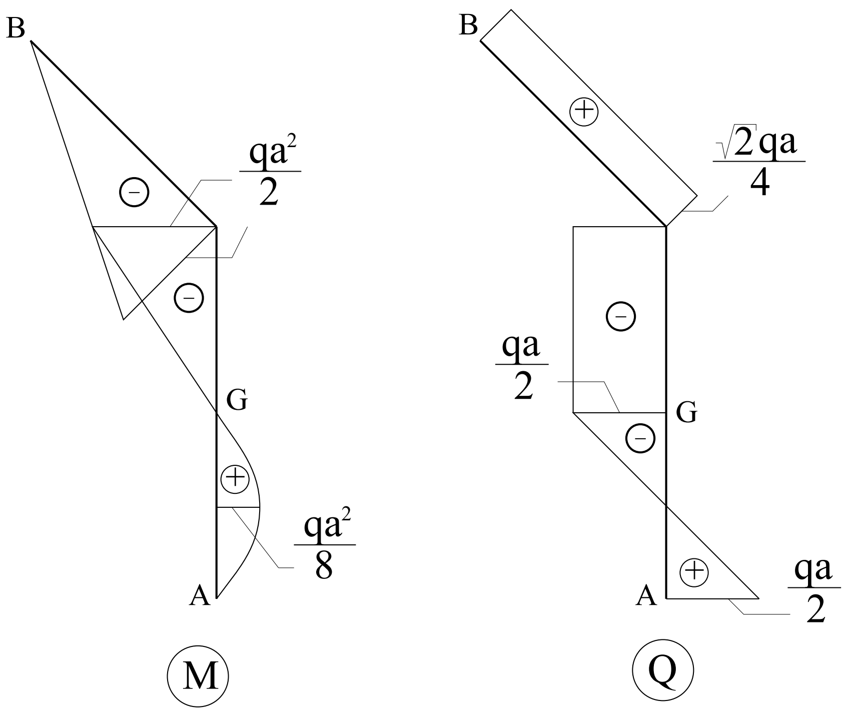
a) Freischnitt:



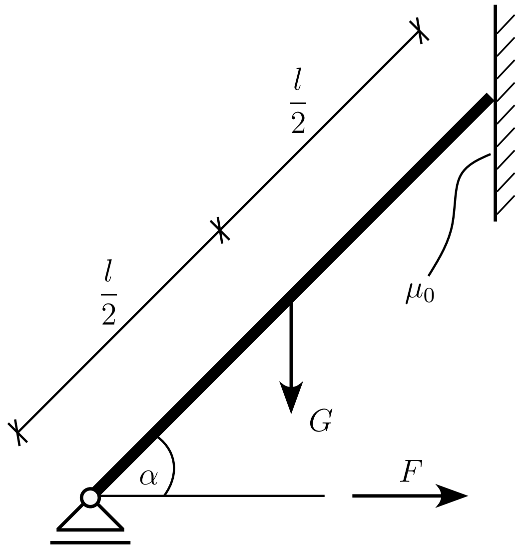
$$\Sigma M^{(G)} = 0 : \quad B_H = \frac{Fa}{2a} = \frac{F}{2}$$
$$\Sigma F_{iv} = 0 : \quad G_V = 0$$
$$\Sigma F_{ih} = 0 : \quad G_H = F - B_H = \frac{F}{2}$$

$$\Sigma F_{ih} = 0 : \quad A_H = G_H - qa = \frac{F}{2} - q \cdot a$$
$$\Sigma F_{iv} = 0 : \quad A_V = 0$$
$$\Sigma M^{(A)} = 0 : \quad M_A = G_H a - \frac{qa^2}{2} = \frac{F}{2} a - \frac{qa^2}{2}$$

b) Momenten- und Querkraftverlauf:



4. Aufgabe: (ca. 20 % der Gesamtpunkte)



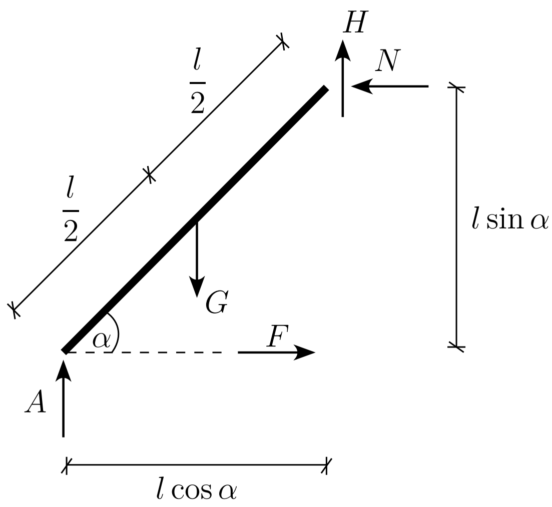
Ein Stab der Länge l und der Gewichtskraft G lehnt unter dem Winkel α gegen eine raue Wand. Am unteren Ende wird er durch ein Seil gehalten, das durch die horizontale Kraft F auf Zug belastet wird.

In welchen Grenzen muss die Kraft F liegen, damit das System im Gleichgewicht ist?

Gegeben: G, μ_0, α, l.

Musterlösung - Aufgabe 4

- FKB



- H & N berechnen:

$$\Sigma F_{ih} = 0: \quad F - N = 0 \qquad \Rightarrow N = F$$

$$\Sigma M^{(A)} = 0: \quad H \cdot l\cos(\alpha) + N \cdot l\sin(\alpha) - G \cdot \frac{l}{2}\cos(\alpha) = 0$$

$$\Rightarrow H = \frac{G}{2} - N \cdot \tan(\alpha) = \frac{G}{2} - F \cdot \tan(\alpha)$$

- Haftung: $|H| \leq \mu_0 \cdot N$

Fall 1:

$$\left(\frac{G}{2} - F \cdot \tan(\alpha)\right) \leq \mu_0 \cdot F \qquad \Rightarrow \frac{G}{2 \cdot (\tan(\alpha) + \mu_0)} \leq F$$

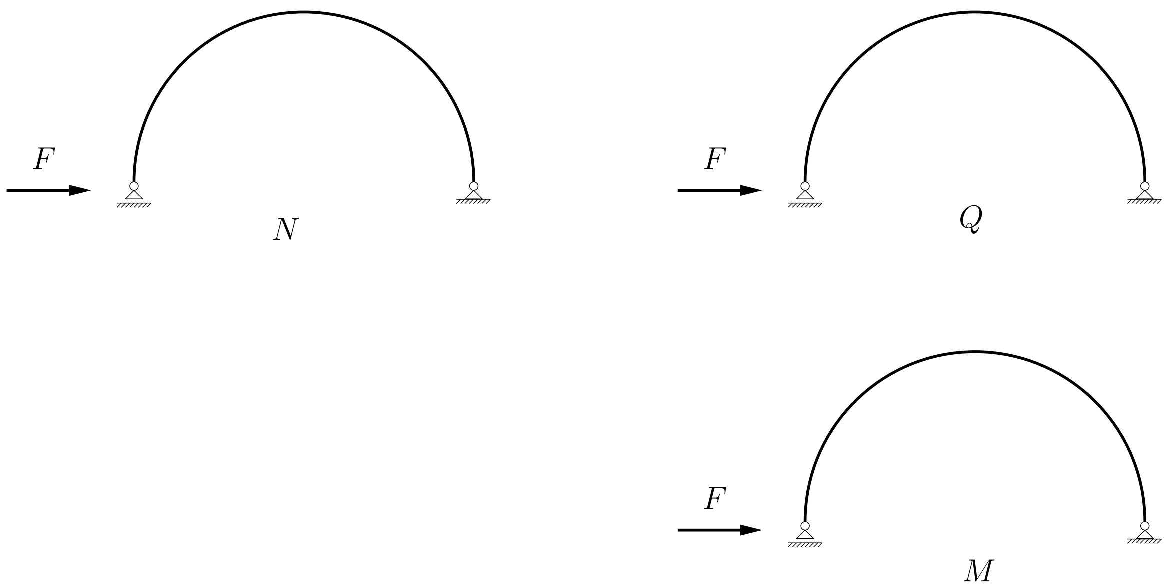
Fall 2:

$$-\left(\frac{G}{2} - F \cdot \tan(\alpha)\right) \leq \mu_0 \cdot F \qquad \Rightarrow F \leq \frac{G}{2 \cdot (\tan(\alpha) - \mu_0)} \quad \text{für } (\tan(\alpha) - \mu_0) > 0$$

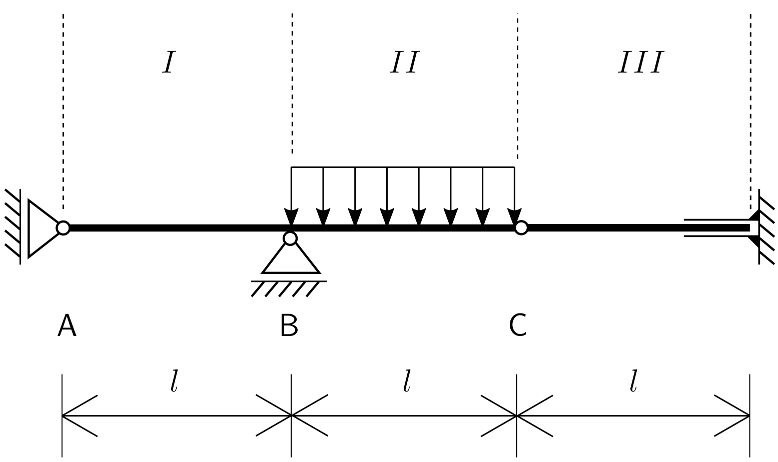
5. Aufgabe: (ca. 10 % der Gesamtpunkte)

a) Skizzieren Sie qualitativ (ohne Rechnung möglich) die N-, Q- und M-Verläufe in dem unten dargestellten halbkreisförmigen Bogen.

Gegeben: F.

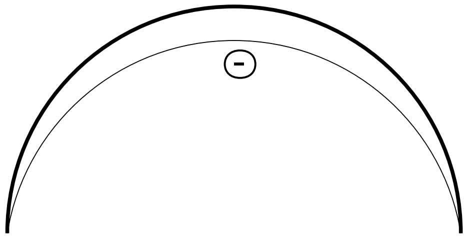


b) Geben Sie zu dem skizzierten System die Rand- und Übergangsbedingungen für die Verläufe von Querkraft und Biegemoment in den Punkten A, B und C an. Die Lagerreaktionen können als bekannt vorausgesetzt werden.

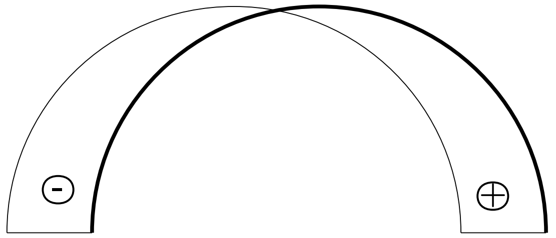


Musterlösung - Aufgabe 5

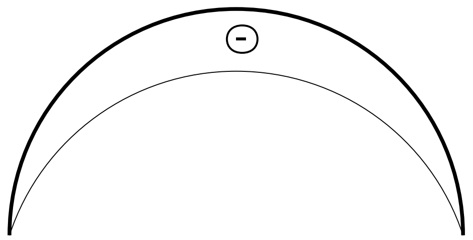
a) Verläufe



N



Q



M

b)

$$M(A) = 0 \qquad M_I(B) = M_{II}(B) \qquad M_{II}(C) = M_{III}(C) = 0$$
$$Q(A) = 0 \qquad Q_I(B) + B = Q_{II}(B) \qquad Q_{II}(C) = Q_{III}(C)$$